

# SÉMINAIRE DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

UNIVERSITÉ DJILALI LIABÈS - SIDI BEL ABBÈS - LE 25 JUIN 2022

## Généralités sur les espaces $b$ -métriques

Abdelghani OUAHAB

Laboratoire de Mathématiques (LDM). Faculté des Sciences Exactes (FSE).  
Université Djillali, Liabès (UDL), Sidi Bel Abbès 22000, Algeria.

**Résumé :** En 1906, Maurice Fréchet introduit la notion d'espace métrique dans un cadre unifiant la convergence dans les espaces ponctuels et les espaces fonctionnels. Les notions d'espaces complet, compact et connexe sont alors dégagées. En 1919, Félix Hausdorff introduisit les notions de distance et de dimension de Hausdorff, aujourd'hui utilisées, notamment, dans l'étude des fractals.

Backhti, en 1989, a introduit la notion d'espace  $b$ -métrique. Dans les années quatre-vingt-dix, le mathématicien Czerwik a relaxé la classe des espaces  $b$ -métriques pour généraliser le principe de contraction de Banach.

L'objectif principal de cet exposé est de donner quelques aperçus sur les points suivants :

- topologies des espaces  $b$ -métriques ;
- $b$ -distance de Hausdorff ;
- $b$ -métrique de Gromov-Hausdorff ;
- espaces  $b$ -métriques forts ;
- quelques théorèmes de point fixe sur les espaces  $b$ -métriques.

**Mots clés :** Métrique, topologie, convergence,  $b$ -métrique forte, complétude, point fixe, variable aléatoire, point fixe aléatoire, selection mesurable, Gromov-Hausdorff.

### REFERENCES

- [1] P. V. Chu'o'ng, Random versions of Kakutani-Ky Fan's fixed point theorems, *J. Math. Anal. Appl.* **82** (1981), 473-490.
- [2] S. Cobzaş and S. Czerwik, The completion of generalized  $b$ -metric spaces and fixed points. *Fixed Point Theory* **21**, 2020, 133-150.
- [3] S. Czerwik, Contraction mappings in  $b$ -metric spaces. *Acta Math. Inform. Univ. Ostrav.* **1**, (1993), 5-11.
- [4] S. Czerwik, Nonlinear set-valued contraction mappings in  $b$ -metric spaces, *Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena.* **46** (1998), no. 2, 263-276.
- [5] S. Czerwik, On  $b$ -metric spaces and Brower and Schauder fixed point principles. *Approximation theory and analytic inequalities*, 71-86, Springer, Cham, 2021.
- [6] M. Fréchet, *Les Espaces Abstraits*, Gauthier-Villars Paris 1928.
- [7] M. Gromov, *Structures Métriques pour les Variétés Riemanniennes*. Textes Mathématiques, 1. Paris: Cedec/Fernand Nathan. vii, 1981.
- [8] J. R. Graef, J. Henderson, and A. Ouahab, *Topological Methods for Differential Equations and Inclusions*, Monographs and Research Notes in Mathematics Series Profile. Boca Raton, FL: CRC Press, 2019.
- [9] F. Hausdorff, Grundzüge der Mengenlehre. Veit and Company, Leipzig (1914) (in German) English translation: Set Theory, 3rd edn. Chelsea Publishing, AMS, Providence 2005.