

# Modèles Annexes (Programmes détaillés)

# **Spécialité : Géométrie différentielle**

Programme détaillé (conférences, ateliers, séminaires)  
(1 fiche détaillée par activité)

**Les cours de la première année doivent obligatoirement apparaître**

## **Premier semestre**

### **Cours 1 : Variétés différentiables**

#### **Chapitre 01 : Variétés différentiables**

1. Variétés topologiques : Définition – Propriétés – Exemples.
2. Structures différentiables : Définitions et Propriétés – Exemples.
3. Applications différentiables entre variétés.
4. Variétés à bord.

#### **Chapitre 02 : Fibré tangent à une variété différentiable**

1. Fibré tangent à une variété différentiable – Champs de vecteurs.
2. Fibré tangent à une variété à bord.
3. Application tangente à une application différentiable.
4. Fibré cotangent à une variété différentiable.
5. L'algèbre extérieure des formes différentielles sur une variété différentiable.

#### **Chapitre 03 : Sous-variété d'une variété différentiable.**

1. Submersion – immersion et plongement.
2. Théorème d'inversion local.
3. Restriction d'une application à une sous-variété.
4. Fibré tangent et fibré cotangent à une sous-variété.

## Chapitre 04 : **Introduction aux feuilletages**

1. Définition-feuilletage simple
2. Théorème de Frobenius
3. Cocycles d'Haefliger
4. Constructions classiques des feuilletages

### **Références**

1. Berger M, Gostiaux B, Géométrie différentielle : variétés, courbes et surfaces, PUF, 1987.
2. Cougnard J, Cours de géométrie différentielle, Maitrise, Université de Franche-Comté, 1989-1992.
3. Doss-Bachelet C, Françoise J-P, Piquet C, Géométrie différentielle, avec 80 figures, Ellipses, 2000.
4. Y. Choquet-Bruhat, Géométrie différentielle et systèmes extérieurs, Monographies Universitaires de Mathématiques, Dunod 1968.
5. M. P. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer-Verlag 1994.

## **Cours 2 : Groupes et algèbres de Lie**

### Chapitre 01 : **Algèbres de Lie**

1. Algèbre de Lie (Définition et Exemples).
2. Sous-algèbres de Lie – Morphismes.
3. Représentations des algèbres de Lie – Forme de Killing.

### Chapitre 02 : **Groupes de Lie**

1. Définitions – Exemples – Sous-groupes de Lie.
2. Champs de vecteurs invariants à gauche.
3. Algèbre de Lie d'un groupe de Lie.
4. Action d'un groupe de Lie.
5. Représentations des groupes de Lie.

### Chapitre 03 : **Espaces homogènes**

1. Action d'un groupe sur une variété différentiable-applications équivariantes.
2. Quotient d'une variété par l'action d'un groupe.
3. Revêtement d'une variété différentiable

4. Quotient d'un groupe de Lie-espaces homogènes

### **Références**

1. B. Delamotte : Théorie des groupes de Lie, Poincaré et Lorentz. D.E.A (1997). Université Paris 7.
2. J. Faraut : Groupes et algèbres de Lie, U.P.M.C.
3. R. Mneimné, F. Testard : Introductions à la théorie des groupes de Lie classiques. Hermann (1986).
4. G. Pichon : Groupes de Lie, représentations linéaires et applications. Edition Hermann (1973). L'algèbre extérieure des formes différentielles sur une variété différentiable.

## **Deuxième semestre**

### **Cours 3 : Fibrés et connexions**

#### **Chapitre 01 : Fibrés vectoriels**

1. Fibrations différentiables
2. Fibrés vectoriels : Définitions et exemples-sections d'un fibré vectoriel.
3. Fibré dual d'un fibré vectoriel.
4. Fibré vectoriel produit tensoriel
5. Fibré inverse (Pull-Back).

#### **Chapitre 02 : Connexions linéaires sur un fibré vectoriel**

1. Généralités.
2. Connexions induites sur le fibré dual, sur le fibré produit tensoriel et sur le fibré inverse.
3. Courbure.
4. Connexions affines sur une variété : torsion, courbure, transport parallèle, géodésiques, holonomie.

#### **Chapitre 03 : Fibrés principaux**

1. Définition – section d'un fibré principal.
2. Morphismes de fibrés principaux.
3. Fibré des repères linéaires d'un fibré vectoriel.
4. Connexions sur un fibré principal.

#### **Chapitre 04 : Fibrés associés**

1. Définition.
2. Sections d'un fibré associé.
3. Transformation de jauge.

### **Références :**

1. S. Kobayashi and K. Nomizu. Foundations of differential Geometry (1963).
2. T. Masson. Géométrie différentielle, groupe et algèbre de Lie, fibrés et connexions (2001).
3. P. Pansu. Géométrie Différentielle (2005)

## **Cours 4 : Géométrie riemannienne**

### Chapitre 01 : Variétés riemanniennes

1. Généralités sur les variétés riemanniennes –Exemples– Distance riemannienne.
2. Connexion de Levi-Civita, transport parallèle et géodésiques.
3. Courbure- Dérivées covariantes secondes.
4. Courbure sectionnelle, courbure de Ricci et courbure scalaire.
5. Equation de Jacobi – Champs de Jacobi et l'application exponentielle
6. Introduction aux variétés lorentziennes

### Chapitre 02 : Variétés hessiennes

1. Structures hessiennes
2. Structure hessienne duale.
3. Courbure hessienne
4. Le lien avec la géométrie de l'information

### Chapitre 04 : Feuilletages riemanniens

1. Définition et premières propriétés
2. Feuilletages transversalement parallélisables
3. Théorème de structure de Molino

### **Références**

1. S. Kobayashi and K. Nomizu. Foundations of differential Geometry (1963).
2. B. O'Neil, Semi-Riemannian Geometry: With Applications to Relativity (1983).

## **Atelier : Groupes topologiques**

Il s'agit de créer un groupe de travail autour de groupes topologiques, on s'intéresse entre autres à la mesure de Haar d'un groupe topologique localement compact, l'action d'un groupe topologique sur un espace topologique, en termine par l'étude de quelques exemples classiques.

**Durée** : 04 jours

**Participants** : Les doctorants, les étudiants de 2èmes année Master Analyse fonctionnelle et équations différentielles (AFED) et les collègues intéressés.

## **Conférence : Autour de la géométrie de l'information**

**Durée** : 01 journée

**Intervenants** : Michel Nguiffo Boyom, Yousfate Abderrahmane.

**Participants** : grand public.

## **Ecole : Géométrie et topologie de l'information**

Il s'agit d'une école sur la géométrie et la topologie de l'information et ses liens avec les différentes disciplines scientifiques, notamment en informatique.

**Durée** : 05 jours

**Participants** : grand public.

## **Séminaire**

Il s'agit dans ce séminaire de donner l'occasion aux doctorants pour qu'ils puissent présenter l'essentiel de leurs travaux constituant le projet de la thèse de doctorat, et de les familiariser avec les exposés en présence de spécialistes dans leurs domaines respectifs. Des séances de travail en paire seront organisées, pour permettre au doctorant de consulter un spécialiste, pour discuter sur le travail entrepris.