

- Question de Cours: voir le support de Cours. 10 pts.
2+2+2+4

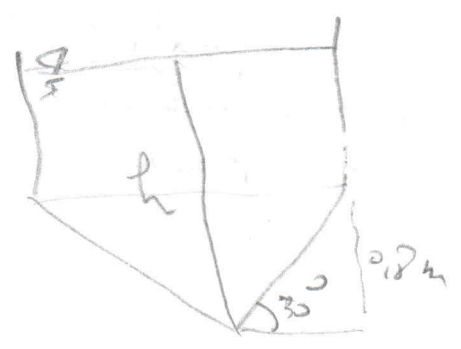
Ex 1: $Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$, $d_p = 5 \text{ cm}$, $\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$, $Z_{\text{crit}}^* = 0,06$, $n = 0,02$, $S_0 = 0,1\%$

1) Démonstration de la relation de Q : (2)

Peq de Manning donne:

$$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \cdot A$$

$$A = A_{\square} + A_{\triangle} = b(h - 0,8) + \frac{b \cdot 0,8}{2}$$



$$\tan 30^\circ = \frac{0,8}{b/2} \Rightarrow b = 2 \tan 30^\circ \cdot 0,8 = 2,771 \text{ m}$$

$$\Rightarrow A = 2,771(h - 0,8) + \frac{2,771 \cdot 0,8}{2} \Rightarrow A = 2,771h - 1,108$$

$$P = P_{\square} + P_{\triangle} = 2(h - 0,8) + 2 \cdot 0,8 / \sin 30^\circ \Rightarrow P = 2h + 1,6$$

$$\text{Donc: } Q = \frac{1}{0,02} \cdot \frac{(2,771h - 1,108)^{5/3}}{(2h + 1,6)^{2/3}} \cdot (0,1/100)^{0,5} \cdot (2,771h - 1,108)$$

$$Q = \frac{1,81 (2,771h - 1,108)^{5/3}}{(2h + 1,6)^{2/3}}$$

2) Calcul de $h = ?$ par la méthode de essais (2)

h	Q
0,8	0,865
1	1,571
0,980	1,496
0,981	1,5

$$h = 0,981 \text{ m}$$

3) $Fr = ?$ (1) $Fr^2 = \frac{8Q^2}{gA^3}$

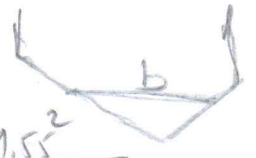
$$A = 2,771(0,981) - 1,108$$

$$A = 1,61 \text{ m}^2$$

$$Fr = \left(\frac{2,771 \cdot 1,5^2}{9,81 \cdot 1,61^3} \right)^{0,5} \Rightarrow Fr = 0,39 \quad \text{régime fluvial}$$

4) profondeur critique $h_c = ? \Rightarrow Fr = 1$ (1) (1/2)

Puisque le régime est turbulent $\varepsilon h = 0,981 \text{ m} \approx 0,8 \text{ m}$
 pour un régime critique la profondeur descend au niveau
 de la section triangulaire et la largeur b n'est pas
 constante mais $b = 2 \cot 30^\circ h = 2 \cdot \sqrt{3} h$.



alors $Fr = 1 = \frac{2\sqrt{3} \cdot h \cdot Q^2}{g(\cot 30^\circ h^2)^3} = \frac{2\sqrt{3} h \cdot 1,55^2}{9,81 (\cot 30^\circ)^3 h^6}$

$\Rightarrow h_c \approx 0,67 \text{ m}$

5) vérification de la stabilité - (2)

$Z = \rho g h c S_0 = \rho g \frac{(4774 h - 4108)}{(2h + 1,6)} \cdot S_0$ $h = 1 \text{ m}$

$Z = 10^3 \cdot 9,81 \cdot \frac{(4774 \cdot 1,0 - 4108)}{(2 \cdot 1,0 + 1,6)} \cdot 0,17/1,0 \Rightarrow Z = 4,57 \text{ Pa}$

d'autre part: $Z_c^* = \frac{Z_{cc}}{(\rho_s - \rho) g d} \Rightarrow Z_{cc} = Z_c^* (\rho_s - \rho) g d$

$\Rightarrow Z_{cc} = 0,06 (1800 - 1000) 9,81 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow Z_{cc} = 2,35 \text{ Pa}$

$Z > Z_{cc} \Rightarrow$ il y a écoulement

6) diamètre minimal pour éviter l'écoulement: $Z \ll Z_{cc}$ (2)

$\Rightarrow Z_{cc} \gg 4,43 = Z_c^* (\rho_s - \rho) \cdot g d$

$\Rightarrow d = 4,43 / (0,06 (1800 - 1000) \cdot 9,81) = 0,0096 \text{ m}$

$d \approx 9,6 \text{ mm}$