

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Djillali Liabes, Sidi Bel-Abbes

Faculté de Technologie

Département de Génie Civil et Travaux Publics



Polycopié des Travaux Dirigés du module :

Béton Armé

Niveau :

Licence 3 Génie Civil

Licence 3 Travaux Publics

Présenté par :

Dr. Zouaoui Rabie HARRAT

MCB

Année universitaire : 2024/2025

AVANT-PROPOS

Le présent polycopié de travaux dirigés intitulé *Béton armé* est destiné aux étudiants en troisième année licence génie civil (chapitre I à V) et aux étudiants en troisième année licence travaux publics (chapitre I à VI). Il débute par une introduction aux concepts fondamentaux du béton armé, permettant aux étudiants de comprendre les propriétés et la technologie de ce matériau essentiel dans le domaine de la construction. Ensuite, il aborde les principes de dimensionnement des éléments en béton armé soumis à différentes sollicitations telles que la compression, la traction et la flexion simple, en se référant aux normes de calcul aux états limites en vigueur. Ce document vise ainsi à familiariser les étudiants avec ces notions clés et à les préparer à leur application pratique dans des projets de génie civil.

Ce support s'inscrit dans la continuité des connaissances préalables en résistance des matériaux (RDM I) et matériaux de construction (MDC I). Il est donc recommandé que les étudiants aient une bonne maîtrise de ces notions afin de suivre avec aisance les différents chapitres abordés. Sur une durée d'un semestre, soit 14 à 16 semaines, le programme est organisé en 1h30 de cours magistraux et 1h30 de travaux dirigés hebdomadaires.

Les principaux thèmes traités dans ce cours sont répartis comme suit :

Chapitre 1. Formulation et propriétés mécaniques du béton armé :

Définition et généralités, Constituants du béton armé, Propriétés mécaniques.

Chapitre 2. Prescriptions réglementaires :

Règle des pivots, Etats limites, Combinaisons d'actions, Condition de non fragilité

Chapitre 3. Adhérence et ancrage :

Contrainte d'adhérence, Ancrage d'une barre isolée droite, Ancrage par courbure, Recouvrement.

Chapitre 4. Compression simple :

Etat limite ultime de résistance, état limite de service.

Chapitre 5. Traction simple :

Etat limite ultime de résistance, état limite de service.

Chapitre 6. Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple :

Section rectangulaire et section en T Etat limite ultime de résistance + état limite de service.

Ce polycopié se veut un outil pédagogique complet, visant à accompagner les étudiants dans l'apprentissage et la maîtrise du dimensionnement des éléments en béton armé. Il sert aussi d'aide-mémoire pour consolider leurs acquis.

Sommaire

	Avant-Propos	i
	Sommaire	ii
	Notations Utilisées	v
	Chapitre I : Formulation & Propriétés Mécanique du Béton Armé	
I.1	Introduction	1
I.2	Définition du béton armé	1
I.3	Formulation du béton	1
I.4	Propriétés mécaniques du béton	1
I.4.1	Résistance à la compression du béton	1
I.4.2	Résistance à la traction du béton	1
I.4.3	Résistance minimale du béton	2
I.4.4	Déformation longitudinale du béton	2
I.4.5	Coefficient de Poisson	2
I.5	Propriétés mécaniques de l'acier	2
I.5.1	Module d'élasticité longitudinal de l'acier	2
I.5.2	Diagramme déformations- contraintes de l'acier	2
	Application N°01	3
	Solution Application N°01	3
	Application N°02	5
	Solution Application N°02	5
	Chapitre II : Prescriptions Réglementaires	
II.1	Introduction	6
II.2	Théorie semi -probabiliste - Etats limites : (B.A.E.L) 83-91	6
II.2.1	Etat limite ultime (E.L.U)	6
II.2.2	Etat limite de service (E.L.S)	6
II.3	Actions et Sollicitations	7
II.3.1	Les actions	7
II.3.2	Les sollicitations	7
II.3.3	Les combinaisons	7
II.4	Diagramme contraintes-déformations de calcul du béton	8
II.5	Diagramme déformations-contraintes de calcul de l'acier	8
	Application N°1	9
	Solution Application N°	9
	Application N°2	12
	Solution Application N°2	12
	Chapitre III : Adhérence et Ancrage	
III.1	Organigramme de calcul de l'adhérence Acier-Béton	17

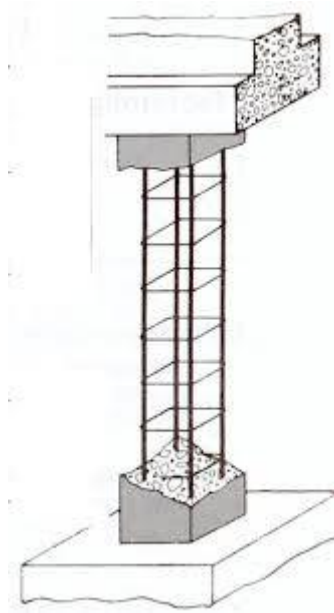
	Application N°01	21
	Solution Application N°01	21
	Application N°02	21
	Solution Application N°02	21
	Application N°03	22
	Solution Application N°03	23
	Chapitre IV : Compression Simple	
IV.1	Organigrammes pour poteaux soumis à la compression simple	24
IV.1.1	Poteaux Rectangulaire	24
IV.1.2	Poteaux Circulaire	25
IV.1.3	Exécution	26
	Application N°01	27
	Solution Application N°01	27
	Chapitre V : Traction Simple	
V.1	Organigrammes pour les calculs des tirants	31
	Application N°01	32
	Solution Application N°01	32
	Application N°02	33
	Solution Application N°02	33
	Chapitre VI : Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple	
VI.1	Organigramme de calcul des poutres rectangulaires soumises à la flexion simple :	35
VI.2	Organigramme de calcul des sections en T soumises à la flexion simple	38
	Application N°01	41
	Solution Application N°01	41
	Application N°02	44
	Solution Application N°02	44
	Application N°03	46
	Solution Application N°03	46
	Application N°04	48
	Solution Application N°04	48
	Application N°05	51
	Solution Application N°05	52

	Application N°06	56
	Solution Application N°06	56
	Application N°07	58
	Solution Application N°07	58
	Conclusion Générale	65
	Références Bibliographiques	66
	Annexe A : Canevas des L3 GC	
	Annexe B : Canevas des L3 TP	

Notations Utilisées

f_{cj}	Résistance caractéristique de compression du béton à “j” jours
f_{c28j}	Résistance caractéristique de compression du béton à “28” jours
f_{tj}	Résistance caractéristique de traction du béton à “j” jours
f_{t28j}	Résistance caractéristique de traction du béton à “28” jours
$E_{i,j}$	Module de déformation longitudinale instantanée du béton
$E_{v,j}$	Module de déformation longitudinale différée du béton
E_s	Module de déformation longitudinale de l’acier
f_e	Contrainte élastique limite de l’acier
f_{bu}	Contrainte de calcul du béton à la compression
γ_b	Coefficient du béton
θ	Coefficient de chargement
γ_s	Coefficient de l’acier
σ_s	Contrainte de calcul de l’acier
σ_{bc}	Contrainte de compression limite du béton
σ_{ser}	Contrainte limite de l’acier à l’ELS
$\sigma_{bc'}$	Contrainte limite de compression du béton à l’ELS
τ_s	Contrainte d'adhérence
U	Périmètre utile de l'armature
τ_{slim}	Contrainte d'adhérence limite ultime
Ψ_S	Coefficient de scellement
L_s	Longueur de scellement droit
Φ	Diamètre des armatures
L_r	Longueur de recouvrement
τ_{se}	Contrainte d’adhérence d'entraînement des barres isolées ou en paquets
τ_{seu}	Contrainte d’adhérence ultime d'entraînement des barres isolées ou en paquets
N_u	Effort normal de traction à l’ELU
A_u	Section des armatures longitudinales à l’ELU
N_{ser}	Effort normal de traction à l’ELS
A_{ser}	Section des armatures longitudinales à l’ELS
A_{min}	Section minimale des armatures longitudinales
B	Aire de la section du béton
A_f	Section finale des armatures longitudinales
Φ_t	Diamètre des armatures transversales
Φ_l	Diamètre des armatures longitudinales
A_t	Section des armatures transversales
S_t	Espacement des armatures transversales
$N_{u'}$	Effort normal de compression à l’ELUSTF
Br	Section réduite du béton
α	Coefficient du flambement
λ	L’élancement
β	Bras de levier relatif
μ	Moment relatif réduit

Chapitre I : Formulation & propriétés mécaniques du béton armé



I.1 Introduction :

Ce premier chapitre concerne 'la formulation et propriétés mécaniques du béton armé'. Où, il est question de la définition du béton armé, de la présentation de ses constituants, puis de la description de ses propriétés mécaniques.

I.2 Définition du béton armé :

Le béton armé est un matériau composite constitué de béton et de barres d'acier alliant les propriétés mécaniques complémentaires de ces matériaux. Il est utilisé comme matériau de construction, en particulier pour le bâtiment et le génie civil. Le béton est un matériau hétérogène qui résiste bien à la compression et moins bien à la traction. L'acier, quant à lui, est un matériau résistant à la fois à la traction et à la compression. La composition des deux matériaux permet au béton armé d'être à la fois résistant à la compression ainsi qu'à la traction.

I.3 Formulation du béton :

Les matériaux utilisés pour produire un mélange de béton sont : **l'eau de gâchage, le ciment, le sable, les granulats**. La composition du béton varie en fonction de la destination du produit et des caractéristiques des matériaux qui le composent. La fabrication d'un béton requiert pour sa mise en œuvre une formulation adéquate, qui varie en fonction des caractéristiques des matériaux utilisées et des propriétés physiques et mécaniques désirées pour le béton produit.

A titre indicatif, la formulation typique d'un mètre cube de béton ordinaire est donc un volume de ciment, deux volumes de sable, trois volumes de gravier et 0,5 volume d'eau.

I.4 Propriétés mécaniques du béton :

I.4.1 Résistance à la compression du béton :

Lorsque des sollicitations s'exercent sur un béton dont l'âge de '**j**' jours (en cours d'exécution) est inférieur à 28, on se réfère à la résistance caractéristique '**f_{cj}**', obtenue au jour considéré.

On peut admettre que pour **j ≤ 28**, les résistances '**f_{cj}**' des bétons non traités thermiquement suivent approximativement les lois suivantes :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40\text{MPa} \quad (\text{I.1})$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1.40 + 0.95j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} > 40\text{MPa} \quad (\text{I.2})$$

I.4.2 Résistance à la traction du béton :

La résistance caractéristique à la traction du béton à '**j**' jours, notée '**f_{tj}**' est conventionnellement définie par la relation suivante :

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06f_{cj} \quad (\text{I.3})$$

Dans laquelle **f_{tj}** et **f_{cj}** sont exprimées en MPa.

I.4.3 Résistance minimale du béton :

La résistance caractéristique minimale f_{c28} doit être de **15 MPa**, quand on utilise des aciers de haute adhérence. La résistance caractéristique minimale f_{c28} doit être de **12 MPa** lorsque l'on utilise des aciers lisses.

I.4.4 Déformation longitudinale du béton :

Le module de déformation longitudinale instantanée du béton E_{ij} est égal à :

$$E_{ij} = 11000\sqrt[3]{f_{cj}} \quad (I.4)$$

Le module de déformation longitudinale différée du béton E_{vj} est égal à :

$$E_{vj} = 3700\sqrt[3]{f_{cj}} \quad (I.5)$$

Dans les formules (I.4 et I.5), $E_{ij/vj}$ et f_{cj} , sont exprimés en **MPa**.

I.4.5 Coefficient de Poisson :

Le coefficient de Poisson est pris égal à $\nu=0.2$ pour le calcul des déformations et à $\nu=0$ (zéro) pour le calcul des sollicitations.

I.5 Propriétés mécaniques de l'acier :

Les armatures doivent être conformes aux textes réglementaires en vigueur. Le caractère mécanique servant de base aux justifications est la limite d'élasticité garantie f_e .

I.5.1 Module d'élasticité longitudinal de l'acier :

Le module d'élasticité longitudinale de l'acier E_s est pris égal à :

$$E_s = 200000MPa \quad (I.6)$$

I.5.2 Diagramme déformations- contraintes de l'acier :

Il est permis d'utiliser une forme de courbe se rapprochant du diagramme réel de l'acier employé à condition de se référer à la valeur garantie de la limite d'élasticité f_e et de contrôler la résistance prise en compte pour l'allongement de 10%.

Application N°01 :

- 1) Calculer la résistance approximative du béton en compression à 4 jours sachant qu'il doit atteindre à l'âge de 28 jours : $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$.
- 2) Quelle est donc sa résistance à la traction à 4 jours ?
- 3) Si un béton atteint une résistance à la traction à 7 jours égale à 1 MPa, quelle serait sa résistance à la compression à 28 Jours.
- 4) Tracer l'évolution de la contrainte de compression jusqu'à 80 jours d'un béton dont sa résistance à la compression à 28 jours f_{c28} vaut 30 MPa.

On donne :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} \cdot f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}; \quad f_{cj} = \frac{j}{1.40 + 0.95j} \cdot f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$$

$$f_{ij} = 0.6 + 0.06f_{cj}$$

Solution Application N°01 :

- 1) $f_{c28} = 30 \text{ MPa} < 40 \text{ MPa}$, on utilise donc la formule suivante pour le calcul de f_{c4} :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} \cdot f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa:}$$

$$f_{c4} = \frac{4}{4.76 + 0.83 \times 4} \cdot 30 = 14.85 \text{ MPa}$$

- 2) La résistance à la traction à 4 jours de ce béton est donc :

$$f_{t4} = 0.6 + 0.06f_{c4} = 0.6 + 0.06 \times (14.85) = 1.49 \text{ MPa}$$

- 3) On a $f_{t7} = 1 \text{ MPa}$.

On peut obtenir la résistance à la compression de ce béton comme suit:

$$f_{ij} = 0.6 + 0.06f_{cj} \Rightarrow f_{cj} = \frac{f_{ij} - 0.6}{0.06}$$

Dans notre cas, la résistance à la compression à 7 jours vaut :

$$f_{t7} = 0.6 + 0.06f_{c7} \Rightarrow f_{c7} = \frac{f_{t7} - 0.6}{0.06} = \frac{1 - 0.6}{0.06} = 6.67 \text{ MPa}$$

Pour calculer la résistance à la compression du béton à 28 jours, nous sommes confrontés à un problème.

En fait nous ne savons pas quelle formule utiliser car nous ignorons si la résistance à la compression du béton atteindra 40 MPa ou non.

Pour résoudre ce problème on va procéder par hypothèse.

Supposons que notre béton dépassera une résistance à la compression à 28 jours la valeur de 40 MPa, dans ce cas nous utiliserons la formule suivante pour trouver f_{c28} :

$$f_{cj} = \frac{j}{1.40 + 0.95j} \cdot f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1.40 + 0.95j} f_{c28} \Rightarrow f_{c28} = \frac{f_{cj}(1.40 + 0.95j)}{j}$$

Dans notre cas on $f_{c7}=6.67\text{MPa}$ et $j=7\text{jours}$.

$$f_{c28} = \frac{6.67(1.40 + 0.95 \times 7)}{7} = 7.67\text{MPa}$$

On voit bien que $f_{c28}=7.67\text{MPa}$ ne dépasse pas la valeur de **40 MPa**, cela veut dire que notre hypothèse de départ était fautive. Par conséquent, nous devons utiliser la formule suivante :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40\text{MPa}$$

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} \Rightarrow f_{c28} = \frac{f_{cj}(4.76 + 0.83j)}{j}$$

Dans notre cas on $f_{c7}=6.67\text{MPa}$ et $j=7\text{jours}$.

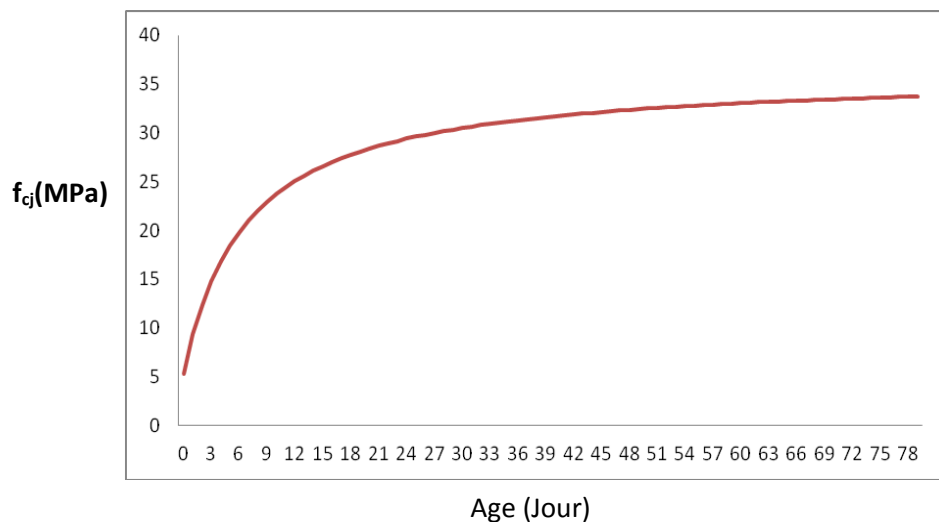
$$f_{c28} = \frac{6.67 \times (4.76 + 0.83 \times 7)}{7} = 10.07\text{MPa}$$

Cette fois-ci, nous vérifions bien que $f_{c28}=10.07\text{MPa}$ est inférieure à **40MPa**.

4) En utilisant la première formule on obtient la courbe suivante :

On a : $f_{c28}=30\text{MPa} < 40\text{MPa}$. Nous traçons alors la formule suivante :

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40\text{MPa}$$



Cette courbe montre bien que la résistance du béton augmente rapidement les premiers jours. Cependant, à partir de 28 jours l'augmentation n'est plus importante, l'utilisation de f_{c28} comme valeur de référence est alors justifiée.

Application N°02 :

Calculer la résistance du béton en compression, à la traction et les modules de déformations à :

- 1) 24 heures
- 2) 07 jours

Sachant qu'il doit atteindre à l'âge de 28 jours une résistance de 30 MPa.

Solution Application N°02 :

- 1) On a : **J=1** et **7 jours < 28 Jours** et **f_{c28} < 40 MPa**

Donc les formules de calcul des résistances en fonction de f_{c28} :

- A la compression : $f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28}$ pour $f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$
- A la traction : $f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj}$
- Pour **J=1** jour, on calcule le module de déformation instantanée : $E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}}$

On commence les calculs :

$$f_{c1} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} = \frac{1}{4.76 + 0.83(1)} 30 = 5.37 \text{ MPa}$$

$$f_{t1} = 0.6 + 0.06 f_{cj} = 0.6 + 0.06 f_{c1} = 0.92 \text{ MPa}$$

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 11000 \sqrt[3]{30} = 34179 \text{ MPa}$$

- 2) Pour **J= 7 jours > 24 heures**, On calcule le module de déformation différée donc

$$E_{vj} = 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} :$$

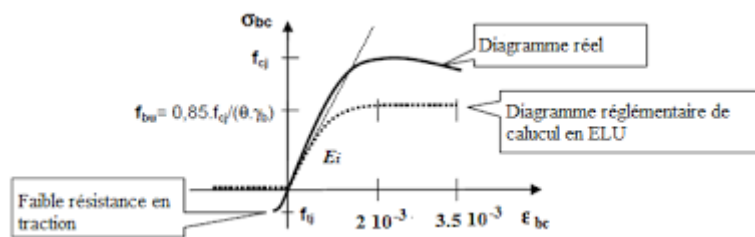
$$f_{c7} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} = \frac{7}{4.76 + 0.83(7)} 30 = 19.87 \text{ MPa}$$

$$f_{t7} = 0.6 + 0.06 f_{cj} = 0.6 + 0.06 f_{c7} = 1.79 \text{ MPa}$$

$$E_{ij} = 3700 \sqrt[3]{f_{c28}} = 3700 \sqrt[3]{30} = 11495 \text{ MPa}$$

On remarque que les résistances du béton en compression et à la traction augmentent en fonction du temps inversement aux modules de déformation.

Chapitre II : Prescriptions réglementaires



II.1 Introduction :

La sécurité est définie comme l'absence de risque et dans le domaine de construction ; cela implique la stabilité et la durabilité et l'aptitude à l'emploi. La sécurité absolue n'existe pas ; il faut accepter une probabilité non négligeable d'accident. Le dimensionnement des ouvrages et la vérification de la sécurité ne peuvent pas se faire de manière empirique. Ils sont basés sur des règles de calculs bien précises.

II.2 Théorie semi -probabiliste - Etats limites : (B.A.E.L) 83-91

Cette théorie consiste à :

- 1) Définir les phénomènes que l'on veut éviter (l'état limite), ces phénomènes sont :
 - Ouverture des fissures soit par :
 - a- Compression successive dans le béton.
 - b- Traction successive dans l'acier.
 - Déformation importante dans l'ensemble.
- 2) Estimer la gravité des risques liés à ces phénomènes (on distingue les états limites ultimes et les états limites de services).
- 3) Dimensionner les éléments de la construction de telle manière que la probabilité d'atteindre l'un de ces phénomènes reste faible.

II.2.1 Etat limite ultime (E.L.U) :

Il correspond à la valeur maximale de la capacité portante de la construction et dont le déplacement entraîne la ruine de la construction.

Exemple :

- a- Etat limite ultime d'équilibre statique de l'ouvrage : c'est la perte de la stabilité d'une partie ou de l'ensemble de la construction (le renversement).
- b- Etat limite ultime de résistance de l'un des matériaux de construction : c'est la perte de résistance soit du béton soit de l'acier.
- c- Etat limite ultime de stabilité de forme (flambement) : les pièces élancées soumises à des efforts de compression subissent des déformations importantes et deviennent instable.

II.2.2 Etat limite de service (E.L.S) :

Il constitue des limites au-delà desquelles les conditions normales d'exploitation ne sont plus satisfaites sans qu'il y est ruine.

Exemple :

- a- Etat limite de service de compression de béton : cette limitation à pour but d'empêcher la formation des fissures.
- b- Etat limite de service d'ouverture des fissures : il consiste à assurer que les armatures sont convenablement disposées dans la section et les contraintes ne dépassent pas la valeur limite.
- c- Etat limite de service de déformation : il consiste à vérifier que les déformations sont inférieures à des déformations limites.

II.3 Actions et Sollicitations

II.3.1 Les actions :

On appelle actions, les forces et les charges appliquées aux déformations imposées. On distingue trois types d'actions :

- Actions permanentes (G) : Ce sont des actions continues dans l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps. Exemple : le poids propre.
- Actions variables ou dites d'exploitations (Q) : Ce sont des actions dans l'intensité varie fréquemment et d'une façon importante dans le temps. La durée d'application est très faible par rapport aux durées de vie de constructions. Les valeurs de ces charges sont fixées par le règlement, en fonction des conditions d'exploitation de la construction.
- Actions accidentelles : Ce sont des actions provenant de phénomènes se produisant rarement avec une faible durée d'application. Exemple : Vent, séisme...

II.3.2 Les sollicitations :

Ce sont les effort normaux et tranchants et les moments fléchissant et de torsions qui sont calculés à partir des actions en utilisant les procédés de la RDM.

II.3.3 Les combinaisons :

Pour déterminer les sollicitations, on utilise les combinaisons d'actions proposées par le CBA :

1) A l'ELU :

$$1.35G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} \cdot Q_1 + \sum_{i=1}^n 1.3\gamma_{Qi} \cdot Q_i \tag{II.1}$$

G_{\max} : actions permanentes défavorables.

G_{\min} : actions permanentes favorables.

Q_1 : actions variables de bases.

Q_i : actions variables d'accompagnement.

γ_{Q1} : coefficient multiplicateur = 1,5 dans le cas général.

Généralement la combinaison s'écrit : **1.35G + 1.5Q**

2) A L'ELS :

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum_{i=1}^n 1.3\gamma_{Qi} \cdot Q_i \quad (\text{II.2})$$

Généralement la combinaison s'écrit : **G + Q**

II.4 Diagramme contraintes-déformations de calcul du béton

Le diagramme contraintes-déformations du béton pouvant être utilisé dans tous les cas est le diagramme de calcul dit "parabole -rectangle" (Figure II.1).

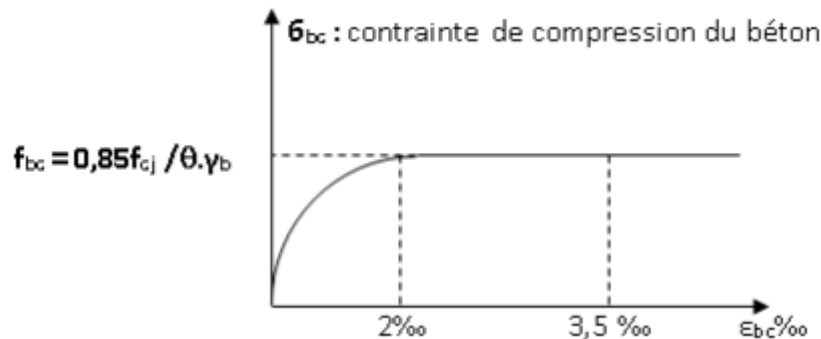


Figure II.1 Diagramme parabol rectangle du béton

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \quad (\text{II.3})$$

Le coefficient $\gamma_b = 1.5$ pour les combinaisons fondamentales

Le coefficient $\gamma_b = 1.15$ pour les combinaisons accidentelles.

Le coefficient $\theta = 1$ lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'actions considérée est supérieure à 24 h

Le coefficient $\theta = 0.9$ lorsque cette durée est comprise entre 1h et 24h

Le coefficient $\theta = 0.85$ lorsqu'elle est inférieure à 1h.

II.5 Diagramme déformations-contraintes de calcul de l'acier

Le diagramme de calcul des aciers est représenté sur la figure II.2.

Le coefficient $\gamma_s = 1.15$ pour les combinaisons fondamentales.

Le coefficient $\gamma_s = 1$ pour les combinaisons accidentelles.

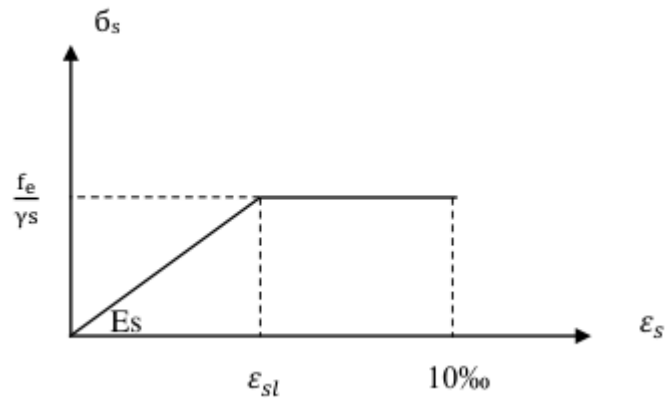


Figure II.2 Diagramme déformations-contraintes de calcul de l'acier

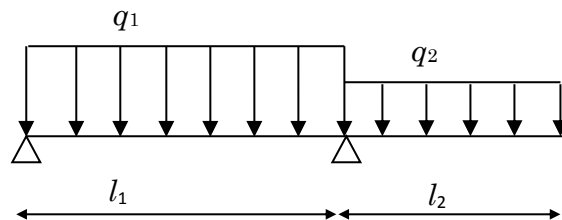
Application N°1 :

Trouver la combinaison d'action la plus défavorable (moment et effort tranchant) pour la poutre suivante sachant que :

La charge permanente $G=20 \text{ KN/m}$.

La surcharge d'exploitation $Q=10 \text{ KN/m}$.

$l_1=5\text{m}; l_2=2\text{m}$.

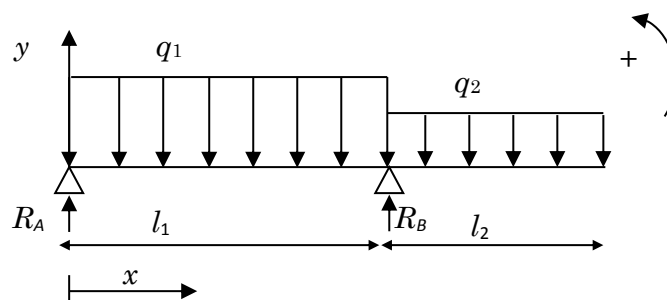


Solution Application N°1 :

On a : la charge permanente $G=20 \text{ KN/m}$; la surcharge d'exploitation $Q=10 \text{ KN/m}$

$l_1=5\text{m}; l_2=2\text{m}$.

Avant de calculer les sollicitations les plus défavorables, il convient d'écrire les équations du moment et de l'effort tranchant en fonction de q_1, q_2, l_1 et l_2 .



1) Détermination des réactions :

➤ **L'équilibre des forces donne :**

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -(q_1 \times l_1) - (q_2 \times l_2) + R_A + R_B = 0 \quad (1)$$

Afin d'éliminer une des réactions (inconnues du problème), il convient d'écrire l'équilibre des moments par rapport à un des points d'application des réactions. Prenons le point **A**.

➤ **L'équilibre des moments donne :**

$$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow -\left(q_1 \times \frac{l_1^2}{2}\right) - \left(q_2 \times l_2 \times \left(l_1 + \frac{l_2}{2}\right)\right) + R_B \times l_1 = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow R_B = \left(q_1 \times \frac{l_1}{2}\right) + \left(q_2 \times l_2 \times \left(1 + \frac{l_2}{2l_1}\right)\right) \quad (3)$$

En introduisant l'équation (3) dans (1) nous obtenons :

$$R_A = (q_1 \times l_1) + (q_2 \times l_2) - \left(q_1 \times \frac{l_1}{2}\right) - \left(q_2 \times l_2 \times \left(1 + \frac{l_2}{2l_1}\right)\right)$$

$$R_A = \left(q_1 \times \frac{l_1}{2}\right) - \left(q_2 \times \frac{l_2^2}{2l_1}\right)$$

Nous avons alors :

$$\begin{cases} R_A = \left(q_1 \times \frac{l_1}{2}\right) - \left(q_2 \times \frac{l_2^2}{2l_1}\right) \\ R_B = \left(q_1 \times \frac{l_1}{2}\right) + \left(q_2 \times l_2 \times \left(1 + \frac{l_2}{2l_1}\right)\right) \end{cases}$$

2) Expression du moment et de l'effort tranchant :

Après détermination des réactions, il est à présent possible d'écrire l'expression du moment fléchissant.

Moment fléchissant :

$$\begin{cases} M(x) = R_A x - q_1 \frac{x^2}{2} & \text{pour } 0 \leq x \leq l_1 \\ M(x) = R_A x - q_1 l_1 \left(x - \frac{l_1}{2}\right) + R_B (x - l_1) - q_2 \frac{(x - l_1)^2}{2} & \text{pour } l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \end{cases}$$

Effort Tranchant :

$$\begin{cases} V(x) = R_A - q_1 x & \text{pour } 0 \leq x \leq l_1 \\ V(x) = R_A - q_1 l_1 + R_B - q_2 (x - l_1) & \text{pour } l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \end{cases}$$

3) Valeurs maximales du moment fléchissant et l'effort tranchant :

Le moment fléchissant atteint son maximum lorsque l'effort tranchant s'annule et ce uniquement sur la travée l_1 . la valeur du moment à l'appui intermédiaire ne dépend que de la charge q_2 et la longueur l_2

$$\begin{cases} V(x) = R_A - q_1 x = 0 \Rightarrow x = \frac{R_A}{q_1} & \text{pour } 0 \leq x \leq l_1 \\ V(x) = R_A - q_1 l_1 + R_B - q_2 (x - l_1) = 0 \Rightarrow x = \frac{R_A - q_1 l_1 + R_B + q_2 l_1}{(q_1 + q_2)} & \text{pour } l_1 \leq x \leq l_2 \end{cases}$$

Par conséquent :

$$\begin{cases} M(0) = 0 \\ M\left(\frac{R_A}{q_1}\right) = R_A x - q_1 \frac{x^2}{2} = \frac{R_A^2}{2q_1} = \frac{q_1 l_1^2}{8} - q_2 \frac{l_2^2}{4} + \left(\frac{q_2}{q_1}\right) q_2 \frac{l_2^4}{8l_1^2} \\ M(l_1) = -q_2 \frac{l_2^2}{2} \\ M(l_1 + l_2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V(0) = V_A = R_A \\ V(l_1) = V_B = R_A + R_B - q_1 l_1 \end{cases}$$

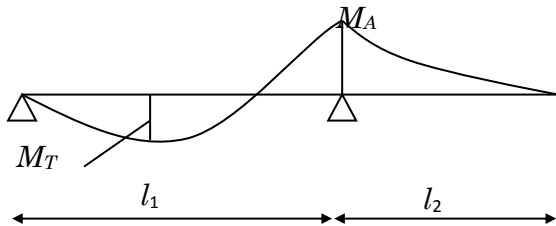


Diagramme du moment fléchissant

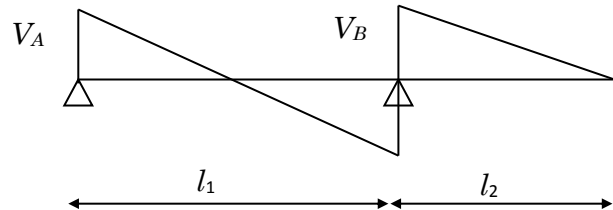


Diagramme de l'effort tranchant

4) Combinaisons d'action :

Les charges \$q_1, q_2\$ sont composées de charge permanente et d'exploitation. La charge permanente, de par sa nature, demeure inchangée dans le temps et dans l'espace et doit être affecté d'un coefficient de pondération à l'état limite ultime égale à 1.35. Par contre la charge d'exploitation change dans le temps et dans l'espace et sera affectée d'un coefficient de pondération égale à 1.5.

Nous pouvons alors imaginer les cas suivants :

<p style="text-align: center;">Cas 1</p> <p>Diagramme de charge combinée \$1.35G+1.5Q\$ appliquée sur toute la longueur des deux travées de longueur \$l_1\$ et \$l_2\$.</p>	<p style="text-align: center;">Cas 2 :</p> <p>Diagramme de charge combinée \$1.35G+1.5Q\$ appliquée sur la première travée de longueur \$l_1\$, et \$1.35G\$ appliquée sur la deuxième travée de longueur \$l_2\$.</p>
<p style="text-align: center;">Cas 3</p> <p>Diagramme de charge combinée \$1.35G\$ appliquée sur la première travée de longueur \$l_1\$, et \$1.35G+1.5Q\$ appliquée sur la deuxième travée de longueur \$l_2\$.</p>	<p style="text-align: center;">Cas 4</p> <p>Diagramme de charge combinée \$1.35G\$ appliquée sur toute la longueur des deux travées de longueur \$l_1\$ et \$l_2\$.</p>

5) Résultats

	q_1 (KN/m)	q_2 (KN/m)	R_A (KN)	R_B (KN)	M_T (KN.m)	M_A (KN.m)
Cas1	42	42	88,2	205,8	92,61	-84
Cas2	42	27	94,2	169,8	105,69	-54
Cas3	27	42	50,7	168,3	47,60	-84
Cas4	27	27	56,7	132,3	59,535	-54

	q_1 (KN/m)	q_2 (KN/m)	R_A (KN)	R_B (KN)	V_A (KN)	V_B (KN)
Cas1	42	42	88,2	205,8	88,2	84
Cas2	42	27	94,2	169,8	94,2	54
Cas3	27	42	50,7	168,3	50,7	84
Cas4	27	27	56,7	132,3	56,7	54

Ces résultats montrent bien que la combinaison d'actions 2 (**cas2**) donne le maximum de moment en travée. Cette combinaison d'actions correspond à une travée chargée complètement (**1.35G+1.5Q**) et une console sans surcharge d'exploitation.

On aurait pu penser que le (**cas 1**) serait le plus défavorable car la poutre est chargée au maximum.

Cet exemple montre bien qu'il faut étudier tous les cas de figures de combinaisons d'actions pour déterminer l'action la plus défavorable.

Application N°2 :

Soit une poutre en béton armé sur deux appuis simples. La poutre a les caractéristiques suivantes :

1) Section de poutre : **15 cm x 50 cm**

2) Portée entre appuis : **6,00 m**

3) Charge d'exploitation :

- Une charge uniformément sur toute la longueur de la poutre de valeur $q_0 = 9 \text{ kN/m}$.
- Une charge concentrée à mi-portée $P_0 = 20 \text{ kN}$.

Déterminer les valeurs numériques maximales de l'effort tranchant **V** et le moment fléchissant **M** sachant que la masse volumique du béton armé est : $\rho = 2500 \text{ Kg /m}^3$.

Solution Application N°2 :

Le schéma ci-après représente les données de notre problème :

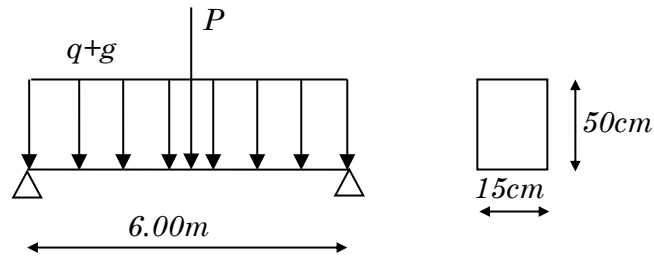
1) Section de poutre : 15 cm x 50 cm

2) Portée entre appuis : 6,00 m.

3) Charge d'exploitation :

- Une charge uniformément sur toute la longueur de la poutre de valeur $q = 9 \text{ kN/m}$.
- Une charge concentrée à mi-portée $P = 20 \text{ kN}$.

4) Le poids propre de la poutre en béton représente la charge permanente. Cette charge est uniformément répartie le long de la poutre



1) Calcul de la charge permanente :

On a : $\rho = 2500 \text{ Kg/m}^3$ qui est la masse volumique du béton.

Pour obtenir un poids réparti sur la longueur de la poutre, il suffit de multiplier la masse volumique du béton par l'accélération terrestre ($g=10\text{m/s}^2$) puis multiplier le poids volumique par la section de la poutre.

Par conséquent :

$$g = (\rho \times g) \times (b \times h) = (2500 \times 10) \times (0.15 \times 0.5) = 1875 \text{ N/m} = 1.875 \text{ KN/m}$$

2) Combinaisons d'actions :

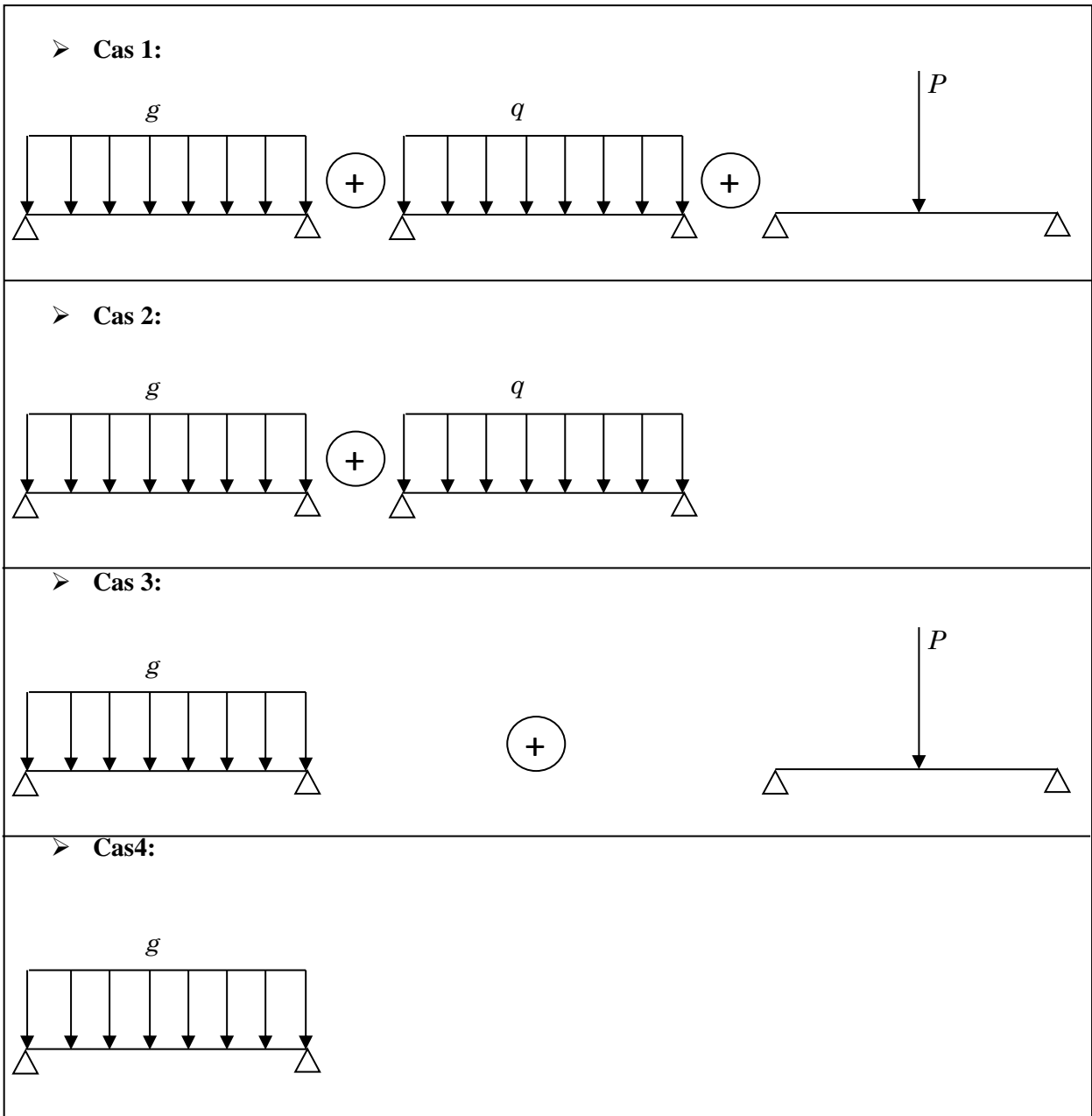
Dans un problème de béton armé, il convient d'imaginer tous les cas de figures possibles de chargement de la poutre afin de déterminer les sollicitations maximales et ferrailer convenablement les différentes sections de béton.

Dans notre cas, seule la charge permanente ne varie pas. Les charges d'exploitation, de par leur nature, changent constamment durant la vie d'une poutre.

De plus à l'état limite ultime il faut pondérer ces charges on a donc :

$$\begin{cases} g = 1.35g_0 = 1.35 \times 1.875 = 2.53 \text{ KN/m} & \text{(charge permanente)} \\ q = 1.5q_0 = 1.5 \times 9 = 13.5 \text{ KN/m} & \text{(surcharge d'exploitation)} \\ P = 1.5P_0 = 1.5 \times 20 = 30 \text{ KN/m} & \text{(surcharge d'exploitation)} \end{cases}$$

Nous pouvons alors imaginer les cas suivants :



D'une manière générale et si on considère que toutes les charges sont appliquées (Cas1) on a :

$$\text{➤ Cas 1: } \begin{cases} M(x) = (R_A \times x) - g \frac{x^2}{2} - q \frac{x^2}{2} & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ M(x) = (R_A \times x) - g \frac{x^2}{2} - q \frac{x^2}{2} - P \left(x - \frac{l}{2} \right) & \text{pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \\ R_A = (g + q) \frac{l}{2} + \frac{P}{2} \end{cases}$$

Les autres cas sont déduits du cas général en annulant soit q soit P soit les deux.

$$\begin{aligned} \text{➤ Cas 2: } & \begin{cases} M(x) = (R_A \times x) - g \frac{x^2}{2} - q \frac{x^2}{2} \\ R_A = (g + q) \frac{l}{2} \end{cases} \\ \text{➤ Cas 3: } & \begin{cases} M(x) = (R_A \times x) - g \frac{x^2}{2} & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ M(x) = (R_A \times x) - g \frac{x^2}{2} - P \left(x - \frac{l}{2} \right) & \text{pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \\ R_A = g \frac{l}{2} + \frac{P}{2} \end{cases} \\ \text{➤ Cas 4: } & \begin{cases} M(x) = (R_A \times x) - g \frac{x^2}{2} \\ R_A = g \frac{l}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

L'effort tranchant étant la dérivée du moment fléchissant, on obtient pour chaque cas :

$$\begin{aligned} \text{➤ Cas 1: } & \begin{cases} V(x) = R_A - gx - qx & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ V(x) = R_A - gx - qx - P & \text{pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \\ R_A = (g + q) \frac{l}{2} + \frac{P}{2} \end{cases} \\ \text{➤ Cas 2: } & \begin{cases} V(x) = R_A - gx - qx \\ R_A = (g + q) \frac{l}{2} \end{cases} \\ \text{➤ Cas 3: } & \begin{cases} V(x) = R_A - gx & \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ V(x) = R_A - gx - P & \text{pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \\ R_A = g \frac{l}{2} + \frac{P}{2} \end{cases} \\ \text{➤ Cas 4: } & \begin{cases} V(x) = R_A - gx \\ R_A = g \frac{l}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Trouver le maximum du moment fléchissant revient à trouver le minimum de sa dérivée (effort tranchant).

Le cas le plus compliqué est le cas 1 :

$$\begin{cases} V(x) = R_A - gx - qx - P = 0 & \text{pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \\ R_A = (g + q) \frac{l}{2} + \frac{P}{2} \end{cases}$$

Nous pouvons facilement vérifier que c'est la même distance pour les autres cas.

Le maximum de l'effort tranchant se trouve au niveau des appuis, soit à $x=0$ et $x=l$

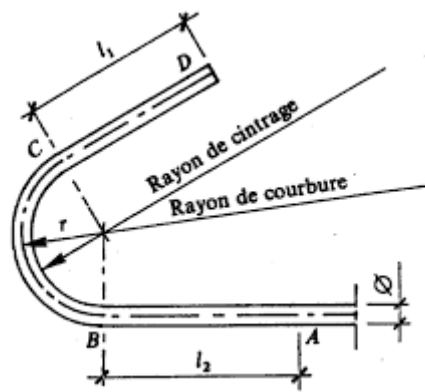
Par conséquent nous devons calculer $M(\frac{l}{2})$, $V(0)$ et $V(l)$

Ainsi nous obtenons :

Cas	Combinaison	M_{\max} (KN.m)	V_{\max} (KN)
Cas 1	1.35g+1.5q+1.5P	117.14	63.09
Cas 2	1.35g+1.5q	72.14	48.09
Cas 3	1.35g+1.5P	56.39	22.59
Cas 4	1.35g	11.39	7.59

Le cas qui donne le maximum en termes de moment fléchissant et effort tranchant est le cas 1. Il correspond au cas où toutes les charges sont appliquées simultanément.

Chapitre III : Adhérence et ancrage



III.1 Organigramme de calcul de l'adhérence Acier-Béton :

I- Ancrage des armatures

1- Contrainte limite d'adhérence

$$\tau_{su} = 0,6 \psi_s^2 f_{tj}$$

Avec ψ_s : coefficient de scellement = $\begin{cases} 1 & \text{rond lisse (RL)} \\ 1.5 & \text{haute adhérence (HA)} \end{cases}$

f_{tj} : Résistance à la traction du béton à j jours $f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj}$

2- Ancrage rectiligne

2-1 barre isolée tendue

La longueur de scellement L_s : c'est la longueur nécessaire pour assurer un ancrage total sous contrainte d'adhérence τ_{su}

$$L_s = \frac{\varnothing f_e}{4 \tau_{su}}$$

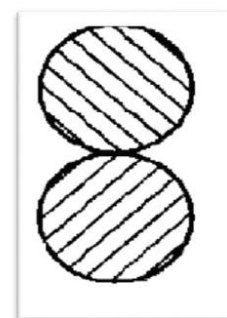
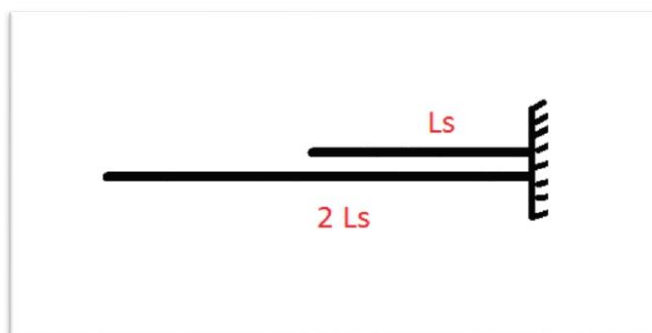
Avec \varnothing : diamètre de l'acier

f_e : Limite d'élasticité d'acier en MPa

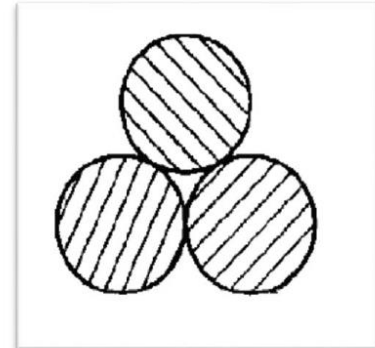
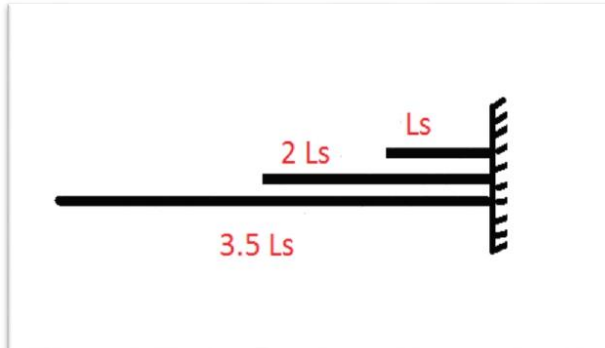
Rq : pour des calculs précis on adopte les valeurs suivantes :

$$L_s = \begin{cases} 40\varnothing \text{ barre HA pour } f_e = 400\text{MPa} \\ 50\varnothing \text{ barre HA pour } f_e = 500\text{MPa} \\ 50\varnothing \text{ barre RL} \end{cases}$$

2-2 paquets de 2 barres de mêmes diamètres



2-Paquets de 3 barres de mêmes diamètres



3- Ancrage courbe des barres tendues

Par manque de place, $L_s >$ coté de poteau del'appui de rive, on est obligé d'avoir recours à l'ancrage courbe.

✓ Les parties AB et CD sont des parties rectilignes

La partie BC est une partie courbe

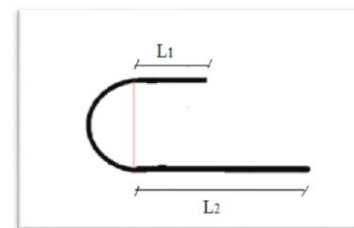
Donc la longueur de scellement droite donnée par la relation

$$L_s = \alpha L_1 + L_2 + \beta R$$

Avec R : rayon de courbure minimal

Pour les armatures longitudinales

$$\begin{cases} R \geq 3\phi \text{ pour RL} \\ R \geq 5.5\phi \text{ pour HA} \end{cases}$$



Pour les armatures transversales $\begin{cases} R \geq 2\phi \text{ pour RL} \\ R \geq 3\phi \text{ pour HA} \end{cases}$

✓ α et β sont des coefficients qui dépendent de coefficient de frottement $\varphi = 0.4$ et l'angle θ

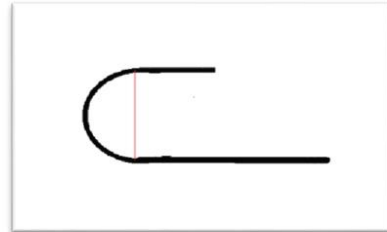
Θ	90°	120°	135°	180°
$\alpha = e^{\varphi\theta}$	1.87	2.31	2.57	3.51
$\beta = \frac{e^{\varphi\theta} - 1}{\varphi}$	2.19	3.24	4.62	6.28

Application sur le crochet courant

On utilise le plus couramment :

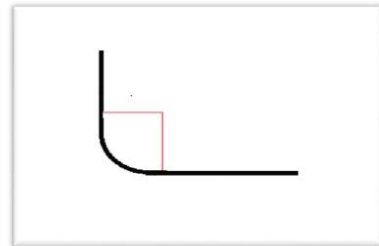
Crochets normal $\theta = 180^\circ$

$$L_s = 3.51 L_1 + L_2 + 6.28 R$$



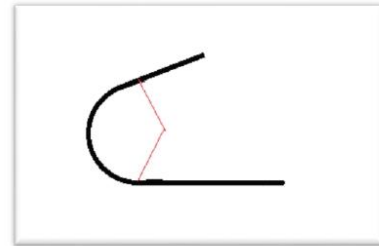
Crochets à $\theta = 90^\circ$ (recommandation RPS)

$$L_s = 1.87 L_1 + L_2 + 2.19 R$$



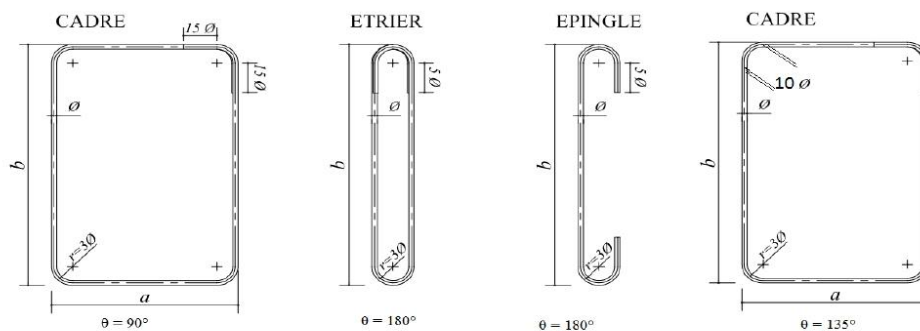
crochets à $\theta = 135^\circ$

$$L_s = 2.57 L_1 + L_2 + 3.92R$$



4- Ancrage des cadres

Pour assurer l'ancrage totale des cadres ; épingles ou étriers, les parties courbes sont prolongées par des parties rectilignes en fonction de l'angle θ

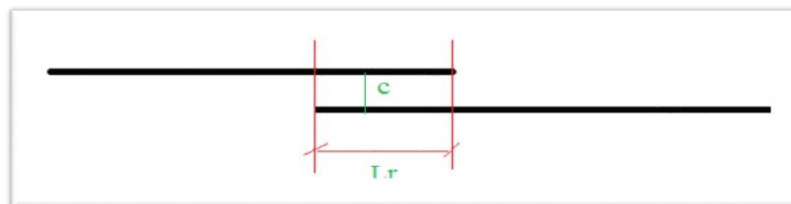


5- Jonction par recouvrement

On aura besoin lorsque la longueur de la barre dépasse la longueur commerciale.

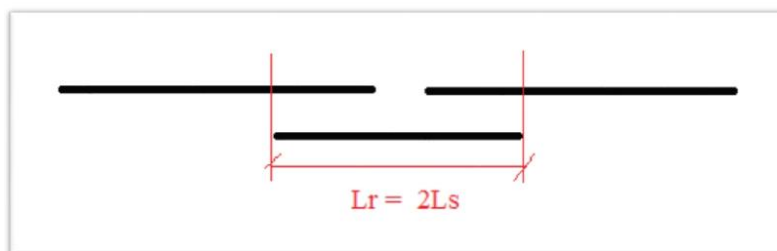
5-1 barre rectiligne

- a- Barre tendue - continuité par simple recouvrement
Soit 2 barres de même type et de même diamètres



$$L_s = \begin{cases} L_s + c & \text{pour } c \geq 5\emptyset \\ L_s & \text{pour } c < 5\emptyset \end{cases}$$

- b- Barre tendue – continuité par couvre joint



- c- Barre comprimée – continuité par simple recouvrement

Pour 2 barres de mêmes diamètres, la longueur de recouvrement est :

$$L_r = 0.6 L_s$$

Application N°01 :

Pour une barre HA de limite élastique $f_e=500$ MPa dans du béton de $f_{c28} = 25$ MPa, calculer τ_{su} ainsi que la longueur de scellement droit.

Solution Application N°01 :

- 1) $f_{ij} = 0.6+0.06 \times 25 = 2,1$ MPa ce qui nous donne une contrainte $\tau_{su} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,84$ MPa
- 2) Pour une barre HA dans un tel béton on a trouvé une contrainte $\tau_{su} = 2,84$ MPa d'où $L_s = \Phi 500 / (4 \times 2,84) = 44\Phi$ Soit pour une barre HA20, un scellement de **88cm**

Application N°02 :

Déterminer la longueur droite CD pour que la barre soit totalement ancrée au point A.

$\Theta = 135^\circ$, $r = 5,5 \cdot \Phi$, Barre HA16, $AB = 6$ cm

$f_e = 500$ MPa; $f_{c28} = 25$ MPa; $\tau_{su} = 2,84$ MPa



Solution Application N°02 :

Il y aura ancrage total si en A l'acier travaille en traction à f_e .

L'effort à reprendre sera donc de :

$$F_A = [\pi \cdot \Phi^2/4] \cdot f_e = \pi \cdot 0,016^2 \cdot 500 / 4 = 0,100 \text{ MN}$$

L'effort en B sera plus faible du fait de l'adhérence le long de AB :

$$F_B = F_A - \pi \cdot \Phi \cdot L_{AB} \cdot \tau_{su} = 0,100 - \pi \cdot 0,016 \cdot 0,06 \cdot 2,84 = 0,092 \text{ MN}$$

L'effort en C est déterminé par l'équation de l'ancrage courbe :

$$F_C = F_B \cdot e^{-0,4\theta} - \pi \cdot \Phi \cdot r \cdot \tau_{su} [1 - e^{-0,4\theta}] / 0,4 = 0,092 \cdot 0,39 - \pi \cdot 0,016 \cdot 5,5 \cdot 0,016 \cdot 2,84 \cdot 1,53 = 0,0166 \text{ MN}$$

La longueur droite CD doit donc permettre d'ancrer cet effort :

$$\pi \cdot \Phi \cdot L_{CD} \cdot \tau_{su} = \pi \cdot 0,016 \cdot L_{CD} \cdot 2,84 = 0,0166 \text{ soit } L_{CD} = 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

La longueur développée de l'ancrage courbe est :

$$6 + 5,5 \cdot 1,6 \cdot 3 \cdot \pi / 4 + 12 = 39 \text{ cm}$$

A comparer à la longueur nécessaire à un scellement droit $44 \Phi = 44 \cdot 1,6 = 70$ cm. Cette économie est due à l'effet de courroie.

Application N°03 :

Dans les années 60 le déplacement du temple d'Abou Simbel en haute Egypte nécessita le démontage et remontage d'éléments en grés. Le risque d'endommagement du parement n'a pas permis le soulèvement des blocs avec des sangles (voir fig. Solution A). Il est alors envisagé de forer le gré à un diamètre légèrement supérieur à celui d'une barre de scellement à haute adhérence (acier cranté). Puis de sceller la barre avec de la résine. Des essais sur la résine ont permis de définir les valeurs de contrainte limite d'adhérence à l'état limite ultime suivantes :

- entre l'acier à haute adhérence et la résine : 4 MPa ;
- entre le gré et la résine : 2,5 MPa

Autres données du problème :

- Volume du bloc $6,5 \text{ m}^3$;
- Masse volumique du gré : 2 tonnes par m^3 ;
- Diamètre de la barre en acier 40mm ;
- Diamètre du trou 50mm ;
- Longueur du scellement 50 cm ;
- Limite élastique de l'acier ;

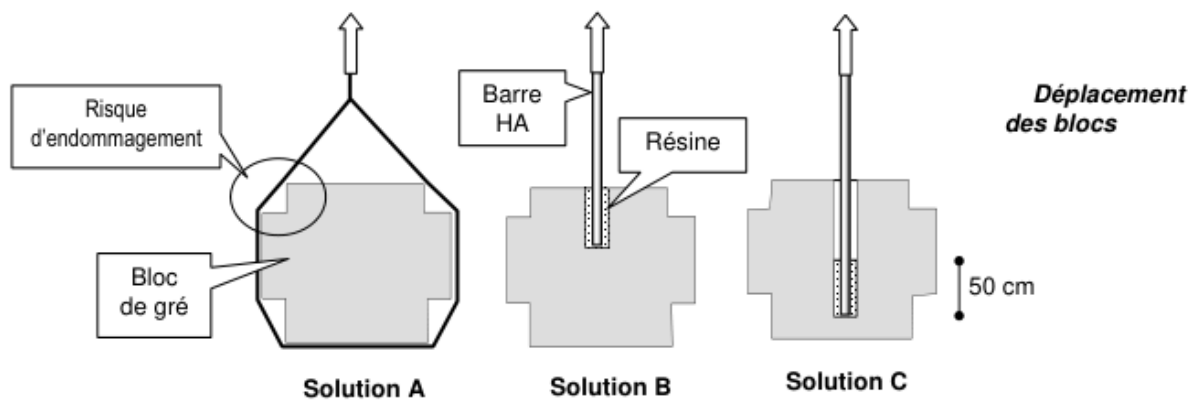
400 MPa (valeur courante dans les années 60).

- 1) Expliquer pourquoi la faible résistance du gré en traction ne permet pas de retenir la solution B.

La solution C, finalement adoptée, consiste à forer un trou sur pratiquement toute la hauteur du bloc et de ne sceller la barre que sur les 50 premiers cm au fond du trou.

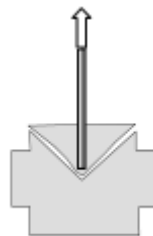
- 2) Vérifier que l'on peut ainsi effectivement soulever le bloc, en prenant un coefficient de sécurité de 1,5 sur la charge et 1,15 sur la limite élastique de l'acier (les coefficients de sécurité sur l'adhérence étant déjà intégrés dans les valeurs 1,5 et 5 MPa).





Solution Application N°03 :

1) Il peut y avoir arrachement d'un cône de béton (voir figure ci contre)).



2) Vérification :

Poids du bloc de béton :

$$1,5 \times \text{Poids du bloc} = 1,5 \cdot 6,5 \cdot 2000 \cdot 9,81 \cdot 10^{-6} = 0,191 \text{ MN}$$

Effort maximum de traction dans la barre :

$$F1 = [\pi \cdot \Phi^2 / 4] \cdot f_e / \gamma_s = [\pi \cdot 0,04^2 / 4] \cdot 400 / 1,15 = 0,437 \text{ MN}$$

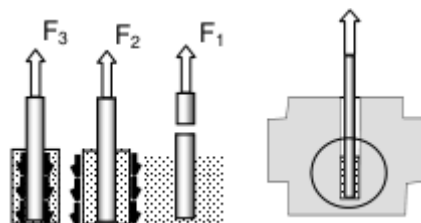
Glissement entre résine et béton :

$$F2 = \pi \cdot \Phi_{\text{résine}} \cdot L \cdot \tau_{\text{su résine béton}} = \pi \cdot 0,050 \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 0,196 \text{ MN}$$

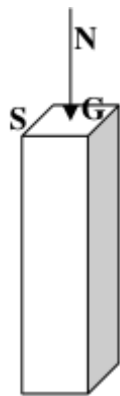
Glissement entre acier et béton :

$$F3 = \pi \cdot \Phi_{\text{acier}} \cdot L \cdot \tau_{\text{su acier béton}} = \pi \cdot 0,04 \cdot 0,50 \cdot 4 = 0,251 \text{ MN}$$

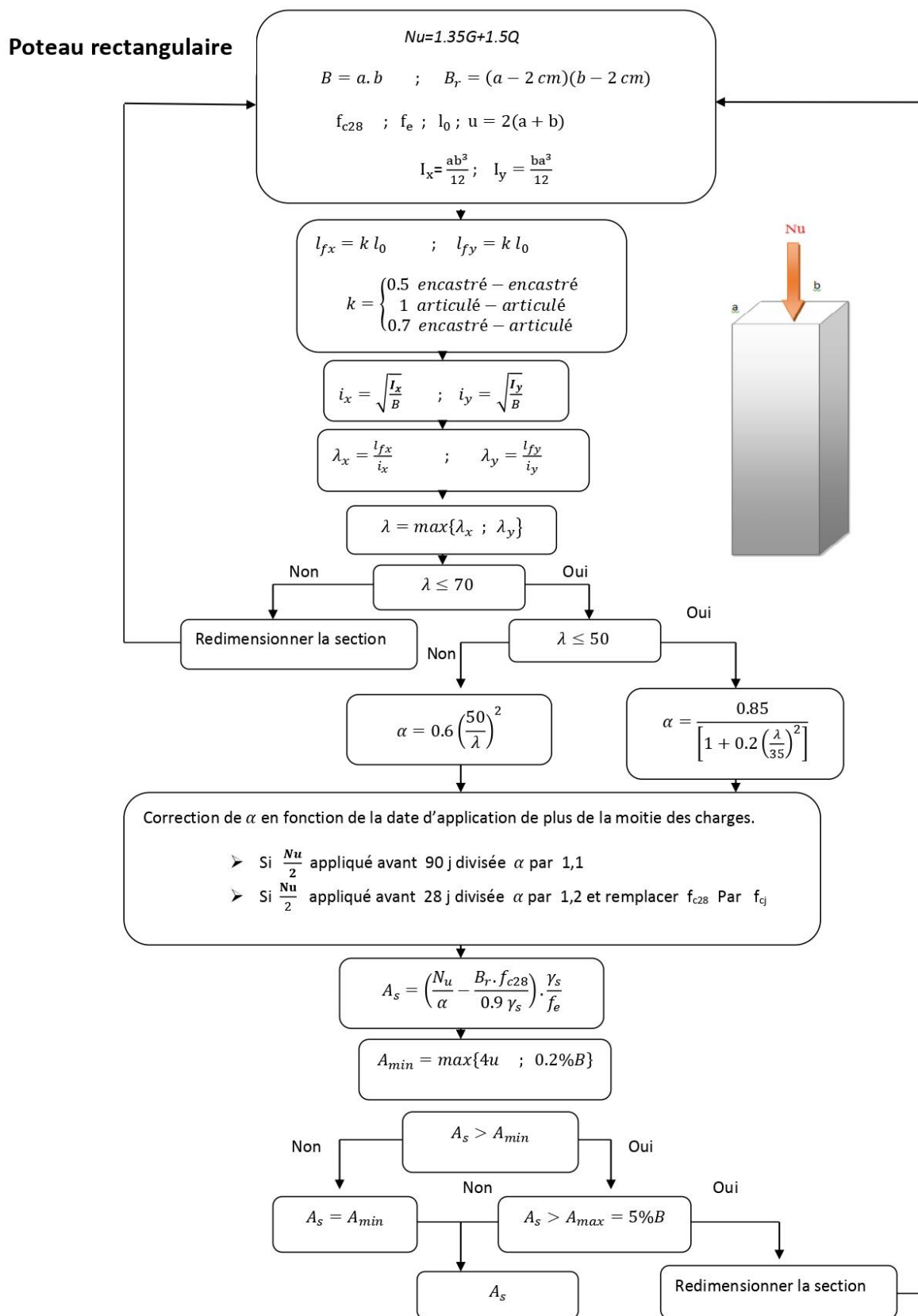
On vérifie que 0,191 est inférieur à la plus petite des 3 valeurs F1 , F2 et F3



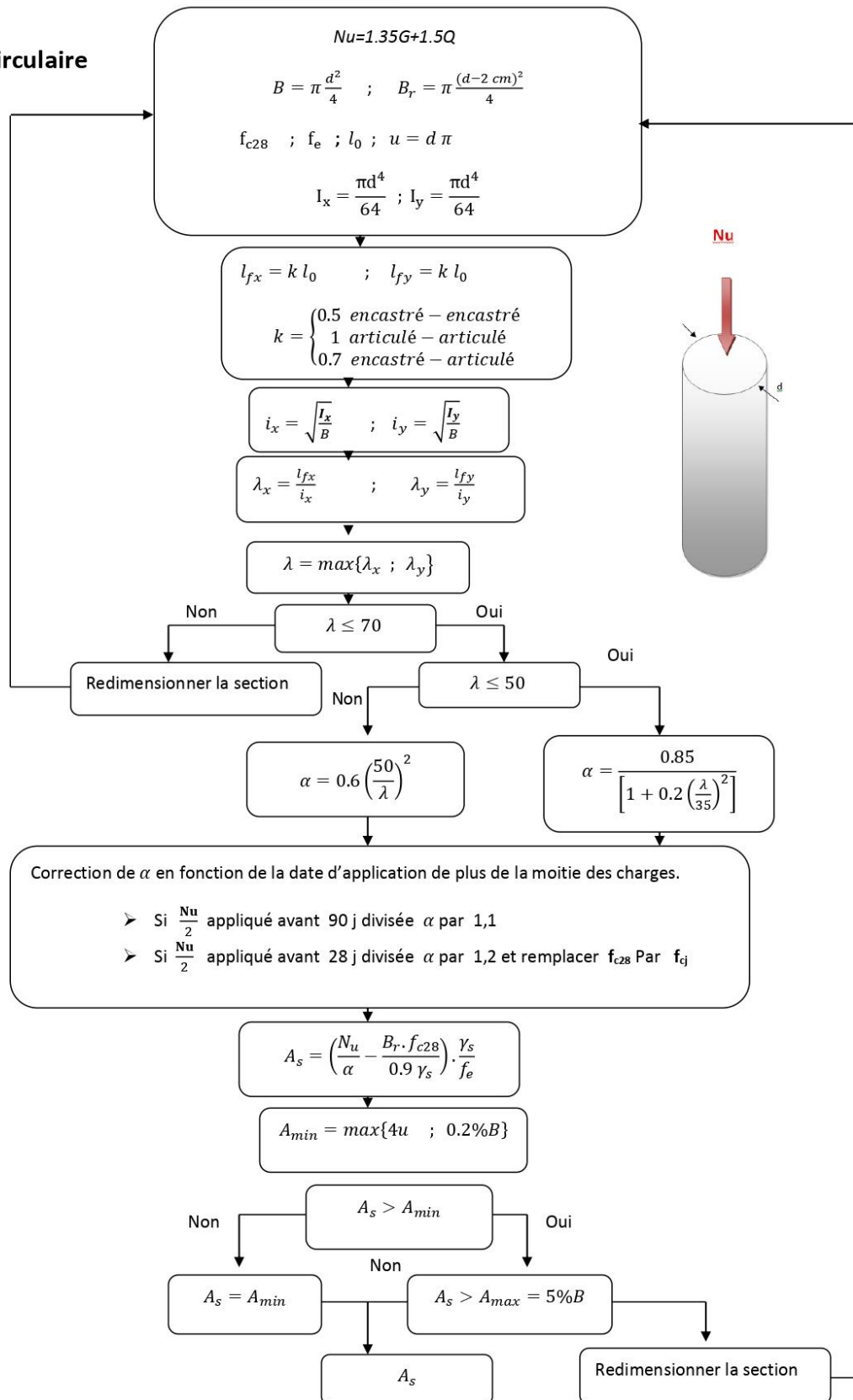
Chapitre IV : Compression simple

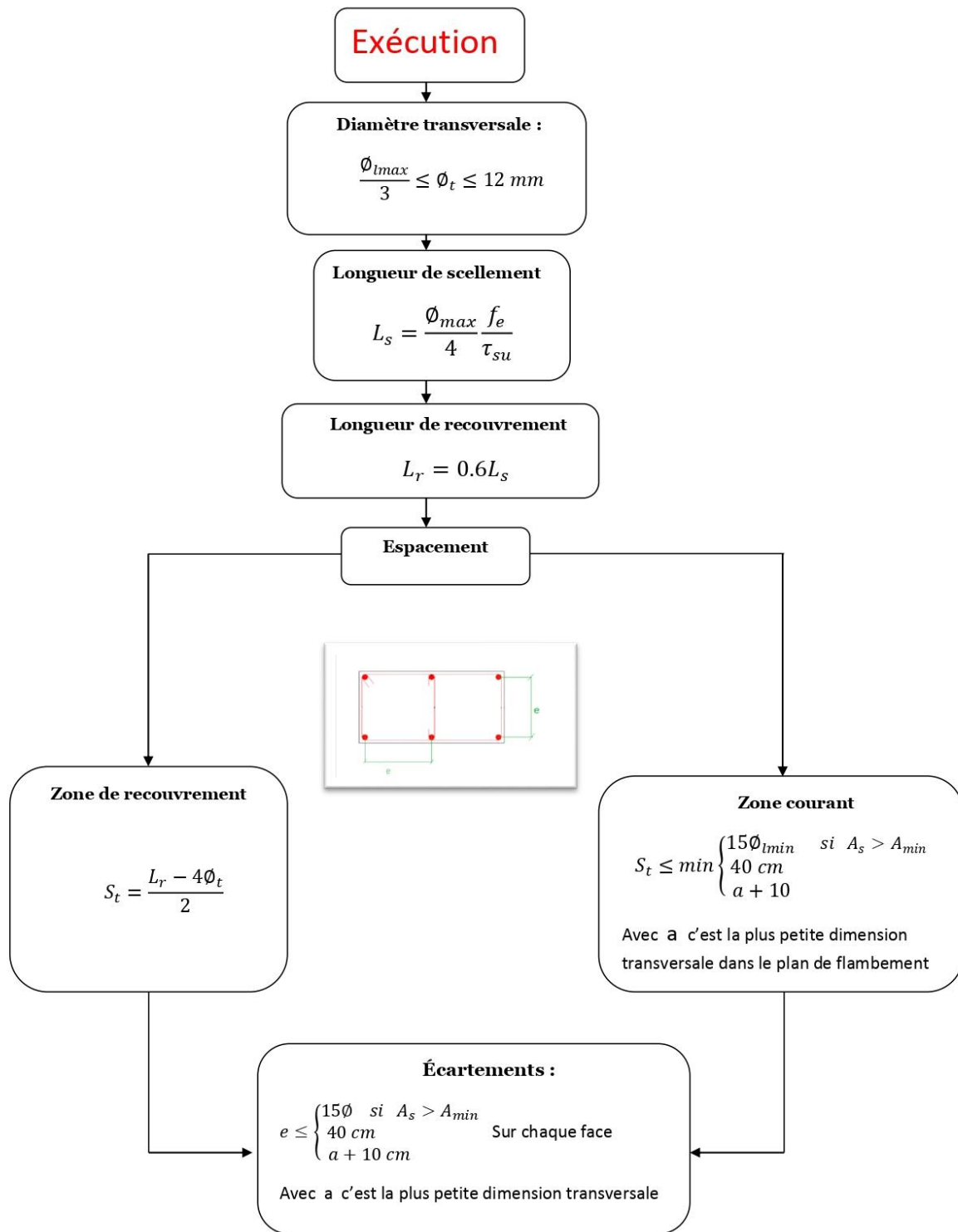


IV.1 Organigrammes pour poteaux soumis à la compression simple :



Poteau circulaire





Application N°01:

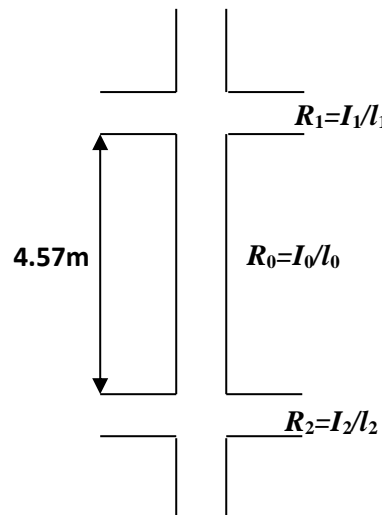
1) Déterminer la section d'acier pour un poteau en béton armé soumis à un effort de compression simple appliqué au centre de gravité d'une section carrée de **(25x25) cm²**. L'effort de Compression vaut à l'état limite ultime **850 kN** et à l'état limite de service **600 kN**. Le béton a une résistance **f_{c28}=30MPa**. Les ferrailages sont en acier haute adhérence **FeE400 (HA16)**. Le poteau est assemblé à des poutres ayant la même raideur et se trouve entre deux planchers d'un étage de **L₀=4.57 m** de hauteur.

Plus de la moitié de l'effort de compression est appliquée **avant 90 jours**.

2) Déterminer le ferrailage transversal.

3) Schématiser votre choix de section d'acier.

4) Calculer à l'état limite ultime la section d'acier du même poteau avec une section circulaire de béton dont le diamètre est égal à **25 cm**. Que remarquez-vous ?



Solution Application N°01:

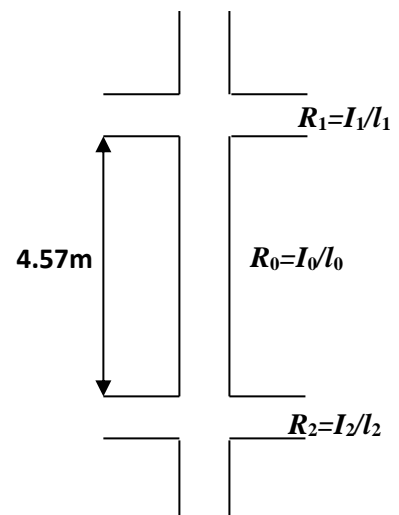
Données du problème :

Béton :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Section carrée: } B = 25 \times 25 = 625 \text{ cm}^2 \\ \text{Section réduite: } B_r = (25-2) \times (25-2) = 529 \text{ cm}^2 \\ f_{c28} = 30 \text{ MPa} \\ f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0.85 \times 30}{1.5} = 17 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Acier :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_e = 400 \text{ MPa (FeE400)} \\ \gamma_s = 1.15 \\ \eta = 1.6 \rightarrow \text{HA (Haute Adhérence)} \end{array} \right.$$



$$\text{Effort : } \begin{cases} Nu = 850KN = 0.85MN \\ N_{ser} = 600KN = 0.6MN \end{cases}$$

$$\text{Géométrie : } \begin{cases} l_0 = 4.57m \\ R_1 > R_0 \text{ et } R_2 > R_0 \Rightarrow k = 0.7 \\ l_f = kl_0 = 0.7l_0 = 0.7 \times 4.57 = 3.20m \end{cases}$$

1.1) Calcul à l'état limite ultime (ELU) :

Il s'agit d'une section carrée, il n'y a donc pas de petit coté. On prend $a=25 \text{ cm}$.

$$\text{Rayon de giration : } i = \sqrt{\frac{I}{B}} = \sqrt{\frac{a^4}{12a^2}} = \frac{a}{\sqrt{12}} = \frac{25}{\sqrt{12}} = 7.216cm$$

$$\text{Élancement : } \lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{320}{7.21} = 44.34$$

$$\lambda \leq 50 \Rightarrow \beta = 1 + 0.2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2 = 1 + 0.2 \left(\frac{44.38}{35} \right)^2 = 1.321$$

Plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jour, $k=1.10$.

$$A_t = \frac{k \times \beta \times Nu - Br \times \frac{f_{bu}}{0.9}}{0.85 \times \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{1.10 \times 1.1.321 \times 0.85 - 0.0529 \times \frac{17}{0.9}}{0.85 \times \frac{400}{1.15}} = 0.000799m^2 = 7.99cm^2$$

Choix de la section :

$A_t \geq 7.99Cm^2$ Donc on peut choisir 4 barres HA16 sachant que la section d'une barre HA16 = 2.01 Cm².

$$A_t = 4 \times 2.01 = 8.04Cm^2 > 7.99 Cm^2 \Rightarrow OK.$$

$$0.2 \frac{B}{100} \leq A_t \leq 5 \frac{B}{100} \Rightarrow 0.2 \frac{625}{100} \leq 8.04 \leq 5 \frac{625}{100} \Rightarrow 1.25 \leq 8.04 \leq 31.25 \Rightarrow OK$$

1.2) Vérification l'état limite de service (ELS) :

On doit vérifier la contrainte du béton en tenant compte de la présence des armatures

$$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_s \Rightarrow \frac{N_{ser}}{B + 15A_t} \leq 0.6f_{c28} \Rightarrow \frac{0.6}{(625 + 15 \times 8.04) \times 10^{-4}} \leq 0.6f_{c28} \Rightarrow 8.04MPa \leq 18MPa \Rightarrow OK$$

2) Armature transversale :

2.1) Diamètre :

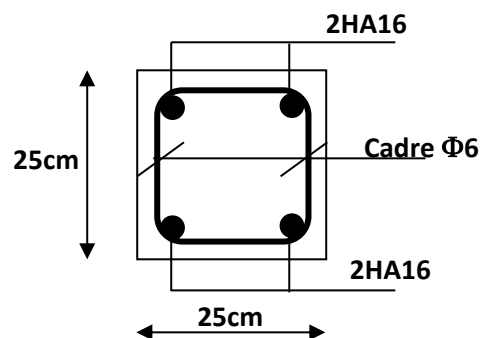
$$\begin{cases} \Phi_t \approx \frac{\Phi_l}{3} = \frac{16}{3} = 5.33mm \Rightarrow \text{Soit des cadres de diamètre } \mathbf{6mm} \\ \Phi_t \leq 12mm \end{cases}$$

2.1) Espacement en zone courante :

$$S_t \leq \min \begin{cases} 40cm \\ a + 10cm = 25 + 10 = 35cm \Rightarrow \text{Soit un espacement en zone courante égale à} \\ 15 \times \Phi_{l\min} = 15 \times 1.6 = 24cm \end{cases}$$

20cm

3) Schématisation du ferrailage :



4) Calcul à l'état limite ultime d'une section circulaire D=25cm (ELU) :

$$\text{Rayon de giration : } i = \sqrt{\frac{I}{B}} = \sqrt{\frac{4\pi D^4}{64\pi D^2}} = \frac{D}{4} = \frac{25}{4} = 6.25cm$$

$$\text{Élancement : } \lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{320}{6.25} = 51.2$$

$$50 \leq \lambda \leq 70 \Rightarrow \beta = 1.41 \left(\frac{\lambda}{50} \right)^2 = 1.41 \left(\frac{51.2}{50} \right)^2 = 1.44$$

Plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jour, **k=1.10**.

$$Br = \frac{\pi(25 - 2)^2}{4} = 415.47cm^2$$

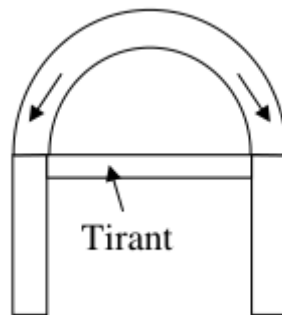
$$A_t = \frac{k \times \beta \times Nu - Br \times \frac{f_{bu}}{0.9}}{0.85 \times \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{1.10 \times 1.44 \times 0.85 - 0.0415 \times \frac{17}{0.9}}{0.85 \times \frac{400}{1.15}} = 0.001902m^2 = 19.02cm^2$$

Choix de la section :

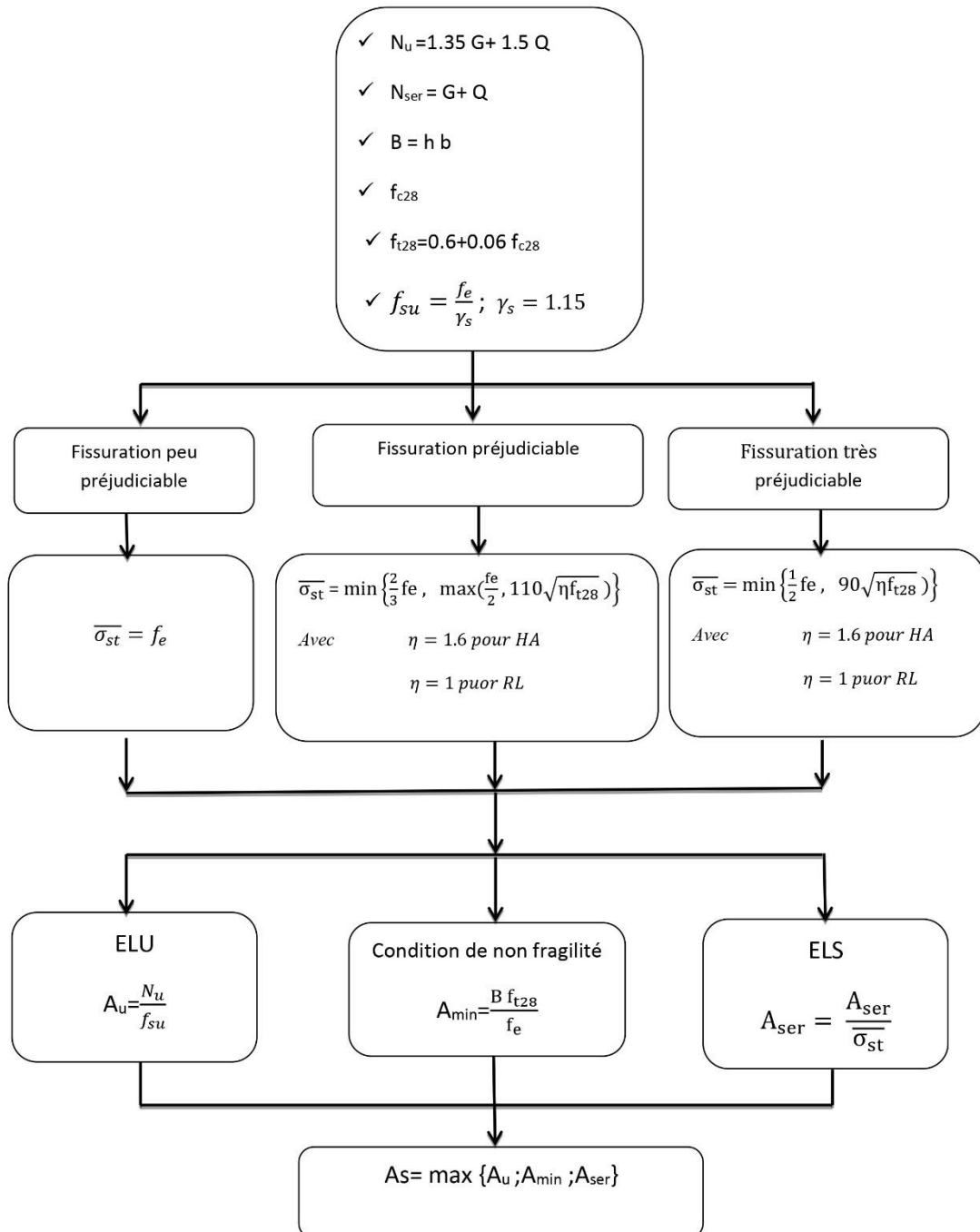
$$\begin{cases} A_{l2} = 19.02 \text{ cm}^2 \\ A_{l1} = 7.99 \text{ cm}^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A_{l2}}{A_{l1}} = \frac{19.02}{7.99} = 2.38$$

La section d'acier d'une section circulaire de diamètre égal au coté d'une section carrée est presque **02 fois** plus grande que celle d'une section carrée.

Chapitre V : Traction simple



V.1 Organigramme pour les calculs des tirants :



Application N°01

- 1) Déterminer la section d'acier pour un tirant en béton armé soumis à un effort de traction simple appliqué au centre de gravité d'une section carrée de **(15x15) cm²**. L'effort de traction vaut à l'état limite ultime **220 kN** et à l'état limite de service **160 kN**. Le béton a une résistance **f_{c28}=30MPa**. Les ferrillages sont en acier haute adhérence **FeE400**. Le tirant se trouve dans un milieu agressif favorisant l'apparition de fissurations préjudiciables.
- 2) Quelle serait la section d'acier si on change la section du béton à **(20x20) cm²**.
- 3) Faites un choix des barres et schématisez votre choix de section d'acier.

Solution Application N°01

Données du problème :

$$\text{Béton : } \begin{cases} \text{Section carrée: } 15 \times 15 \text{ cm}^2 \\ f_{c28} = 30 \text{ MPa} \\ f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times (30) = 2.4 \text{ MPa} \\ \overline{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{c28} = 0.6 \times 30 = 18 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Acier : } \begin{cases} f_e = 400 \text{ MPa (FeE400)} \\ \gamma_s = 1.15 \\ \eta = 1.6 \rightarrow \text{HA (Haute Adhérence)} \end{cases}$$

$$\text{Effort : } \begin{cases} N_u = 220 \text{ kN} = 0.22 \text{ MN} \\ N_{ser} = 160 \text{ kN} = 0.16 \text{ MN} \end{cases}$$

1.1) Calcul à l'état limite ultime (ELU) :

$$A_{su} = \frac{N_u}{f_e / \gamma_s} = \frac{0.22}{400 / 1.15} = 0.000632 \text{ m}^2 = 6.32 \text{ cm}^2$$

1.2) Calcul à l'état limite de service (ELS) :

Fissurations préjudiciables :

$$\overline{\sigma}_s = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} f_e \\ \max(240; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}) \end{array} \right. = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 400 = 266 \text{ MPa} \\ \max(240; 110 \sqrt{1.6 \times 2.4} = 216 \text{ MPa}) \end{array} \right. \Rightarrow \overline{\sigma}_s = 240 \text{ MPa}$$

$$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\overline{\sigma}_s} = \frac{0.16}{240} = 6.66 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 6.66 \text{ cm}^2$$

1.3) Condition de non fragilité :

$$A_{min} = \frac{B \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.15 \times 0.15 \times 2.4}{400} = 0.000135 \text{ m}^2 = 1.35 \text{ cm}^2$$

1.4) Choix de la section :

$$A_s \geq \text{Max}(A_{\min}; A_{su}; A_{ser}) \Rightarrow A_s \geq \text{Max}(1.35\text{cm}^2; 6.32; 6.66) \Rightarrow A_s \geq 6.66\text{cm}^2$$

$A_s \geq 6.66\text{cm}^2$ Donc on peut choisir 4 barres HA16 sachant que la section d'une barre HA16 = 2.01 Cm².

$$A_s = 4 \times 2.01 = 8.04\text{cm}^2 > 6.66 \text{ cm}^2 \Rightarrow OK .$$

2) Si on change la section du béton, seule la condition de non fragilité change. Les calculs à l'ELU et à l'ELS sont indépendants de la section du béton vue que celui-ci est fissuré et par conséquent négligé.

On a alors :

$$A_{\min} = \frac{B \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.2 \times 0.2 \times 2.4}{400} = 0.00024\text{m}^2 = 2.4\text{cm}^2$$

$$A_s = 4 \times 2.01 = 8.04\text{cm}^2 > A_{\min} = 2.4\text{cm}^2 \Rightarrow OK$$

La section choisie dans le premier calcul reste alors inchangée.

Application N°02 :

Calculer l'effort normal ultime et de service de traction que peut supporter une section carrée (30x30) cm² ferrillée avec 4 barres HA12 (FeE400) sachant que la résistance du béton à 28 jours vaut $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$ et la fissuration est préjudiciable.

Solution Application N°02

Données du problème :

$$\text{Béton : } \begin{cases} \text{Section carrée : } 30 \times 30 \text{ cm}^2 \\ f_{c28} = 30 \text{ MPa} \\ f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times (30) = 2.4 \text{ MPa} \\ \sigma_{bc} = 0.6 f_{c28} = 0.6 \times 30 = 18 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Acier : } \begin{cases} f_e = 400 \text{ MPa (FeE400)} \\ \gamma_s = 1.15 \\ \eta = 1.6 \rightarrow \text{HA (Haute Adhérence)} \\ A_{su} = A_{ser} = 4 \text{ HA12} = 4 \times 1.13 = 4.52 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

1.1) Calcul à l'état limite ultime (ELU) :

$$A_{su} = \frac{Nu}{f_e / \gamma_s} \Rightarrow Nu = A_{su} \times (f_e / \gamma_s) = 4.52 \times 10^{-4} \times (400 / 1.15) = 0.157 \text{ MN} = 157.72 \text{ KN}$$

1.2) Calcul à l'état limite de service (ELS) :

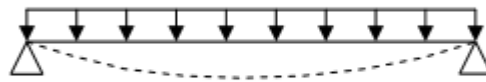
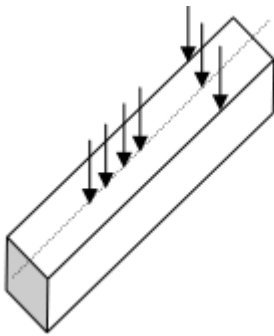
Fissurations

préjudiciables :

$$\bar{\sigma}_s = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} f_e \\ \max(240; 110\sqrt{\eta f_{t28}}) \end{array} \right. = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 400 = 266MPa \\ \max(240; 110\sqrt{1.6 \times 2.4} = 216MPa) \end{array} \right. \Rightarrow \bar{\sigma}_s = 240MPa$$

$$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s} \Rightarrow N_{ser} = A_{ser} \times \bar{\sigma}_s = 4.52 \times 10^{-4} \times 240 = 0.1084MN = 108.48KN$$

Chapitre VI : Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple



VI.1 Organigramme de calcul des poutres rectangulaires soumises à la flexion simple :

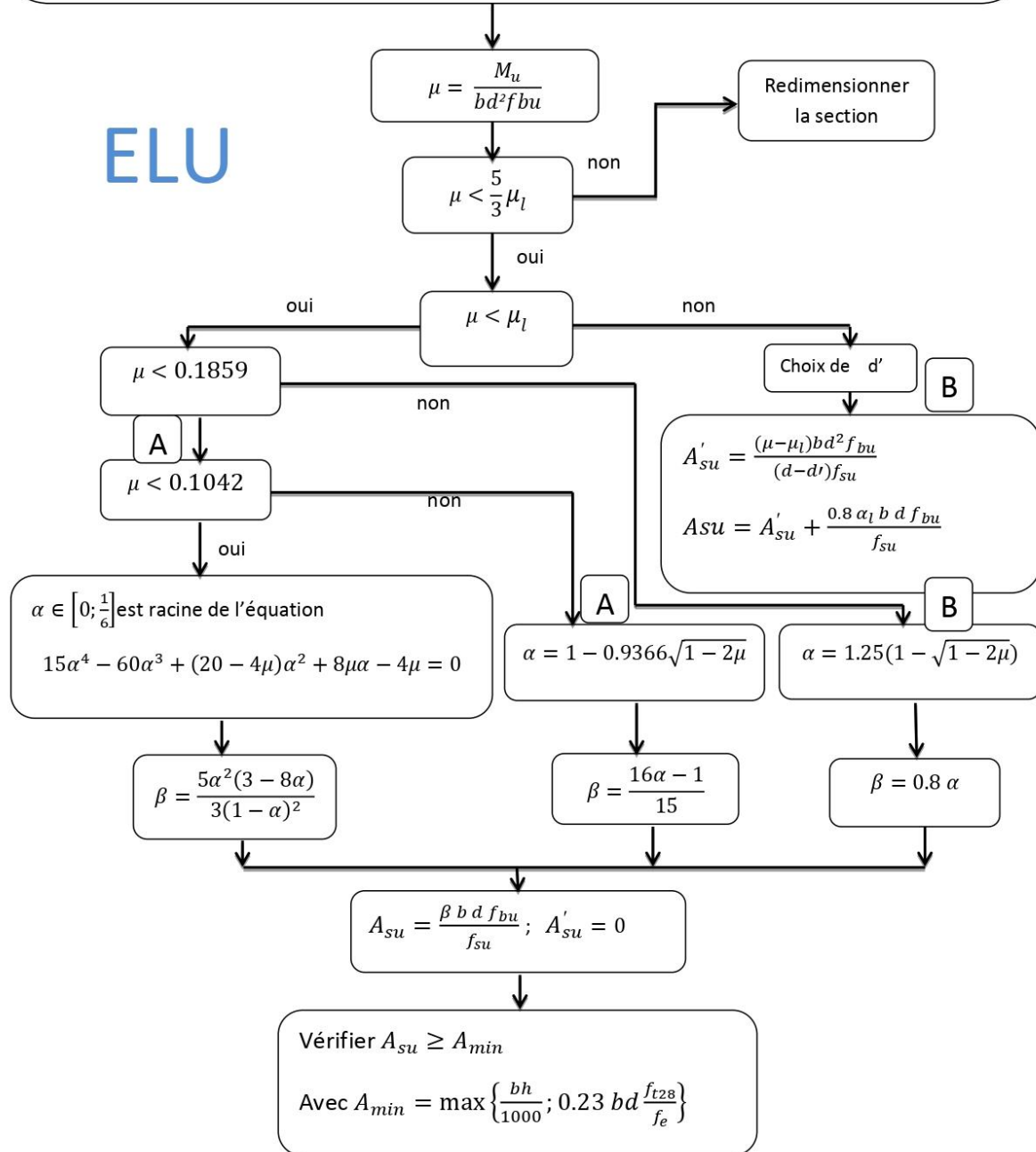
$$\mu_u ; h ; b ; d = 0.9 h ; d' = 0.11 d ; \gamma_s = 1.15 ; \gamma_b = 1.5 ; f_{c28} ; f_e ;$$

$$\theta = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 24 h \\ 0.9 & \text{si } 1 h \leq t \leq 24 h \\ 0.85 & \text{si } t < 1 h \end{cases} \theta \text{ Est en fonction de la durée (t) d'application des combinaisons d'action}$$

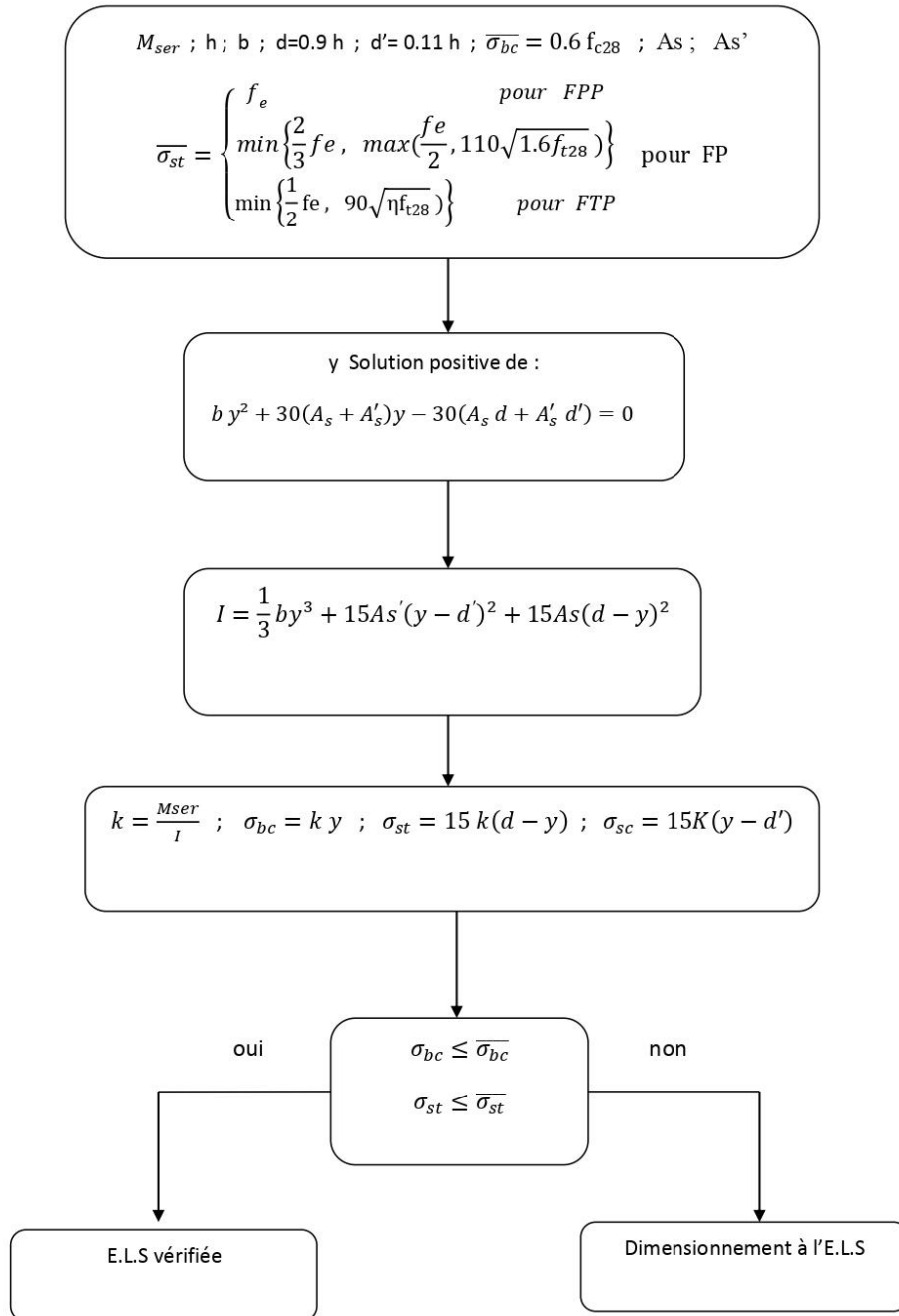
$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} ; f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} ; E = 2.1 \times 10^5 MPa ; \epsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s E} (0/00) ; \alpha_l = \frac{7}{7+2\epsilon_l} ;$$

$$\mu_l = 0.8 \alpha_l (1 - 0.4 \alpha_l)$$

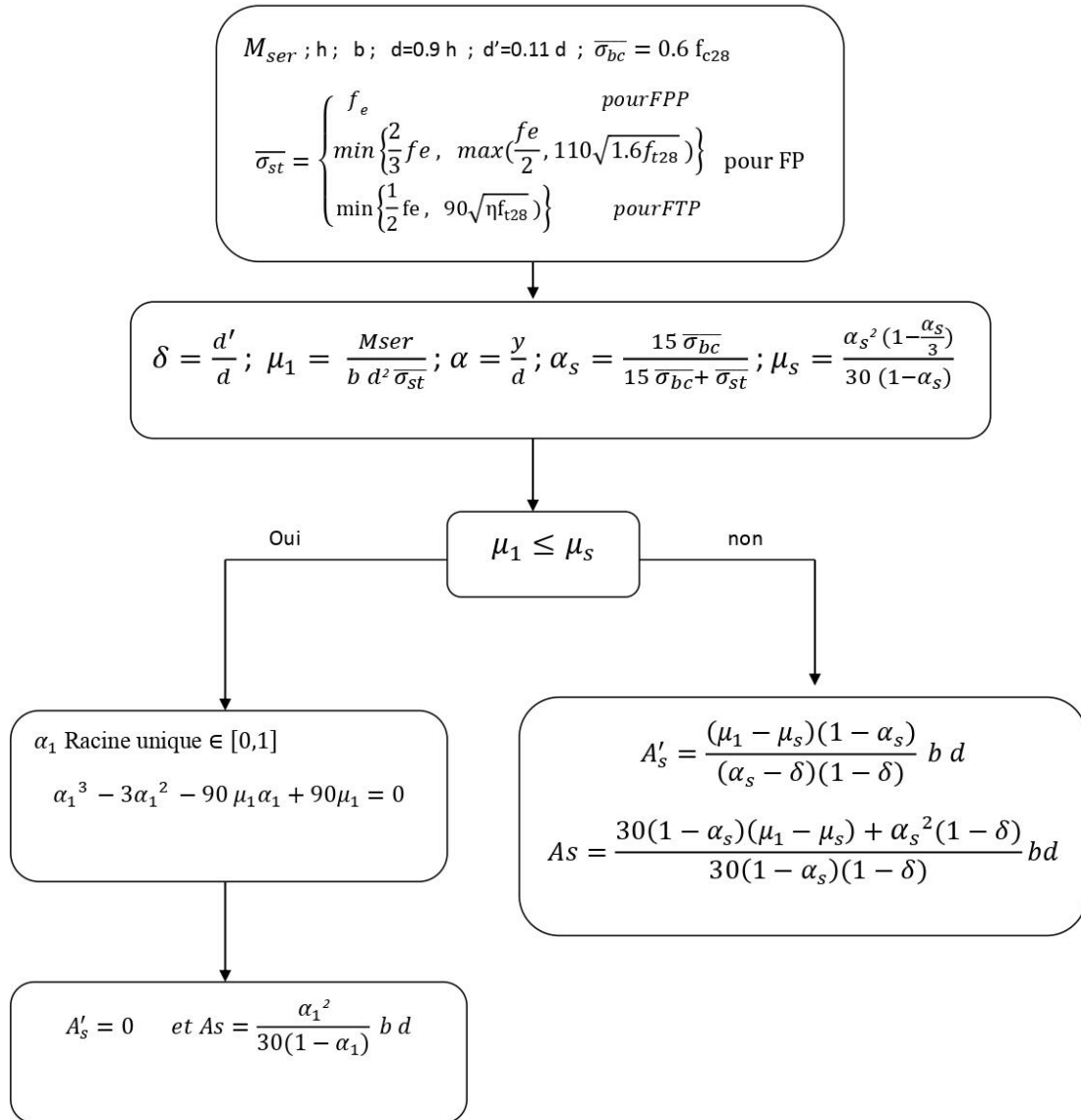
ELU



Vérification à E.L.S



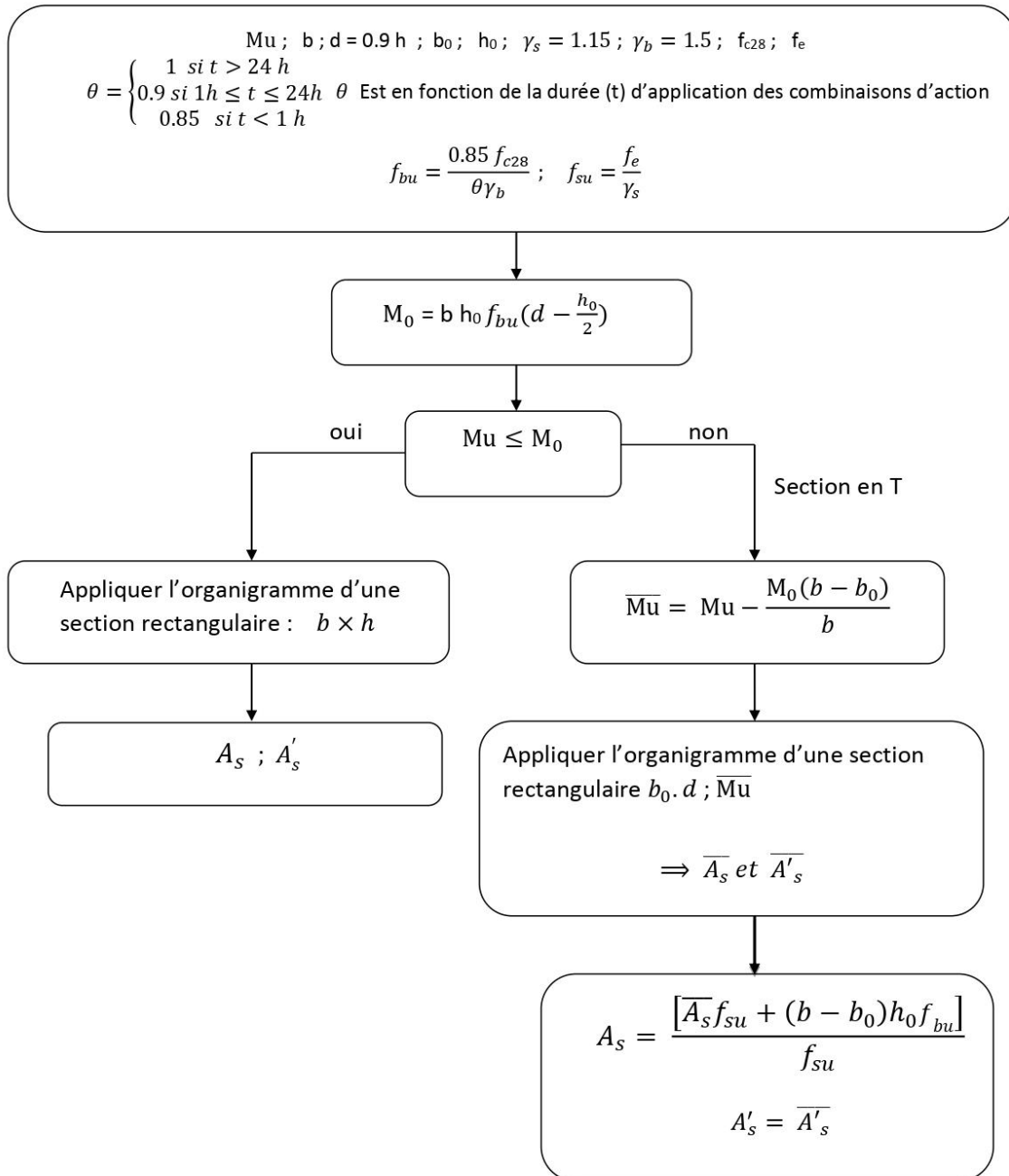
Flexion simple à l'E.L.S d'une section rectangulaire



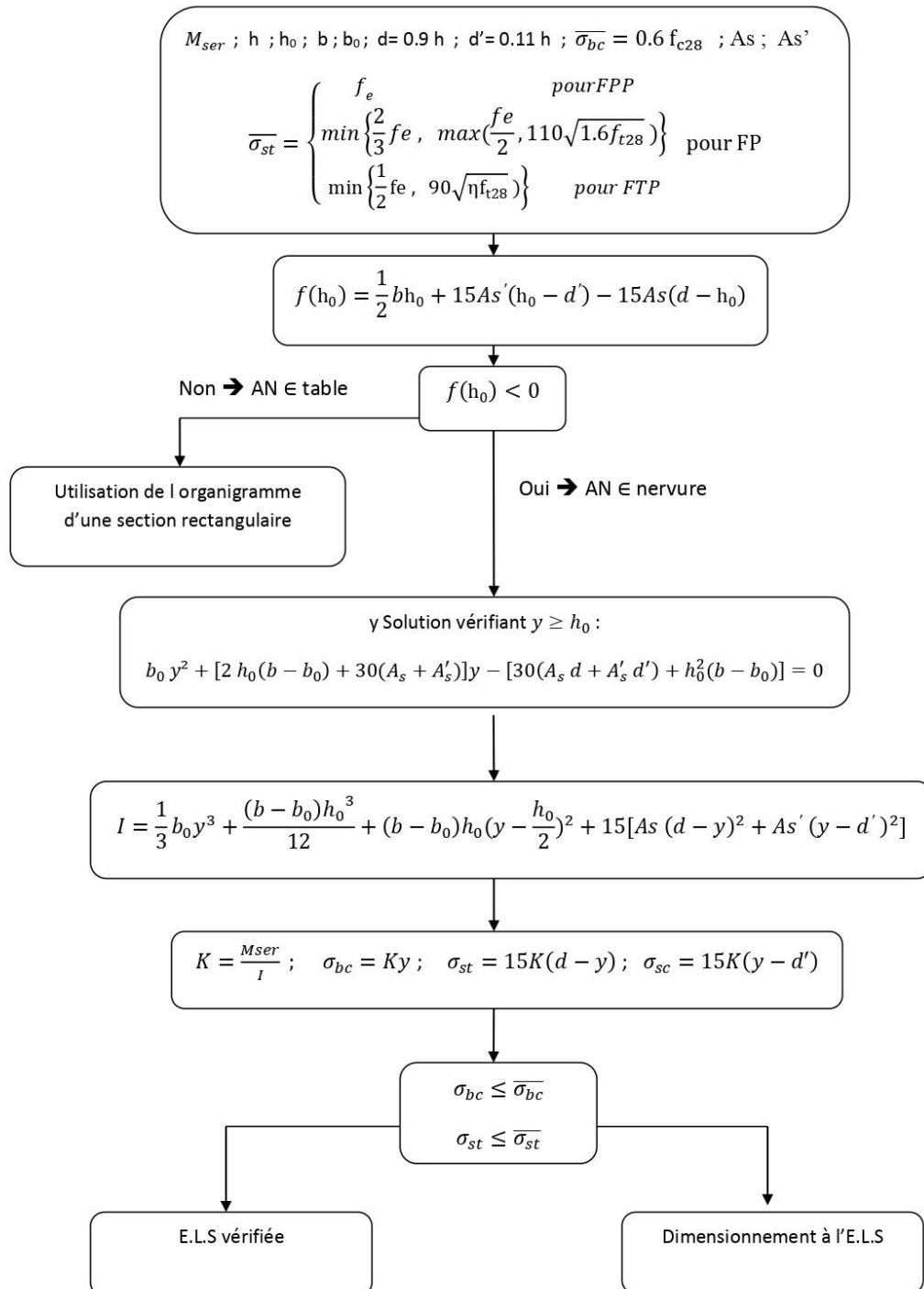
IV.2 Organigramme de calcul des sections en T soumises à la flexion simple :

II- Section en T

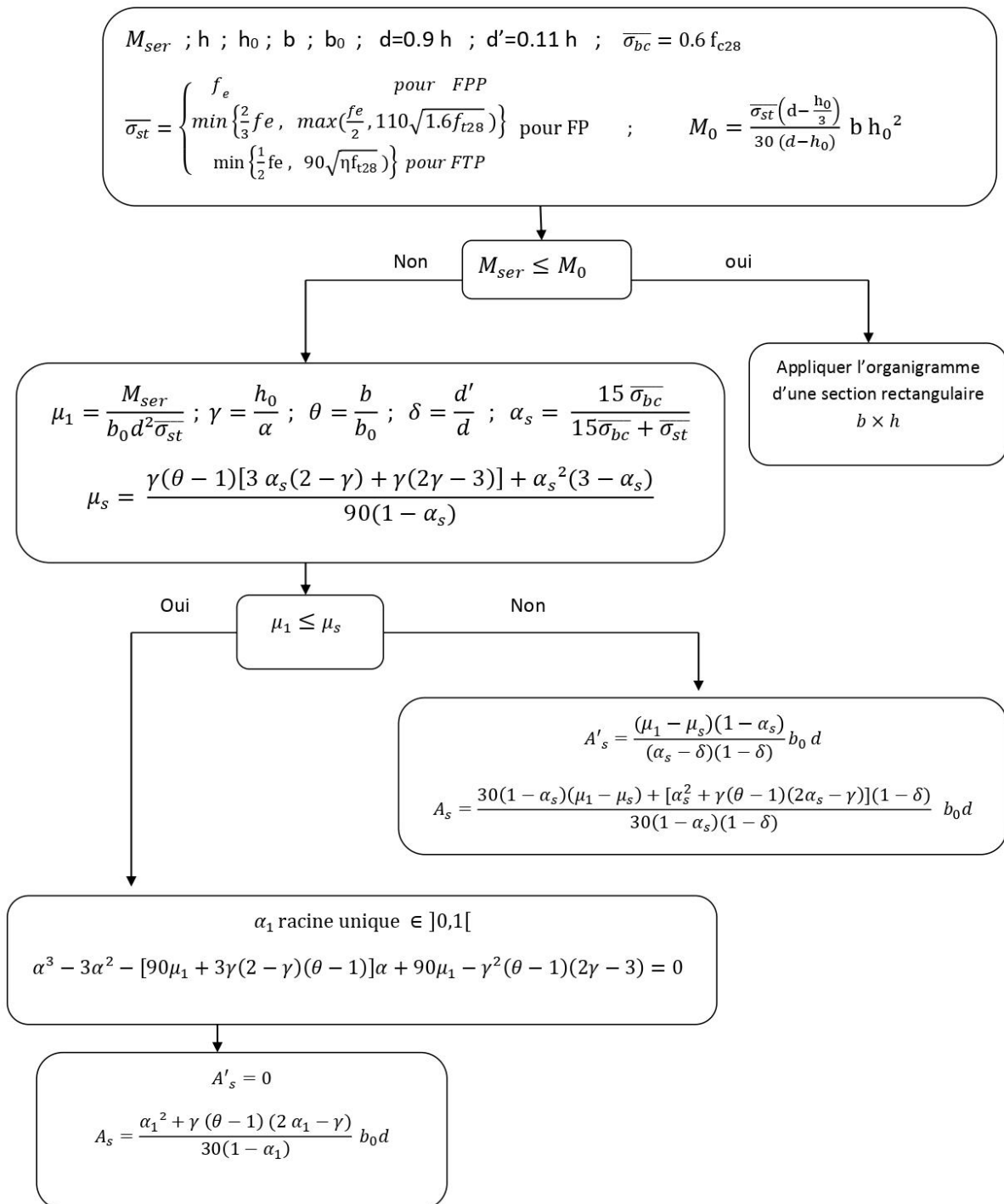
Flexion simple d'une section en T à l'E.L.U



Vérification à E.L.S d'une section en T



Flexion simple à l'E.L.S d'une section en T

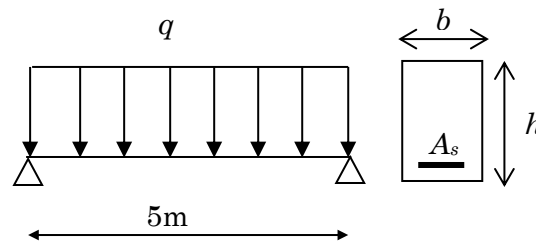


Application N°01 :

Soit une poutre en béton armé d'une longueur de **5m** subissant une charge uniformément répartie sur toute sa longueur.

Cette charge est composée d'une charge permanente **G=20 kN/m** et une surcharge d'exploitation **Q=6 kN/m**

Cette poutre a une section rectangulaire **(bxh) = (30x40) cm²**



- 1) Calculer la section d'armature à mettre dans une section au quart de la travée et à mi-travée en utilisant un acier **FeE 400 HA** et un béton de résistance caractéristique à la compression à 28 jours, **f_{c28} =25 MPa**.
- 2) Faire un choix des barres en schématisant leur position.

Solution Application N°01 :

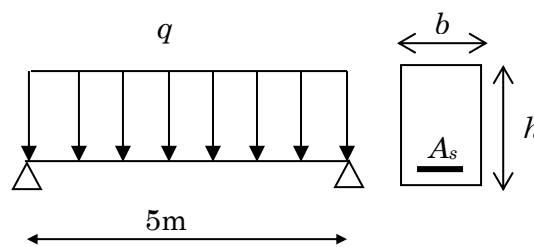
1) Calcul des ferrillages

1.1) Calcul au quart de la portée :

a) Calcul de la charge à l'état limite ultime :

$$q = 1.35G + 1.5Q = 1.35(20) + 1.5(6) = 36 \text{ KN/m.}$$

b) Calcul du moment :



L'expression du moment en fonction de x est la suivante : $M(x) = q \frac{lx}{2} - q \frac{x^2}{2} = \frac{q}{2}(lx - x^2)$

Le moment au quart de la portée vaut : $M\left(\frac{l}{4}\right) = q \frac{l^2}{8} - q \frac{L^2}{32} = q \frac{3L^2}{32} = 84.375 \text{ KN.m}$

c) Calcul du ferrillage :

On a : $b = 0.3\text{m}$; $d = 0.9h = 0.9 \times 0.4 = 0.36\text{m}$; $M_u = 84.375 \text{ KN.m}$

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.16 \text{MPa}; \quad f_{eE400} \Rightarrow f_e = 400 \text{MPa}.$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{84.375 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.36^2 \times 14.16} = 0.153$$

$\mu \leq \mu_{\text{lim}} = 0.392$ (Acier feE400) \Rightarrow **Pas d'armatures comprimées**

$\mu > 0.186 \Rightarrow$ **Pivot A**

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.204}) = 0.209$$

d) Calcul de la déformation de l'acier :

On est en pivot A, la déformation de l'acier $\varepsilon_s = 10\%$

En utilisant la compatibilité des déformations, on obtient :

$$\varepsilon_{bc} = \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \varepsilon_s = \left(\frac{0.209}{1 - 0.209} \right) 10\% = 2.64\%$$

$\varepsilon_{bc} = 2.64\% > 2\% \Rightarrow$ Le béton est plastifié.

$\varepsilon_s = 10\% > 2\% \Rightarrow$ L'acier est plastifié et $\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{MPa}$

$$\text{Finalement : } A_{st} = \frac{M_u}{d(1 - 0.4\alpha) \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{84.375 \times 10^{-3}}{0.36(1 - 0.4 \times 0.209) 348} = 0.000735 \text{ m}^2 = 7.35 \text{ Cm}^2$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1 \text{MPa}$$

$$A_{\text{min}} = \frac{0.23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.23 \times 0.3 \times 0.36 \times 2.1}{400} = 0.000130 \text{ m}^2 = 1.30 \text{ cm}^2 \leq A_{st} \Rightarrow \text{OK}$$

1.2) Calcul à mi- portée :

a) Calcul du moment :

L'expression du moment en fonction de x est la suivante : $M(x) = q \frac{lx}{2} - q \frac{x^2}{2} = \frac{q}{2}(lx - x^2)$

Le moment à mi-portée est égale à : $M\left(\frac{l}{2}\right) = q \frac{l^2}{4} - q \frac{L^2}{8} = q \frac{L^2}{8} = 112.5 \text{ KN.m}$

b) Calcul du ferrailage :

On a : $b = 0.3\text{m}$; $d = 0.9h = 0.9 \times 0.4 = 0.36\text{m}$; $M_u = 112.5 \text{ KN.m}$

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.16 \text{MPa}; \quad f_{eE400} \Rightarrow f_e = 400 \text{MPa}.$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{112.5 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.36^2 \times 14.16} = 0.204$$

$\mu \leq \mu_{lim} = 0.392$ (Acier feE400) \Rightarrow **Pas d'armatures comprimées**

$\mu > 0.186 \Rightarrow$ **Pivot B**

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.204}) = 0.288$$

c) Calcul de la déformation de l'acier :

On est en pivot B, la déformation du béton $\epsilon_{bc} = 3.5\%$

En utilisant la compatibilité des déformations, on obtient :

$$\epsilon_s = \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) \epsilon_{bc} = \left(\frac{1 - 0.288}{0.288} \right) 3.5\% = 8.62\%$$

$\epsilon_s = 8.62\% > 2\% \Rightarrow$ L'acier est plastifié et $\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348\text{MPa}$

$$\text{Finalement : } A_{st} = \frac{Mu}{d(1 - 0.4\alpha) \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{112.5 \times 10^{-3}}{0.36(1 - 0.4 \times 0.288) 348} = 0.001015 \text{ m}^2 = 10.15 \text{ Cm}^2$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1\text{MPa}$$

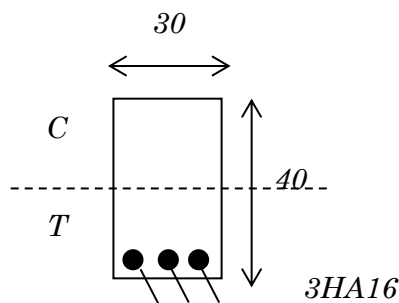
$$A_{min} = \frac{0.23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.23 \times 0.3 \times 0.36 \times 2.1}{400} = 0.000130 \text{ m}^2 = 1.30 \text{ cm}^2 \leq A_{st} \Rightarrow OK$$

2) Choix des barres :

1.1) Au quart de la portée :

$A_{st} = 7.35 \text{ Cm}^2$ Donc on peut choisir 03 barres HA16 filantes **02** Barres HA14 en chapeau sachant que la section d'une barre HA16 = 2.01 Cm² et une barre HA14 = 1.54 Cm².

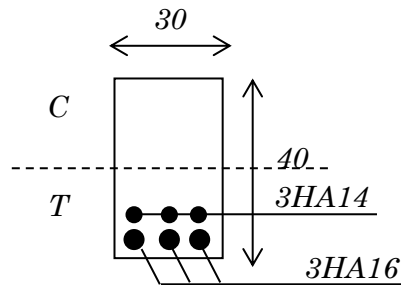
$$A_{st} = (3 \times 2.01) + (2 \times 1.54) = 9.11 \text{ Cm}^2 > 7.35 \text{ Cm}^2 \Rightarrow OK.$$



1.2) À mi- portée :

$A_{st} = 10.15 \text{ Cm}^2$ Donc on peut choisir **03** barres HA16 filantes et **03** Barres HA14 en chapeau sachant que la section d'une barre HA16 = 2.01 Cm^2 et une barre HA14 = 1.54 Cm^2 .

$$A_{st} = (3 \times 2.01) + (3 \times 1.54) = 10.65 \text{ Cm}^2 > 10.15 \text{ Cm}^2 \Rightarrow OK .$$



Application N°02 :

Soit la poutre console représentée sur la **figure 1**. Cette poutre est chargée par une charge uniformément répartie. La poutre a une section carrée $(b \times h) = (30 \times 30) \text{ Cm}^2$.

Le béton utilisé est un béton de résistance caractéristique à la compression à 28 jours, $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$. L'acier utilisé le **FeE 400 HA**.

La charge permanente **G** est égale à **20 kN/m** (poids propre compris).

La charge d'exploitation **Q** est égale à **10 kN/m**.

- 1) Calculer le moment maximal à l'état limite ultime.
- 2) Calculer le ferrailage équilibrant ce moment maximal.
- 3) Faire un choix des barres en schématisant leur position.

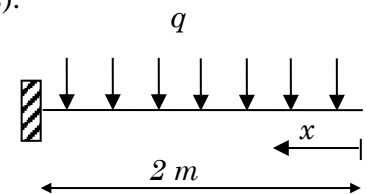


Figure 01

Solution Application N°02 :

1) Calcul du moment maximal :

1.1) Calcul de la charge à l'état limite ultime :

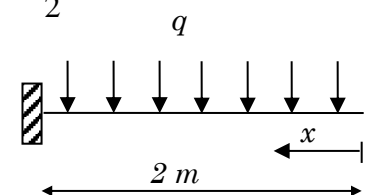
$$q = 1.35G + 1.5Q = 1.35(20) + 1.5(10) = 42 \text{ KN/m}.$$

1.2) Calcul du moment maximal :

L'expression du moment en fonction de x est la suivante : $M(x) = q \frac{x^2}{2}$

Le moment maximal est atteint à $x = l$.

$$D'ou \text{ le moment maximal : } M(l) = q \frac{l^2}{2} = 42 \frac{2^2}{2} = 84 \text{ KN.m}$$



2) Calcul du ferrailage :

On a :

$$b = 0.3\text{m}; d = 0.9h = 0.9 \times 0.3 = 0.27\text{m}; M_u = 84 \text{ KN.m}$$

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.16 \text{ MPa}; \quad f_e E400 \Rightarrow f_e = 400 \text{ MPa.}$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{84 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.27^2 \times 14.16} = 0.271$$

$$\mu \leq \mu_{\text{lim}} = 0.392 \quad (\text{Acier } f_e E400) \Rightarrow \text{Pas d'armatures comprimées}$$

$$\mu > 0.186 \Rightarrow \text{Pivot B}$$

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.271}) = 0.404$$

2.1) Calcul de la déformation de l'acier :

On est en pivot B, la déformation du béton $\varepsilon_{bc} = 3.5\%$

En utilisant la compatibilité des déformations, on obtient :

$$\varepsilon_s = \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) 3.5\% = \left(\frac{1 - 0.404}{0.404} \right) 3.5\% = 5.16\%$$

$$\varepsilon_s = 5.16\% > 2\% \Rightarrow \text{L'acier est plastifié et } \sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa}$$

Finalement :

$$A_s = \frac{M_u}{\sigma_{st} d (1 - 0.4\alpha)} = \frac{84 \times 10^{-3}}{348 \times 0.27 (1 - 0.4 \times 0.404)} = 0.001066 \text{ m}^2 = 10.66 \text{ Cm}^2$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1 \text{ MPa}$$

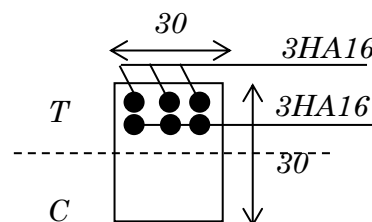
$$A_{\text{min}} = \frac{0.23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.3 \times 0.27 \times 2.1}{400} = 0.000097 \text{ m}^2 = 0.97 \text{ cm}^2 \leq A_s \Rightarrow \text{OK}$$

3) Choix des barres et schématisation de la position des armatures dans la section du béton :

Le moment le long la poutre tend la partie supérieure de celle-ci, donc le ferrailage doit être disposé dans la partie supérieure de la section de béton

$A_s = 10.66 \text{ Cm}^2$ Donc on peut choisir 3 barres HA16 filantes et 3 Barres HA16 en chapeau sachant que la section d'une barre HA16 = 2.01 Cm².

$$A_s = 6 \times 2.01 = 12.06 \text{ Cm}^2 > 10.66 \text{ Cm}^2 \Rightarrow \text{OK.}$$



Application N°03 :

- 1) Quel est le moment que peut supporter une section en béton de **(30x40) cm²** armée avec **3 barres HA 16** en acier **FeE400**. La résistance du béton à la compression à 28 jours est **f_{c28} = 25 MPa**.
- 2) À quelle distance de l'appui se trouve ce moment s'il s'agit d'une poutre d'une longueur de **5m**, simplement appuyée et chargée uniformément par une charge égale à **36kN/m**.

Solution Application N°03 :

Le moment **M_u** est équilibré par les armatures **A_{st}**. Selon l'organigramme de calcul d'une section rectangulaire soumise à la flexion simple on a :

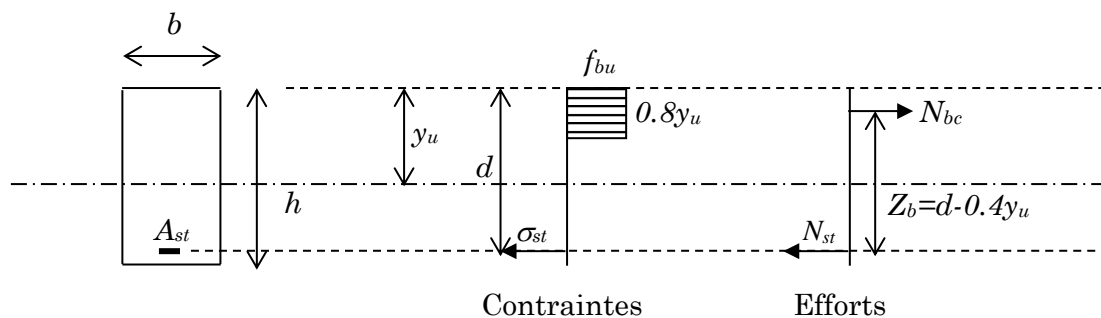
$$A_{st} = \frac{Mu}{d(1-0.4\alpha)\sigma_{st}} \Rightarrow Mu = d(1-0.4\alpha)A_s\sigma_{st}$$

avec **A_{st} = 3HA16** soit : **A_{st} = (3 × 2.01) = 6.03Cm²**.

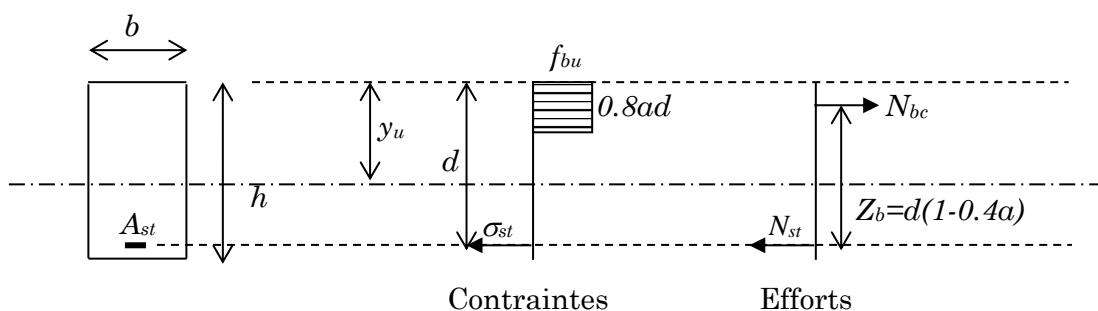
On voit bien que cette équation n'est pas suffisante pour trouver le moment **M_u** car **α** est inconnu.

Nous avons donc besoin de revenir un peu en arrière pour trouver le coefficient **α**

En effet, pour trouver la section des armatures d'une section rectangulaire soumise à la flexion simple, nous avons établi l'équilibre des forces et des moments. Les équations trouvées sont les suivantes :



En posant : $\alpha = \frac{y_u}{d} \Rightarrow y_u = \alpha d$



L'équilibre des moments donne :

$$Mu = N_{bc} \times Z = 0.8by_u f_{bu} \times (d - 0.4y_u)$$

Ou encore en fonction de α :

$$Mu = N_{bc} \times Z = 0.8b\alpha d^2 f_{bu} \times (1 - 0.4\alpha)$$

D'ou : $\frac{Mu}{bd^2 f_{bu}} = 0.8\alpha \times (1 - 0.4\alpha)$

Posons : $\mu = \frac{Mu}{bd^2 f_{bu}}$

Nous obtenons alors : $\begin{cases} \mu = 0.8\alpha \times (1 - 0.4\alpha) \\ Mu = \mu bd^2 f_{bu} \end{cases} \Rightarrow Mu = 0.8\alpha \times (1 - 0.4\alpha) bd^2 f_{bu}$ (1)

La section d'armature A_{st} est obtenue quelque soit le pivot de calcul comme suit :

$$A_{st} = \frac{Mu}{d(1 - 0.4\alpha)\sigma_{st}}$$
 (2)

En introduisant l'équation (1) dans (2) nous obtenons :

$$A_{st} = \frac{0.8\alpha \times (1 - 0.4\alpha) bd^2 f_{bu}}{d(1 - 0.4\alpha)\sigma_{st}} = \frac{0.8\alpha bdf_{bu}}{\sigma_{st}}$$

À présent, nous n'avons qu'une seule inconnue qui est α :

$$A_{st} = \frac{0.8\alpha bdf_{bu}}{\sigma_{st}} \Rightarrow \alpha = \frac{A_{st} \sigma_{st}}{0.8 \times bdf_{bu}}$$

$$\alpha = \frac{A_{st} \sigma_{st}}{0.8 \times bdf_{bu}} = \frac{6.03 \times 10^{-4} \times 348}{0.8 \times 0.3 \times 0.36 \times 14.16} = 0.171$$

À partir de l'équation (2) nous obtenons :

$$A_{st} = \frac{Mu}{d(1 - 0.4\alpha)\sigma_{st}} \Rightarrow Mu = d(1 - 0.4\alpha)\sigma_{st} A_{st}$$

$$Mu = d(1 - 0.4\alpha)\sigma_{st} A_{st} \Rightarrow Mu = 0.36(1 - 0.4 \times 0.171) \times 348 \times 10^3 \times 6.03 \times 10^{-4} = 70.36KN.m$$

2) À quelle distance se trouve ce moment ?

Reprenons l'expression du moment d'une poutre isostatique chargée uniformément

$$M(x) = q \frac{lx}{2} - q \frac{x^2}{2} = \frac{q}{2} (lx - x^2)$$
 (3)

Sachant que : $l = 5m$ et $q = 36KN/m$

Posons $M(x) = Mu = 70.36KN.m$

$$Mu = q \frac{lx}{2} - q \frac{x^2}{2} \Rightarrow q \frac{x^2}{2} - q \frac{lx}{2} + Mu = 0 \quad (4)$$

$$\Delta = \left(-\frac{ql}{2}\right)^2 - 4 \frac{q}{2} Mu = \left(-\frac{36 \times 5}{2}\right)^2 - 4 \frac{36}{2} 70.36 = 3034 \geq 0$$

Nous avons donc 02 solutions :

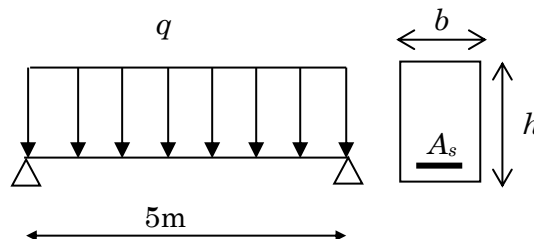
$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\frac{ql}{2} - \sqrt{\Delta}}{2 \frac{q}{2}} = \frac{\frac{36 \times 5}{2} - \sqrt{3034}}{36} = 0.97m \\ x_2 = \frac{\frac{ql}{2} + \sqrt{\Delta}}{2 \frac{q}{2}} = \frac{\frac{36 \times 5}{2} + \sqrt{3034}}{36} = 4.03m \end{array} \right.$$

Application N°04 :

Soit une poutre en béton armé d'une longueur de **5m** subissant une charge uniformément répartie sur toute sa longueur.

Cette charge est composée d'une charge permanente **G=30 kN/m** et une surcharge d'exploitation **P=25 kN/m**

Cette poutre a une section rectangulaire **(bxh) = (30x40) cm²**



- 1) Calculer la section d'armature à mettre dans une section au quart de la travée et à mi-travée en utilisant un acier **FeE 400 HA** et un béton de résistance caractéristique à la compression à 28 jours, **f_{c28} = 25 MPa**.
- 2) Quelle serait la section de béton si on veut ne pas avoir d'armature comprimées.

Solution Application N°04 :

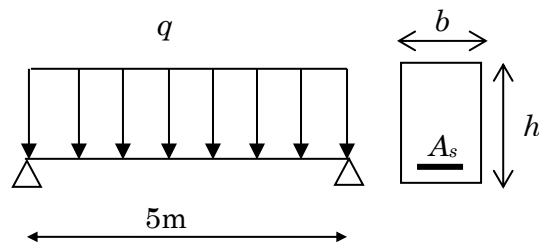
1) Calcul des ferrailages

1.1) Calcul du moment au quart de la portée :

a) Calcul de la charge à l'état limite ultime :

$$q = 1.35G + 1.5Q = 1.35(30) + 1.5(25) = 78 \text{ KN/m.}$$

A.2) Calcul du moment :



L'expression du moment en fonction de x est la suivante : $M(x) = q \frac{lx}{2} - q \frac{x^2}{2} = \frac{q}{2}(lx - x^2)$

Le moment au quart de la portée vaut : $M\left(\frac{l}{4}\right) = q \frac{l^2}{8} - q \frac{L^2}{32} = q \frac{3L^2}{32} = 182.8 \text{ KN.m}$

b) Calcul du ferrailage :

On a : $b = 0.3\text{m}$; $d = 0.9h = 0.9 \times 0.4 = 0.36\text{m}$; $M_u = 182.8\text{KN.m}$

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.16 \text{ MPa}; \quad f_{eE400} \Rightarrow f_e = 400 \text{ MPa.}$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{182.8 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.36^2 \times 14.16} = 0.332$$

$\mu \leq \mu_{\text{lim}} = 0.392$ (Acier f_{eE400}) \Rightarrow **Pas d'armatures comprimées**

$\mu > 0.186 \Rightarrow$ **Pivot B**

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.204}) = 0.525$$

c) Calcul de la déformation de l'acier :

On est en pivot B, la déformation du béton $\varepsilon_{bc} = 3.5\%$

En utilisant la compatibilité des déformations, on obtient :

$$\varepsilon_s = \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha}\right) 3.5\% = \left(\frac{1 - 0.525}{0.525}\right) 3.5\% = 3.16\%$$

$$\varepsilon_s = 10\% > 2\% \Rightarrow \text{L'acier est plastifié et } \sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa}$$

$$\text{Finalement : } A_{st} = \frac{M_u}{d(1 - 0.4\alpha) \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{182.8 \times 10^{-3}}{0.36(1 - 0.4 \times 0.525) 348} = 0.001847 \text{ m}^2 = 18.45 \text{ Cm}^2$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1 \text{ MPa}$$

$$A_{\text{min}} = \frac{0.23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.23 \times 0.3 \times 0.36 \times 2.1}{400} = 0.000130 \text{ m}^2 = 1.30 \text{ cm}^2 \leq A_{st} \Rightarrow \text{OK}$$

1.2) Calcul du moment à mi- portée :

a) Calcul du moment :

L'expression du moment en fonction de x est la suivante : $M(x) = q \frac{lx}{2} - q \frac{x^2}{2} = \frac{q}{2}(lx - x^2)$

Le moment à mi-portée est égale à : $M\left(\frac{l}{2}\right) = q \frac{l^2}{4} - q \frac{L^2}{8} = q \frac{L^2}{8} = 243.75 \text{ KN.m}$

b) Calcul du ferrailage :

On a : $b = 0.3\text{m}$; $d = 0.9h = 0.9 \times 0.4 = 0.36\text{m}$; $M_u = 243.75 \text{ KN.m}$

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1.5} = 14.16 \text{ MPa}; \quad f_{eE400} \Rightarrow f_e = 400 \text{ MPa.}$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{243.75 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.36^2 \times 14.16} = 0.442$$

$\mu \geq \mu_{\text{lim}} = 0.392$ (Acier feE400) \Rightarrow **Armatures comprimées**

$$\alpha_{\text{lim}} = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{\text{lim}}}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.392}) = 0.669$$

c) Calcul des aciers comprimés :

Posons $d' = 3\text{cm}$

Il faut s'assurer que les armatures comprimées seront bien plastifiées.

$$\varepsilon_{sc} = \frac{\alpha_{\text{lim}} \times (d - d')}{\alpha_{\text{lim}} \times d} \varepsilon_{bc} = \frac{0.669 \times (0.36 - 0.03)}{0.669 \times 0.36} 3.5\% = 3.2\%$$

$$\varepsilon_{sc} = 3.2\% > 2\% \Rightarrow \text{L'acier est plastifié et } \sigma_{sc} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa}$$

Finalemnt :

$$A_{sc} = \frac{(\mu - \mu_{\text{lim}})bd^2 f_{bu}}{(d - d')\sigma_{sc}} = \frac{(0.442 - 0.392) \times 0.3 \times 0.36^2 \times 14.16}{(0.36 - 0.03) \times 348} = 0.000239 \text{ m}^2 = 2.39 \text{ Cm}^2$$

d) Calcul de aciers tendus :

$$A_{st} = \frac{0.8 \times b \times \alpha_{\text{lim}} \times d \times f_{bu} + A_{sc} \frac{f_e}{\gamma_s}}{\frac{f_e}{\gamma_s}}$$

$$A_{st} = \frac{0.8 \times 0.3 \times 0.669 \times 0.36 \times 14.16 + 2.39 \times 10^{-4} \times 348}{348} = 0.00259 \text{ m}^2 = 25.9 \text{ Cm}^2$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1 \text{ MPa}$$

$$A_{\text{min}} = \frac{0.23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0.23 \times 0.3 \times 0.36 \times 2.1}{400} = 0.000130 \text{ m}^2 = 1.30 \text{ cm}^2 \leq A_{st} \Rightarrow \text{OK}$$

Remarque :

Nous remarquons que pour une même poutre nous pouvons avoir que des armatures tendues dans une section et des armatures comprimées dans une autre.

2) Quelle serait la section de béton si on veut ne pas avoir d'armature comprimées ?

Afin d'éviter les armatures comprimées il suffit d'avoir $\mu \leq \mu_{lim} = 0.392$ (Acier feE400)

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} \leq \mu_{lim} = 0.392 \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{M_u}{bf_{bu}\mu_{lim}}}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{243.75 \times 10^{-3}}{0.3 \times 14.16 \times 0.392}} = 0.382m$$

$$d = 0.9h \Rightarrow h = \frac{d}{0.9} = \frac{0.382}{0.9} = 0.425m$$

Pour des raisons pratique nous choisirons **h=45cm**

NB : il est aussi possible d'augmenter la hauteur de la section de béton jusqu'à **50 cm** afin de réduire le ferrailage tendu car avec **h=40 cm** la section des armatures tendues vaut **25.9 cm²** ce qui est important et l'utilisation de gros diamètre es inévitable.

Vérification :

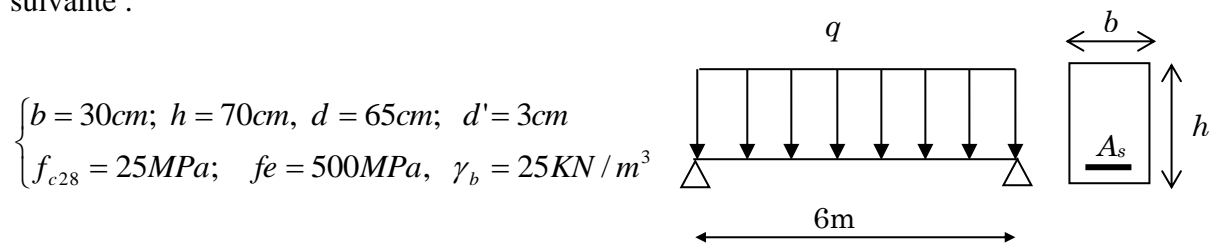
$$d = 0.9h \Rightarrow 0.9 \times 45 = 40.5cm$$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{243.75 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.405^2 \times 14.16} = 0.349 \leq \mu_{lim} = 0.392 \Rightarrow$$

$$\mu = 0.349 \leq \mu_{lim} = 0.392 \Rightarrow \text{Pas d'armatures comprimées (OK)}$$

Application N°05 :

Soit une section rectangulaire en béton armé dont les dimensions sont illustrées dans la figure suivante :



$$\begin{cases} b = 30cm; h = 70cm, d = 65cm; d' = 3cm \\ f_{c28} = 25MPa; f_e = 500MPa, \gamma_b = 25KN/m^3 \end{cases}$$

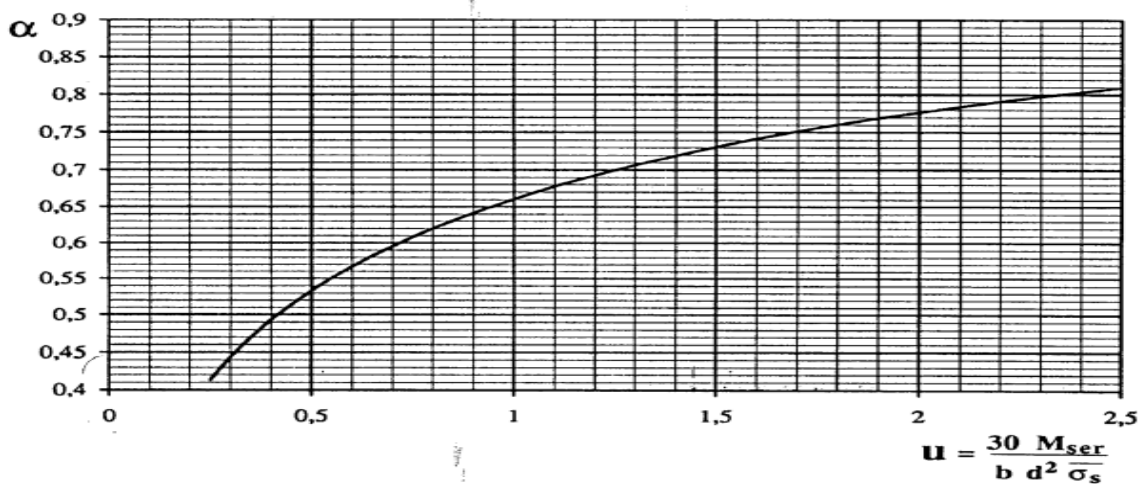
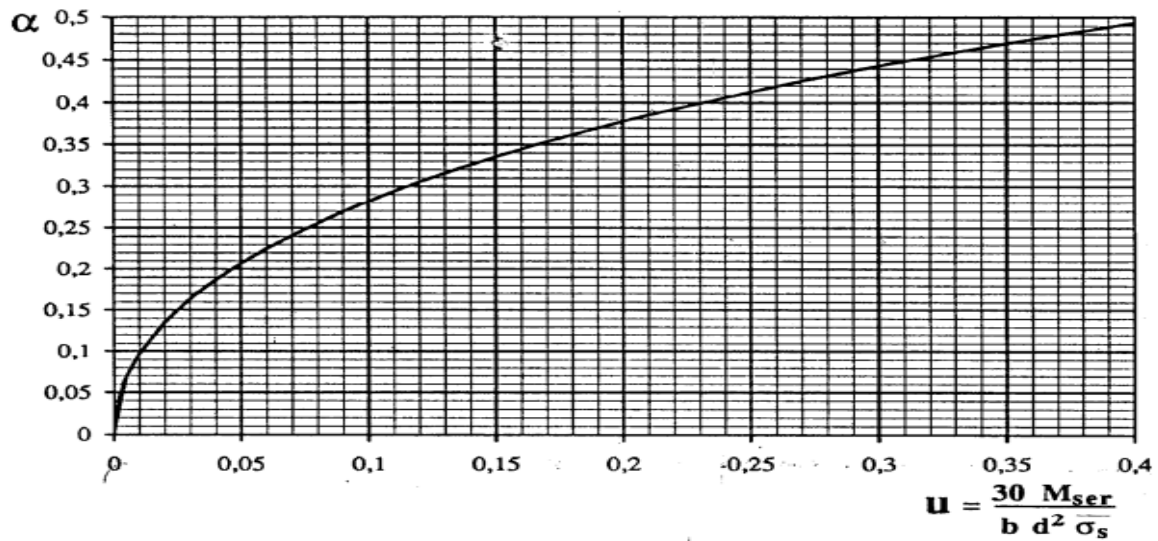
➤ **Charge Permanente : $G_0=24.75KN/m$.**

➤ **Charge Variable $Q=20KN/m$.**

1) Calculer la section des armatures à l'état limite de service en fissuration peu préjudiciable.

2) Calculer la section des armatures à l'état limite de service en fissuration préjudiciable

3) Calculer la section des armatures à l'état limite de service en fissuration très préjudiciable.



Solution Application N°05 :

1) Calcul du moment maximal :

a) Calcul de la charge à l'état limite de service:

Charge permanente:

On a:

- $G_0 = 24.75 \text{ KN/m}$
- **Poids propre de la poutre :** $P_p = \gamma_b \times \text{section béton} = 25 \times 0.3 \times 0.7 = 5.25 \text{ KN/m}$

(Avec $\gamma_b = 25 \text{ KN/m}^3$: Poids volumique du béton)

d'où : $G = G_0 + P_p = 5.25 + 24.75 = 30 \text{ KN/m}$

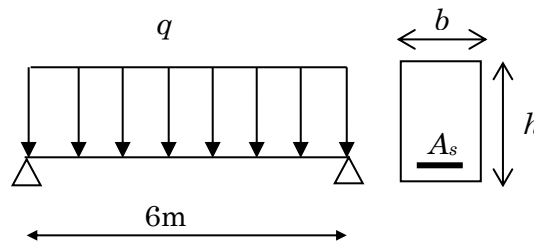
Charge Variable :

➤ $Q=20\text{KN/m}$

Combinaison d'action :

➤ $q_{ser} = G+Q=30 + 20= 50 \text{ KN/m.}$

b) Calcul du moment :



Il s'agit d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge uniformément répartie.

Le moment maximal se trouve au milieu de la poutre.

$$M_{ser} = q_{ser} \frac{l^2}{8} = 50 \times \frac{6^2}{8} = 225 \text{ KN.m}$$

2) Caractéristiques des matériaux :

a) Béton

$$\begin{cases} \overline{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{c28} = 0.6 \times 25 = 15 \text{ MPa} \\ f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1 \text{ MPa} \end{cases}$$

b) Aciers

b.1) Fissuration peu préjudiciable

$$\overline{\sigma}_s = f_e = 500 \text{ MPa (Pas de limite sur les aciers)}$$

b.2) Fissuration préjudiciable

$$\overline{\sigma}_s = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} f_e \\ \text{Max}(240 \text{ MPa} ; 110 \sqrt{\eta \times f_{t28}}) \end{array} \right.$$

$$\overline{\sigma}_s = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} 500 \\ \text{Max}(240 \text{ MPa} ; 110 \sqrt{1.6 \times 2.1}) \end{array} \right. = \min \left\{ \begin{array}{l} 333.33 \text{ MPa} \\ \text{Max}(240 \text{ MPa} ; 201.63 \text{ MPa}) \end{array} \right.$$

D'où : en Fissuration préjudiciable $\overline{\sigma}_s = 240 \text{ MPa}$

b.3) Fissuration très préjudiciable

$$\overline{\sigma_s} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} fe \\ \text{Max}(200MPa ; 90\sqrt{\eta \times f_{t28}}) \end{array} \right.$$

$$\overline{\sigma_s} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} 500 \\ \text{Max}(200MPa ; 90\sqrt{1.6 \times 2.1}) \end{array} \right. = \min \left\{ \begin{array}{l} 250MPa \\ \text{Max}(200MPa ; 164.97MPa) \end{array} \right.$$

D'où : en Fissuration préjudiciable $\overline{\sigma_s} = 200MPa$

3) Calcul à l'état limite de services en fissurations peu préjudiciables

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\sigma_{bc}} = 15MPa \\ \overline{\sigma_{st}} = \text{indéfinie} \end{array} \right.$$

➤ Calcul de α_1

$$\alpha_1 = \frac{3}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{8M_{ser}}{3bd^2\overline{\sigma_{bc}}}} \right]$$

$$\alpha_1 = \frac{3}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{8 \times 225 \times 10^{-3}}{3 \times 0.3 \times 0.65^2 \times 15}} \right] = 0.259$$

$$z = d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3} \right) = 0.65 \times \left(1 - \frac{0.0535}{3} \right) = 0.594m$$

$$\sigma_{st} = \frac{15(1 - \alpha_1)}{\alpha_1} \overline{\sigma_{bc}} = \frac{15(1 - 0.259)}{0.259} \times 15 = 643.53MPa$$

σ_{st} est largement supérieure à fe . On limitera alors σ_{st} à fe

Soit $\sigma_{st} = 500MPa$

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z \times \sigma_{st}} = \frac{225 \times 10^{-3}}{0.594 \times 500} = 0.000757m^2 = 7.57cm^2$$

4) Calcul à l'état limite de service en fissurations préjudiciables

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\sigma_{bc}} = 15MPa \\ \overline{\sigma_{st}} = 240MPa \end{array} \right.$$

Vérifions la présence ou pas d'armatures comprimées.

Calculons μ_{ser}

$$\mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{bd^2\overline{\sigma_{bc}}} = \frac{225 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.65^2 \times 15} = 0.118$$

Calculons μ_{rb}

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{9 \times f_{c28}}{\sigma_{st} + 9 \times f_{c28}} = \frac{9 \times 25}{240 + 9 \times 25} = 0.484$$

$$\mu_{rb} = \frac{1}{2} \bar{\alpha}_1 \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3} \right) = \frac{1}{2} \times 0.484 \left(1 - \frac{0.484}{3} \right) = 0.203$$

$\mu_{ser} \leq \mu_{rb} \Rightarrow$ pas d'armatures comprimées $A_{sc} = 0$

α_1 est obtenu à partir de la résolution de l'équation du troisième degré suivante:

$$\frac{30M_{ser}}{bd^2 \sigma_{st}} = \frac{\alpha_1^2 - \frac{\alpha_1^3}{3}}{(1 - \alpha_1)}$$

En utilisant l'abaque pour une section rectangulaire

$$\frac{30M_{ser}}{bd^2 \sigma_{st}} = \frac{30 \times 225 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.65^2 \times 240} = 0.221 \Rightarrow \alpha_1 = 0.39$$

$$z = d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3} \right) = 0.65 \times \left(1 - \frac{0.39}{3} \right) = 0.565m$$

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z \times \sigma_{st}} = \frac{225 \times 10^{-3}}{0.565 \times 240} = 0.001659m^2 = 16.59cm^2$$

ou encore :

$$A_{ser} = \frac{bd\alpha_1^2}{30 \times (1 - \alpha_1)} = \frac{0.3 \times 0.65 \times 0.39^2}{30 \times (1 - 0.39)} = 0.00162m^2 = 16.2cm^2$$

5) Calcul à l'état limite de service en fissurations très préjudiciables

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{bc} = 15MPa \\ \bar{\sigma}_{st} = 200MPa \end{cases}$$

Vérifions la présence ou pas d'armatures comprimées.

Calculons μ_{ser}

$$\mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{bd^2 \sigma_{bc}} = \frac{225 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.65^2 \times 15} = 0.118$$

Calculons μ_{rb}

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{9 \times f_{c28}}{\sigma_{st} + 9 \times f_{c28}} = \frac{9 \times 25}{200 + 9 \times 25} = 0.529$$

$$\mu_{rb} = \frac{1}{2} \bar{\alpha}_1 \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3} \right) = \frac{1}{2} \times 0.529 \left(1 - \frac{0.529}{3} \right) = 0.218$$

$\mu_{ser} \leq \mu_{rb} \Rightarrow$ pas d'armatures comprimées $A_{sc} = 0$

α_1 est obtenu à partir de la résolution de l'équation du troisième degré suivante:

$$\frac{30M_{ser}}{bd^2\sigma_{st}} = \frac{\alpha_1^2 - \frac{\alpha_1^3}{3}}{(1 - \alpha_1)}$$

En utilisant l'abaque pour une section rectangulaire

$$\frac{30M_{ser}}{bd^2\sigma_{st}} = \frac{30 \times 225 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.65^2 \times 200} = 0.266 \Rightarrow \alpha_1 = 0.42$$

$$z = d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) = 0.65 \times \left(1 - \frac{0.42}{3}\right) = 0.559m$$

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z \times \sigma_{st}} = \frac{225 \times 10^{-3}}{0.559 \times 200} = 0.002012m^2 = 20125cm^2$$

Ou encore :

$$A_{ser} = \frac{bd\alpha_1^2}{30 \times (1 - \alpha_1)} = \frac{0.3 \times 0.65 \times 0.42^2}{30 \times (1 - 0.42)} = 0.001976m^2 = 19.76cm^2$$

Application N°06 :

Calculer la section des armatures à l'état limite de service en fissuration très préjudiciable d'une section en béton de **(30x40) Cm²** soumise à un moment de service **M_{ser}=225kN.m**

On donne : $\begin{cases} b = 30cm; h = 40cm, d = 37cm; d' = 3cm \\ f_{c28} = 25MPa; f_e = 400MPa, \end{cases}$

Solution Application N°06 :

1) Caractéristiques des matériaux :

a) Béton

$$\begin{cases} \overline{\sigma}_{bc} = 0.6f_{c28} = 0.6 \times 25 = 15MPa \\ f_{t28} = 0.6 + 0.06f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times 25 = 2.1MPa \end{cases}$$

b) Aciers

$$\overline{\sigma}_{st} = \min \begin{cases} \frac{1}{2} f_e \\ \text{Max}(200MPa ; 90\sqrt{\eta \times f_{t28}}) \end{cases}$$

$$\overline{\sigma_{st}} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} 200 \\ \text{Max}(200MPa ; 90\sqrt{1.6 \times 2.1}) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 200MPa \\ \text{Max}(200MPa ; 164.97MPa) \end{array} \right.$$

D'où : en Fissuration préjudiciable $\overline{\sigma_{st}} = 200MPa$

$$D'où : \left\{ \begin{array}{l} \overline{\sigma_{bc}} = 15MPa \\ \overline{\sigma_{st}} = 200MPa \end{array} \right.$$

Vérifions la présence ou pas d'armatures comprimées.

Calculons μ_{ser}

$$\mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{bd^2 \sigma_{bc}} = \frac{225 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.37^2 \times 15} = 0.365$$

Calculons μ_{rb}

$$\overline{\alpha_1} = \frac{9 \times f_{c28}}{\overline{\sigma_{st}} + 9 \times f_{c28}} = \frac{9 \times 25}{200 + 9 \times 25} = 0.529$$

$$\mu_{rb} = \frac{1}{2} \overline{\alpha_1} \left(1 - \frac{\overline{\alpha_1}}{3} \right) = \frac{1}{2} \times 0.529 \left(1 - \frac{0.529}{3} \right) = 0.218$$

$\mu_{ser} \geq \mu_{rb} \Rightarrow$ nécessité d'armatures comprimées $A_{sc} \neq 0$

On calcule directement la section des armatures comprimées

$$\sigma_{sc} = \frac{15 \left(\overline{\alpha_1} - \frac{d'}{d} \right)}{\overline{\alpha_1}} \overline{\sigma_{bc}} = \frac{15 \times \left(0.529 - \frac{0.03}{0.37} \right)}{0.529} \times 15 = 190.5MPa$$

$$A_{sc} = \frac{(\mu_{ser} - \mu_{rb})bd^2}{\sigma_{sc} \times (d - d')} \overline{\sigma_{bc}} = \frac{(0.365 - 0.218) \times 0.3 \times 0.37^2}{190.5 \times (0.37 - 0.03)} 15 = 0.001398m^2 = 13.98cm^2$$

$$A_{st} = \frac{\frac{1}{2} \times b \times \overline{\sigma_{bc}} \times \overline{\alpha_1} \times d + A_{sc} \sigma_{sc}}{\overline{\sigma_{st}}} = \frac{\frac{1}{2} \times 0.3 \times 15 \times 0.529 \times 0.36 + 13.98 \times 10^{-4} \times 190.5}{200} = 0.003474m^2$$

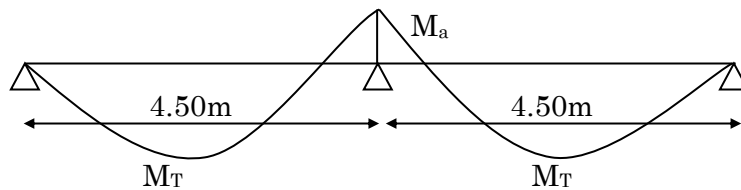
$$A_{st} = 34.74cm$$

Enfin :

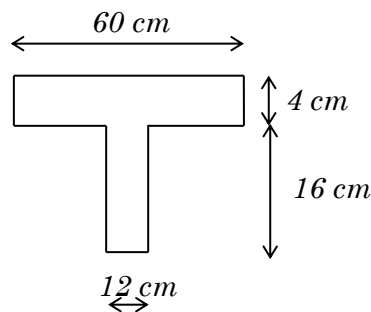
$$\left\{ \begin{array}{l} A_{st} = 34.74cm \\ A_{sc} = 13.98cm^2 \end{array} \right.$$

Application N°07 :

Soit une poutrelle en béton armé faisant partie d'un plancher en corps creux. Cette poutrelle repose sur trois appuis comme le montre la figure ci-après :



La poutrelle a une section en T dont les dimensions sont les suivantes :



- 1) Calculer la section d'armature équilibrant un moment de travée $M_T = 20\text{KN/m}$
- 2) Calculer la section d'armature équilibrant un moment de travée $M_T = 60\text{KN/m}$
- 3) Calculer la section d'armature équilibrant un moment d'appui $M_a = 20\text{KN/m}$
- 4) Schématiser la position des armatures par section de béton

On donne : $f_{c28} = 25\text{ MPa}$ et $f_c = 400\text{MPa}$.

Solution Application N°07 :

Calculs préliminaires :

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0.85 \times 25}{1 \times 1.5} = 14.16\text{MPa};$$

$$d = 0.9h = 0.9 \times 0.2 = 0.18\text{m};$$

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{c28} = 0.6 + 0.06 \times (30) = 2.4\text{MPa}$$

1) Calcul en Travée $M_T = 20\text{KN.m}$:

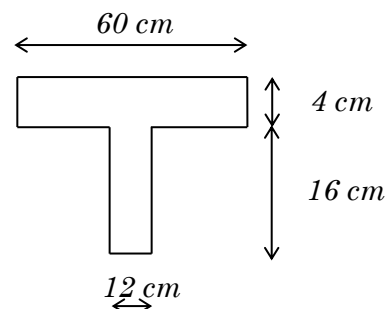
Le moment est positif, la section à considérer est une section en T

$$M_T = M_u = 20\text{KN.m}$$

Calcul du moment de référence M_{Tu}

$$M_{Tu} = f_{bu} \times b \times h_0 \times \left(d - \frac{h_0}{2} \right)$$

$$M_{Tu} = 14.16 \times 10^3 \times 0.6 \times 0.04 \times (0.18 - 0.02) = 54.37\text{KN.m}$$



$M_u \leq M_{Tu} \Rightarrow$ **La table n'est pas entièrement comprimée, Le calcul se fait comme pour une section rectangulaire (bxh)**

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{20 \times 10^{-3}}{0.6 \times 0.18^2 \times 14.16} = 0.072$$

$\mu \leq \mu_{lim} = 0.392$ (Acier feE400) \Rightarrow **Pas d'armatures comprimées**

$\mu < 0.186 \Rightarrow$ **Pivot A**

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.072}) = 0.094$$

On est en pivot A, la déformation de l'acier $\varepsilon_s = 10\%$

En utilisant la compatibilité des déformations, on obtient :

$$\varepsilon_{bc} = \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \varepsilon_s = \left(\frac{0.094}{1 - 0.094} \right) 10\% = 1.037$$

$\varepsilon_{bc} = 1.037\% < 2\% \Rightarrow$ Le béton est élastique et ne travaille donc pas efficacement.

$\varepsilon_s = 10\% > 2\% \Rightarrow$ L'acier est plastifié et $\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348\text{MPa}$

$$A_{st} = \frac{M_{u1}}{\sigma_{st} d (1 - 0.4\alpha)} = \frac{20 \times 10^{-3}}{348 \times 0.18 \times (1 - 0.4 \times 0.0949)} \times 10^4 = 3.318\text{Cm}^2$$

2) Calcul en Travée $M_T=60\text{KN.m}$:

Le moment de référence demeure le même dans la mesure où la section de béton reste la même

$M_u \geq M_{Tu} \Rightarrow$ **La Table sera entièrement comprimée, le Calcul se fera pour une section en T**

2.1) Section fictive 2 :

$$f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348\text{MPa}$$

$$A_2 = \frac{(b - b_o) h_o f_{bu}}{f_{ed}} = \frac{(0.6 - 0.2) \times 0.04 \times 14.16}{348} \times 10^4 = 7.812\text{Cm}^2$$

Section fictive 1 :

$$M_{u1} = M_u - M_{Tu} \left(\frac{b - b_o}{b} \right) = 60 - 54.37 \times \left(\frac{0.6 - 0.12}{0.6} \right) = 16.504\text{KN.m}$$

Le calcul se ramène au cas de la section rectangulaire (b₀xh) soumise à M_{u1}

$$\mu = \frac{M_{u1}}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{16.504 \times 10^{-3}}{0.12 \times 0.18^2 \times 14.16} = 0.299$$

$\mu \leq \mu_{lim} = 0.392$ (AcierfeE400) \Rightarrow **Pas d'armatures comprimées**

$\mu > 0.186 \Rightarrow$ **Pivot B**

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.299}) = 0.459$$

$$A_1 = \frac{M_{u1}}{\sigma_{st} d (1 - 0.4\alpha)} = \frac{16.504 \times 10^{-3}}{348 \times 0.18 \times (1 - 0.4 \times 0.429)} \times 10^4 = 3.18 \text{Cm}^2$$

D'où la section d'armatures totale est la somme des deux sections A_1 et A_2 :

$$A_{st} = A_1 + A_2 = 7.812 + 3.18 = 11.00 \text{Cm}^2$$

3) En appui $M_a = -20 \text{KN.m}$:

Le moment est négatif, la section à considérer est une section rectangulaire ($b_0 x h$) car la table se trouve tendue dans la zone d'appuis.

$M_a = M_u = -20 \text{KN.m}$

$$\mu = \frac{M_u}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{20 \times 10^{-3}}{0.12 \times 0.18^2 \times 14.16} = 0.363$$

$\mu \leq \mu_{lim} = 0.392$ (AcierfeE400) \Rightarrow **Pas d'armatures comprimées**

$\mu > 0.186 \Rightarrow$ **Pivot B**

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.363}) = 0.596$$

$$A_{st} = \frac{M_u}{\sigma_{st} d (1 - 0.4\alpha)} = \frac{20 \times 10^{-3}}{348 \times 0.18 \times (1 - 0.4 \times 0.596)} \times 10^4 = 4.192 \text{Cm}^2$$

Sections minimales :

Calcul de la position de l'axe neutre de la section en T.

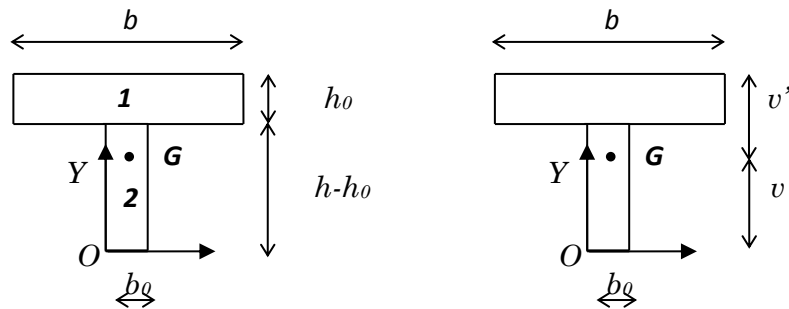
La section est soumise à la flexion simple dont l'expression de la contrainte engendrée

s'écrit comme suit : $\sigma = \frac{M_u}{I} \cdot y$

La position de l'axe neutre correspond au point de contrainte normale nulle, ce qui coïncide dans ce cas là avec le centre de gravité de la section ($y=0$).

Par conséquent, le calcul de la position de l'axe neutre revient au calcul de la position du centre de gravité de la section (juste dans le cas de la flexion simple).

Choisissons le repère (OXY) pour déterminer les coordonnées du centre de gravité de la section.



Pour faciliter le calcul, il convient de diviser la section en deux sections simples (rectangulaires) 1 et 2.

La section étant mono-symétrique il convient de calculer juste l'ordonnée y du centre de gravité, car x est égale à $\frac{b_0}{2}$

$$\text{section 1} \begin{cases} S_1 = b \times h_0 = 60 \times 4 = 240 \text{cm}^2 \\ y_1 = h - \frac{h_0}{2} = 18 \text{cm} \end{cases}$$

$$\text{section 2} \begin{cases} S_2 = b_0 \times (h - h_0) = 12 \times (20 - 4) = 192 \text{cm}^2 \\ y_2 = \frac{h - h_0}{2} = \frac{20 - 4}{2} = 8 \text{cm} \end{cases}$$

$$y_G = \frac{\sum S_i y_i}{\sum S_i} = \frac{(S_1 \times y_1) + (S_2 \times y_2)}{(S_1 + S_2)} = \frac{\left[(b \times h_0) \times \frac{h - h_0}{2} \right] + \left[(b_0 \times (h - h_0)) \times \frac{h - h_0}{2} \right]}{(b \times h_0) + (b_0 \times (h - h_0))}$$

$$y_G = \frac{\sum S_i y_i}{\sum S_i} = \frac{(240 \times 18) + (192 \times 8)}{240 + 192} = 13.556 \text{cm}$$

D'ou la fibre la plus comprimé et la plus tendue se trouve à :

$$\begin{cases} v' = h - y_G = 20 - 13.556 = 6.444 \text{cm (Fibre comprimé)} \\ v = 13.556 \text{cm (Fibre tendue)} \end{cases}$$

Calcul du moment d'inertie de la section en T par rapport au centre de gravité

$$I = I_1 + I_2$$

$$\begin{cases} I_1 = I_{01} + S_1 \times \left(v' - \frac{h_0}{2} \right)^2 = \frac{b h_0^3}{12} + S_1 \times \left(v' - \frac{h_0}{2} \right)^2 \\ I_2 = I_{02} + S_2 \times \left(v - \frac{h - h_0}{2} \right)^2 = \frac{b_0 (h - h_0)^3}{12} + S_2 \times \left(v - \frac{h - h_0}{2} \right)^2 \end{cases} \text{ (Théorème de Huygens)}$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{60 \times 4^3}{12} + 240 \times \left(6.444 - \frac{4}{2}\right)^2 = 5059.792 \text{ cm}^4 \\ I_2 = \frac{12 \times (20-4)^3}{12} + 192 \times \left(13.556 - \frac{20-4}{2}\right)^2 = 10022.874 \text{ cm}^4 \end{cases}$$

$$I = I_1 + I_2 = 15082.66 \text{ cm}^4$$

$$I_{Gz} = b_0 \frac{h^3}{3} + (b - b_0) \frac{h_0^3}{3} - [b_0 h + (b - b_0) h_0] v'^2$$

$$v' = \frac{b_0 h^2 + (b - b_0) h_0^2}{2[b_0 h + (b - b_0) h_0]}$$

$$v = h - v'$$

$$\begin{cases} A_{\min} = \frac{I}{0.81 h v'} \frac{f_{t28}}{f_e} & \text{si } Mu > 0 \\ A_{\min} = \frac{I}{0.81 h v} \frac{f_{t28}}{f_e} & \text{si } Mu < 0 \end{cases} \quad A_{\min} = \frac{I_{Gz}}{(d - \frac{h_0}{3}) v} \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$\begin{cases} A_{\min} = \frac{I}{0.81 h v'} \frac{f_{t28}}{f_e} = \frac{15082.66}{0.81 \times 20 \times 6.444} \frac{2.1}{400} = 0.758 \text{ cm}^2 & \text{si } Mu > 0 \\ A_{\min} = \frac{I}{0.81 h v} \frac{f_{t28}}{f_e} = \frac{15082.66}{0.81 \times 20 \times 13.556} \frac{2.1}{400} = 0.360 \text{ cm}^2 & \text{si } Mu < 0 \end{cases}$$

Enfin, faisons les comparaisons :

$$\begin{cases} M_T = 20 \text{ KN.m} > 0 \Rightarrow A_{st} = 3.31 \text{ cm}^2 \geq A_{\min} = 0.758 \text{ cm}^2 \Rightarrow OK \\ M_T = 60 \text{ KN.m} > 0 \Rightarrow A_{st} = 11.00 \text{ cm}^2 \geq A_{\min} = 0.758 \text{ cm}^2 \Rightarrow OK \\ M_a = -20 \text{ KN.m} < 0 \Rightarrow A_{st} = 4.19 \text{ cm}^2 \geq A_{\min} = 0.360 \text{ cm}^2 \Rightarrow OK \end{cases}$$

4) Choix des barres :

4.1) Pour $M_T=20\text{KN.m}$

$A_{st} = 3.31 \text{ cm}^2$ Soit donc 3HA12 dont la section est égale à:

$$A_{st} = (3 \times 1.13) = 3.39 \text{ cm}^2 > 3.31 \text{ cm}^2 \Rightarrow OK$$

Il faut bien vérifier si les barres choisies entrent dans la section :

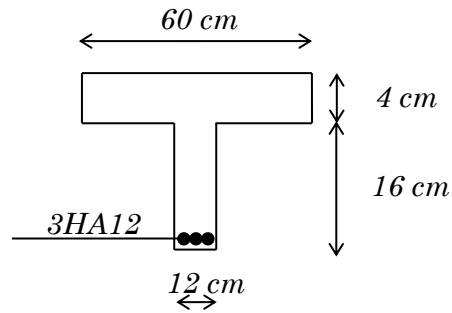
On a $b_0=12 \text{ cm}$ et $\emptyset=12\text{mm}=1.2\text{cm}$

Donc, l'espace occupé par les barres vaut au moins : $(1.2 \times 3) = 3.6 \text{ cm}$

Le vide restant vaut : $(12-3.6) = 8.4 \text{ cm}$

Si nous tenant compte de 2.5 cm d'enrobage, l'espacement entre les barre vaut : [8.4-
(2.5x2)]/2 = 1.7 cm.

On voit bien que les barres choisies entrent dans la section de béton.



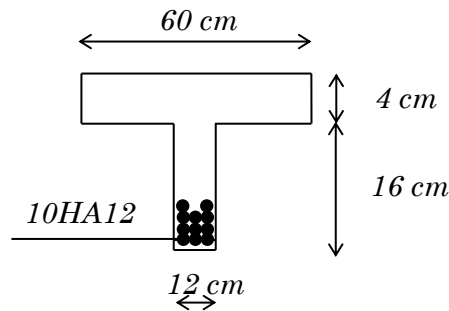
4.1) Pour $M_T=60\text{KN.m}$

$$A_{st} = 11.00\text{cm}^2$$

Si nous utilisons du diamètre $\Phi=12\text{mm}=1.2\text{cm}$ il faut au moins 10 barres

$$A_{st} = (10 \times 1.13) = 11.13\text{Cm}^2 > 11.00\text{Cm}^2 \Rightarrow OK$$

Le schéma est donc le suivant :

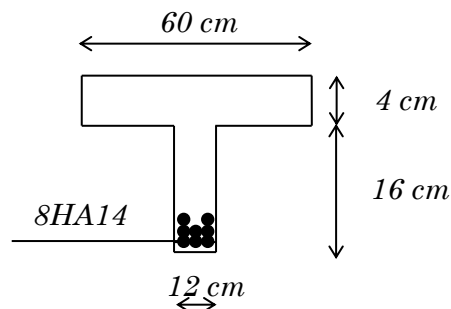


Cette disposition n'est pas conforme au règlement. De plus, mettre un paquet de barres de cette façon déplace le centre de gravité des armatures vers le haut et la hauteur utile d diminue alors, Ceci augmentera davantage la section d'acier.

Changeons alors de diamètre afin de réduire le nombre de barres. Prenons $\Phi=14\text{mm}=1.4\text{cm}$ il nous faut dans ce cas au moins 7 barres

Pour respecter le règlement prenons 8 barres HA14 :

$$A_{st} = (8 \times 1.54) = 12.32\text{Cm}^2 > 11.00\text{Cm}^2 \Rightarrow OK$$



À présent, vérifions si les barres choisies entre bien dans la section :

On a $b_0=12\text{ cm}$ et $\Phi=14\text{mm}=1.4\text{cm}$

On a 3 barres par lit, la largeur b_0 est occupé par uniquement 3 barres.

Donc, l'espace occupé par les barres vaut au moins : $(1.4 \times 3) = 4.2 \text{ cm}$

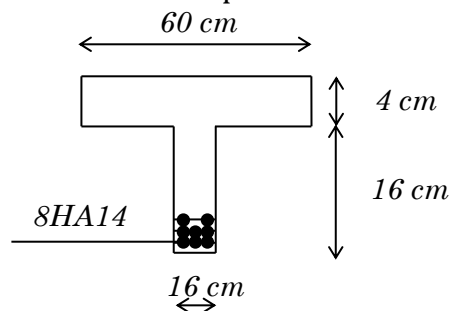
Le vide restant vaut : $(12 - 4.2) = 7.8 \text{ cm}$

Si nous tenant compte de 2.5 cm d'enrobage, l'espacement entre les barres vaut :

$$[8.4 - (2.5 \times 2)] / 2 = 1.4 \text{ cm.}$$

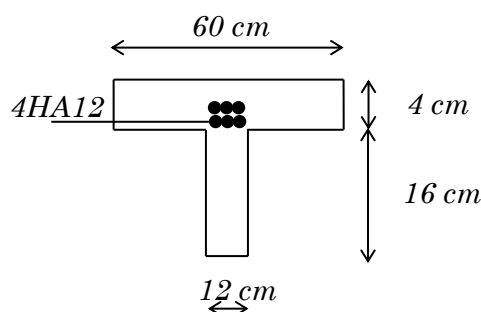
On voit bien que les barres choisies entre difficilement dans la section de béton. L'espace entre les barres vaut 1.4 cm, ce qui ne permet pas le passage des grains de gravier dont le diamètre est supérieur à 1.4 cm.

Le mieux à faire est d'augmenter la largeur b_0 afin de permettre aux barres de s'intégrer dans la section de béton en toute facilité tout en évitant le problème de ségrégation pouvant être occasionné par la densité importante des armatures. On peut prendre par exemple $b_0 = 16 \text{ cm}$ ce qui laisse 3.4 cm d'espace entre les barres.



4.1) Pour $M_a = -20 \text{ KN.m}$

Le moment est négatif. La partie tendue se trouve en haut. Les armatures doivent être placées en haut. $4 \times 1.13 = 4.52 \text{ cm}^2 > 4.19 \text{ cm}^2$



Conclusion Générale

Conclusion générale :

Cet ouvrage, destiné aux étudiants du semestre 5 en licence génie civil (chapitres I à V) et du semestre 5 en licence travaux publics (chapitres I à VI), est structuré en plusieurs chapitres.

Le premier chapitre aborde la « formulation du béton et les propriétés mécaniques du béton armé », avec une présentation du béton armé, de ses constituants et de ses caractéristiques mécaniques.

Le deuxième chapitre traite des « prescriptions réglementaires », incluant la règle des pivots, les états limites, les combinaisons d'actions et la condition de non-fragilité.

Le troisième chapitre est consacré à « l'adhérence et l'ancrage », couvrant la contrainte d'adhérence, l'ancrage d'une barre droite isolée, l'ancrage par courbure, et le recouvrement.

Le chapitre quatre porte sur la compression simple à l'état limite ultime de stabilité de forme.

Le chapitre cinq traite de la traction simple aux états limite ultime de résistance et de service.

Enfin, le chapitre six présente le calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple, pour les sections rectangulaires et en T, aux états limite de résistance et de service.

La suite de ce travail abordera le dimensionnement des sections en béton armé sous l'effet du cisaillement, de la flexion composée, et de la torsion, correspondant au programme du semestre 6 en licence génie civil et travaux publics.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1) D.T.R-B.C.2-41, "Règles de conception et de calcul des structures en béton armé".(CBA 93).
- 2) Jean- Pierre Mouguin, "Cours de béton armé B.A.E.L. 91", BERTI Edition.
- 3) Jean Perchat et Jean Roux, "Maitrise du B.A.E.L. 91 et des D.T.U associés", EYROLLES.
- 4) Jean Perchat et Jean Roux, "Pratique du B.A.E.L. 91 (Cours avec exercices corrigés)", EYROLLES.
- 5) Pierre Charon, "Exercice de béton armé selon les règles B.A.E.L. 83", EYROLLES 2ème édition.
- 6) Jean-Marie Paillé, "Calcul des structures en béton Guide d'application", Eyrolles, 2013.

Semestre : 5

Unité d'enseignement : UEF 3.1.1

Matière 2 : Béton armé 1.

VHS : 45h00 (Cours : 1h30, TD : 1h30)

Crédits : 4

Coefficient : 2

Objectif de l'enseignement :

Enseigner les caractéristiques physiques et mécaniques du béton armé. Apprendre le dimensionnement des sections soumises à des sollicitations simples (traction, compression et flexion simple) selon les règles BAEL, CBA93.

Connaissances préalables recommandées :

Résistance des matériaux (RDM I), Matériaux de constructions (MDC I).

Contenu de la matière :

Chapitre 1. Formulation et propriétés mécaniques du béton armé :

Définition et généralités, Constituants du béton armé, Propriétés mécaniques.

Chapitre 2. Prescriptions réglementaires :

Règle des pivots, Etats limites, Combinaisons d'actions, Condition de non fragilité

Chapitre 3. Adhérence et ancrage :

Contrainte d'adhérence, Ancrage d'une barre isolée droite, Ancrage par courbure, Recouvrement.

Chapitre 4. Compression simple :

Etat limite ultime de résistance, état limite de service.

Chapitre 5. Traction simple :

Etat limite ultime de résistance, état limite de service.

Mode d'évaluation :

Contrôle Continu : 40% ; Examen : 60%.

Références :

1. D.T.R-B.C.2-41, "Règles de conception et de calcul des structures en béton armé", (CBA 93).
2. Jean- Pierre Mouguin, "Cours de béton armé B.A.E.L. 91", BERTI Edition.
3. Jean Perchat et Jean Roux, "Maitrise du B.A.E.L. 91 et des D.T.U associés", EYROLLES.
4. Jean Perchat et Jean Roux, "Pratique du B.A.E.L. 91 (Cours avec exercices corrigés)", EYROLLES
5. Pierre Charon, "Exercice de béton armé selon les règles B.A.E.L. 83", EYROLLES 2ème édition.
6. Jean-Marie Paillé, " Calcul des structures en béton Guide d'application", Eyrolles, 2013.

Semestre : 5

Unité d'enseignement : UEF 3.1.1

Matière 2 : Béton armé.

VHS : 45h00 (Cours : 1h30, TD : 1h30)

Crédits : 4

Coefficient : 2

Objectif de l'enseignement :

Enseigner les caractéristiques physiques et mécaniques du béton armé. Apprendre le dimensionnement des sections soumises à des sollicitations simples (traction, compression et flexion simple) selon les règles BAEL, CBA93.

Connaissances préalables recommandées :

Résistance des matériaux (RDM I), Matériaux de constructions (MDC I).

Contenu de la matière :

Chapitre 1. Formulation et propriétés mécaniques du béton armé :

Définition et généralités, Constituants du béton armé, Propriétés mécaniques.

Chapitre 2. Prescriptions réglementaires :

Règle des pivots, Etats limites, Combinaisons d'actions, Condition de non fragilité

Chapitre 3. Adhérence et ancrage :

Contrainte d'adhérence, Ancrage d'une barre isolée droite, Ancrage par courbure, Recouvrement.

Chapitre 4. Compression simple :

Etat limite ultime de résistance, état limite de service.

Chapitre 5. Traction simple :

Etat limite ultime de résistance, état limite de service.

Chapitre 6. Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple :

Section rectangulaire et section en T Etat limite ultime de résistance + état limite de service.

Mode d'évaluation :

Contrôle Continu : 40% ; Examen : 60%.

Références :

1. D.T.R-B.C.2-41, "Règles de conception et de calcul des structures en béton armé", (CBA 93).
2. Jean- Pierre Mouguin, "Cours de béton armé B.A.E.L. 91", BERTI Edition.
3. Jean Perchat et Jean Roux, "Maitrise du B.A.E.L. 91 et des D.T.U associés", EYROLLES.
4. Jean Perchat et Jean Roux, "Pratique du B.A.E.L. 91 (Cours avec exercices corrigés)", EYROLLES
5. Pierre Charon, "Exercice de béton armé selon les règles B.A.E.L. 83", EYROLLES 2ème édition.
6. Jean-Marie Paillé, " Calcul des structures en béton Guide d'application", Eyrolles, 2013.