جامعة جيلالي ليابس-سيدي بلعباس

كـلية العلوم الاقتصـادية والتجـارية وعلوم التسـيير

قسم: العلوم المالية والمحاسبية

مطبوعة بيداغوجية بعنوان:

الإحصاء1

موجهة للطلبة: السنة الأولى ليسانس تخصص: جذع مشترك

السداسي: الأول

إعداد: د. أحمد بن السيلت

الرتبة: أستاذ محاضر —ب-

السنة الجامعية:2021-2022

الفهرس

قائمة الجداول والأشكال

قائمة الجداول

قائمة الاشكال

مقدمة:

كانت بداية مفهوم الإحصاء في العصور الوسطى تقتصر على حصر أعداد السكان وثرواتهم ودخولهم لأسباب دفاعية ومالية كتكوين الجيوش وفرض الجباية ومعرفة ايرادات الدولة ومحاصيلها، وبدأ مفهوم الإحصاء بمعنى الحصر والعد منذ قدماء المصريين، حيث قاموا بحصر السكان وثروة مصر لأهداف سياسية واجتماعية، ومع تطور علم الرياضيات تطورت معه الأسس الرياضية لعلم الإحصاء وأصبح علم له أسس ونظريات وطرق علمية.

تكتسي دراسة الإحصاء أهمية بالغة الأهمية كونه وسيلة للوصول للأهداف والغايات لمختلف البحوث في شتى المجالات كما يستعمل للتحليل الموضوعي للأوضاع القائمة في المجتمعات والمشاريع وجميع مجالات الحياة، عن طريق دراسة بيانات تاريخية لظواهر معينة ووصفها وتحليلها وتتبع سلوكياتها لإيجاد حلول لمشاكل آنية والتنبؤ بحدوثها للتقليل من آثارها، وتكون هده الدراسة وفق شروط معينة، ومن ثم اتخاذ القرار المناسب في الوقت المناسب.

وللوصول إلى الأهداف المرجوة في تدريس مقياس الإحصاء الوصفي والموجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير تم تقسيم العمل الى خمسة محاور تتضمن ثلاثة عشر محاضرة حسب البرنامج الوزاري كما يلي:

المحور الأول: مفاهيم عامة حول الإحصاء

المحور الثاني: عرض البيانات الاحصائية

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

المحور الرابع: مقاييس التشتت

المحور الخامس: مقاييس الشكل

المحور الأول: مفاهيم عامة حول الإحصاء

المحاضرة الأولى: مفهوم الإحصاء

1-مفهوم الإحصاء :

1-1-أصل كلمة إحصاء : مشتق من كلمتين لاتينيتين: (Statis) والتي تعني الحالة أو الوضع وكلمة (Stats) ونعني الاحصائيات أو الدولة وبالتالي يمكن أن نفهم منه على أنه يعبر على الوضع أو الحالة في الدولة بلغة الأرقام ولكن ما هو إلا مفهوم بدائي لعلم الاقتصاد.

1-2-الإحصائيات: هي مجموعة من المعلومات والأرقام والتي نسميها البيانات الإحصائية حول ميدان معين من مختلف الأنشطة سواء الاقتصادية أو الاجتماعية أو .... في دولة ما كأن نقول إحصائيات السكان في الجزائر والذي نقصد به مجموع البيانات حول عدد السكان وتوزيع السكان حسب المناطق الجغرافية، توزيع السكان حسب الجنس والأعمار. إحصائيات الزراعة: كل المعلومات الخاصة بالزراعة في بلد ما.

1-3-تعريف الإحصاء : هو مجموعة من الإجراءات والأساليب والتقنيات والقوانين المستخدمة في جمع وعرض وتحليل البيانات (الأرقام والمتحصل عليها من الدراسة)، حول موضوع ما والتي تبنى عليها القرارات المستقبلية. كما يعطينا علم الإحصاء إمكانية اتخاذ القرارات حتى في ظروف عدم التأكد أو حتى إذا كانت المعلومات المتوفرة ناقصة، اذ أن في أغلب الحالات تكون المؤشرات غير أكيدة إنما محتملة. ويستعمل علم الإحصاء حاليا في كل المجالات دون استثناء كالاقتصاد والعلوم الاجتماعية والطبية والبيولوجية و......

إذن الإحصاء هو العلم الذي يهتم بالدراسات الخاصة بالمجتمعات والظواهر المقيسة من حيث جمع وتسجيل الحقائق الخاصة بها ثم تنظيمها وتلخيصها بطريقة

يسهل معها عرض هده الحقائق وتحليها بما يساعد على تفهم حقيقة هده الظواهر والتنبؤ بقيمتها في المستقبل.[1]

2- أقسام علم الإحصاء: ينقسم علم الإحصاء الى فرعين هامين هما:

2-1- الإحصاء الوصفي: يهتم الإحصاء الوصفي بعمليات جمع وتنظيم وتلخيص البيانات العددية الرقمية بدلالة بعض المقاييس لأغراض الوصف والمقارنة،[2] أي اختصار مجموعة كبيرة من البيانات والأرقام حول موضوع ما في عدد محدود من الأرقام وهي التعبير الأولي على خصائص الظاهرة المدروسة وهو كذلك تقديم مجموعة من البيانات على شكل جداول أو رسوم بيانية بهدف استخلاص النتائج الأولى من الدراسة

تسهيل وفهم البيانات واستعمالها.

2-2-الإحصاء الاستدلالي: الإحصاء الحديث يهتم بالنظرية والمنهجية لاستخلاص النتائج والتي تتجاوز مجموعة البيانات الخاصة التي تم فحصها باعتماد نظرية الاحتمالات التي توفر الأساس للتعميم من عينة البيانات،[3] ففي كثير من الأحيان تجرى الدراسات على عينات وليس على كل المجتمع أي تجري الدراسة على عدد محدود من الأفراد بدلا من أن تشمل كل الأفراد المعنيين وذلك لأسباب معينة فيأتي الإحصاء الاستدلالي ليعطينا إمكانية التعرف على خصائص المجتمع انطلاقا من خصائص العينة التي أجريت عليها الدراسة والتي أخذت من المجتمع والعلاقة الضرورية التي يجب أن تربط بين العينة والمجتمع الذي سحبت منه هي علاقة التمثيل الجيد ونلاحظ أن الاستدلال عكس الاستنباط الذي يتمثل في استخلاص خصائص الجزء من خصائص الكل.

[1] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مقدمة في الإحصاء الوصفي، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2005، ص: 6.

[2] سالم عيسى بدر وعماد غصاب عبابنة، مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي، دار الميسرة للنشر والتوزيع، الطبعة الثانية، عمان، الأردن، 2010، ص: 13.

[3] المرجع السابق، ص: 14.

3-منهج البحث الاحصائي: لإجراء أي دراسة إحصائية لابد من تطبيق منهج معين والذي يتمثل في الخطوات التالية:[1]

3-1- التحديد الدقيق للمشكلة ووضع الفروض: أي هدف (نوع المعلومات) الدراسة؛

3-2- جمع البيانات أو المعلومات: ويتم ذلك كما يلي:

أ- مصادر جمع البيانات: هناك مصدرين لجمع البيانات هما:

✓ **المصادر المباشرة:** تعني هذه الطريقة جمع المعلومات مباشرة من مصدرها بالتوجه إلى الوحدات الإحصائية المعنية بالدراسة

مثال$_1$: إذا كانت معلومات الدراسة تهتم بمجتمع عمال الخدمات الجامعية فلابد من التوجه وطرح الأسئلة مباشرة على عمال الخدمات الجامعية لا غيرهم.

مثال$_2$: إذا كانت المعلومات تهتم بالمؤسسات التربوية تتوجه مباشرة الى المؤسسات التي تختص بالتعليم وهذه الطريقة يمكن أن تكون شاملة أو عن طريق العينة (الشاملة تخص جميع أفراد المجتمع).

ولها مجموعة من الأساليب وهي:[2]

- الاتصال الشخصي: عن طريق المقابلة الشخصية والانتقال إلى الشخص مباشرة لجمع المعلومات؛
- الاتصال الهاتفي: عن طريق الهاتف بطرح الاسئلة عليهم وتتميز بأنها أقل تكلفة من المقابلة الشخصية؛
- الاستبيان: وهو رزمة من الأوراق تحتوي على مجموعة من الاسئلة يطلب من الأشخاص الإجابة عنها؛

[1] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص، ص: 7، 8.

[2] محمد حسنين محمد رشيد، الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي، دار صفاء للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، عمان، الأردن، 2008، ص: 18.

- المشاهدة المباشرة: وهنا يتم جمع البيانات إما بالمشاهدة الشخصية، أو أدوات إلكترونية ومثال ذلك عند دراسة مدى إقبال الطلبة على الصالات الرياضية بالجامعة.

✓ **المصادر غير المباشرة:** وتتمثل في الحصول على نفس المعلومات تقريبا إذا كان ذلك ممكنا دون اللجوء الى بحث ميداني، أي التوجه إلى الوحدات المعنية بالدراسة وإنما يتم الحصول على هذه المعلومات من مصدر أخر وغالبا ما يكون مصدر إداري أي باستغلال التسجيلات والوثائق الإدارية لمختلف الدوائر الحكومية. وهي جهات مختصة تجمع المعلومات عن المشكلة موضوع الدراسة.[1]

مثال$_1$: كأن نأخذ معلومات حول المغاربة من الملفات الإدارية للمغترب المتواجدة بالإدارة بدلا من طرح الأسئلة مباشرة على المغترب.

مثال$_2$: كأن نأخذ إحصائيات تلاميذ المدارس من ناجحين، راسبين، مطرودين من السجلات الإدارية للمدارس.

ب- طرق جمع البيانات[2]: يتم جمع البيانات بالطرق التالية:

✓ **المسح الشامل:** جمع البيانات من جميع عناصر المجتمع الإحصائي وتمتاز نتائج هذه الطريقة بالدقة العالية والوضوح والتفصيل والمصداقية.

الجدول(01) : سلبيات وإيجابيات طريقة المسح الشامل

سلبيات الطريقة	إيجابيات الطريقة
4- ارتفاع التكاليف؛	**7-** الدقة العالية؛
5- الحاجة إلى الوقت؛	**8-** الوضوح والتفصيل؛
6- الحاجة إلى عدد كبير من الباحثين	**9-** المصداقية

[1] المرجع السابق، ص: 19.

[2] أحمد عبد السميع طيبة، مبادئ الإحصاء، دار البداية ناشرون وموزعون، الطبعة الأولى، عمان، الأردن، 2008، ص: 14.

✓ **ثانيا: العينة:** جزء من المجتمع الكلي قيد البحث وهنا يجب أخذ أقصى درجات الحيطة والحذر عند أخذ العينة لكي تمثل المجتمع تمثيلا صادقا وسليما وهذا يتطلب منا تحديد هدف الدراسة ومجتمع الدراسة.

3-3-تنظيم المعطيات وتبويبها وترتيبها: بعد الحصول على العدد الكبير جدا من البيانات يتم تبويبها وترتيبها حتى يسهل استعمالها وفهم محتواها وذلك على ضوء المرحلة الأولى أي الهدف من الدراسة وهناك عدة طرق لتبويب البيانات منها:

- **التبويب الزمني:** أي فرز البيانات المرتبطة بعنصر الزمن كتبويب الطلبة حسب سنة الالتحاق بالجامعة.

- **التبويب الجغرافي:** وتعني تبويب أفراد المجتمع أو العينة حسب خاصية جغرافية معينة كتبويب الطلبة حسب ولاية السكن، مبيعات الجزائر من البترول حسب زبائنها.

3-4-تحليل البيانات بعرضها وتمثيلها: بعد تبويب البيانات تأتي عملية العرض بغرض الاستعمال والتحليل بشكل يسهل فهمها واستخراج النتائج الأولية من الدراسة ومن طرق العرض المعروفة:

- **العرض الكتابي(النثري):** يتمثل في تقديم النتائج المتحصل عليها للقراء والمستعملين بصفة كتابية (نثرية) وهذه الطريقة واضح أنها لا تصلح إلا إذا كان عدد النتائج قليل يتمثل في بعض الأرقام فقط كأن نقول مثلا في دراسة حول طلبة السنة الجامعية 2019-2020 508 طالب موزعين الى 350 ذكور و158 إناث مما يمثل حوالي 69% ذكور و31% إناث.

- **العرض الجدولي:** بحيث أننا نعرض النتائج على شكل جداول ويشترط أن يتوفر في الجدول المعلومات التالية:[1]

✓ العنوان الدقيق للجدول؛

✓ الإشارة إلى وحدة القياس المستعملة؛

[1] محمد صبحي أبو صالح، عدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام SPSS، دار الميسرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2014، ص: 13.

✓ ذكر مصدر البيانات في الجدول.

مثال: توزيع عمال مصنع ENIE حسب المصالح التي ينتمون إليها.

الجدول(02) : توزيع عمال مصنع ENIE حسب المصالح

الوحدة: %

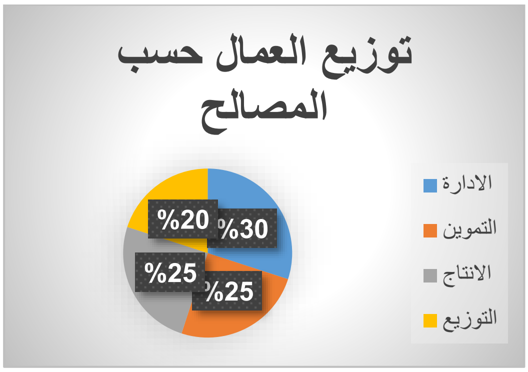
المصالح	الإدارة	الشراء	الانتاج	التوزيع
النسبة	30	25	25	20

المصدر: المصدر فرضي

- **العرض البياني:** وتتمثل هذه الطريقة في عرض نفس النتائج في رسم بياني وتقتضي هذه الطريقة تحويل الأرقام المطلقة أو النسبة إلى أشكال بيانية أكثر حيوية أي تحاول إدخال حاسة البصر في تحليل النتائج واستخلاص النتائج الأولية ومن هذه الأشكال على سبيل المثال:

✓ **الدوائر:** وهي ترجمة أرقام الجدول إلى زوايا ثم عرض كل النتائج على دائرة وهنا لابد من إيجاد مفتاح لقراءة الأرقام.

الشكل(01) : توزيع العمال لشركة حسب المصالح بواسطة الدائرة النسبية



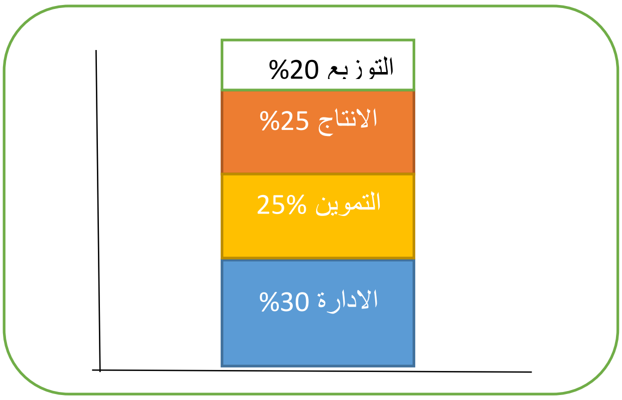
360 ——— %100

x ——— نسبة العمال

X= نسبة العماال *360 /100

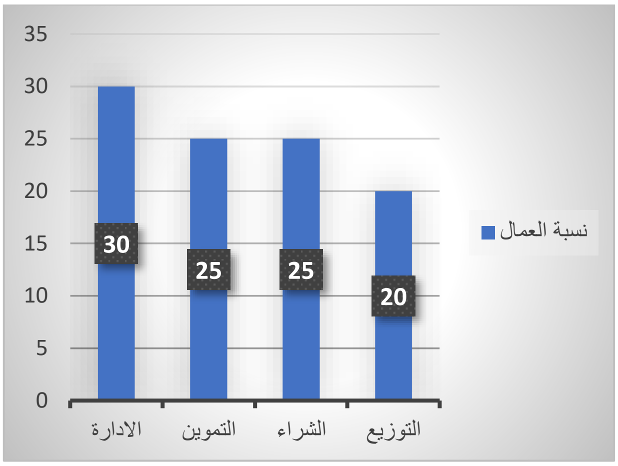
✓ **المستطيل:** وتتمثل في عرض نتائج الجدول باستعمال رسم بياني بواسطة تقسيم مساحة المستطيل بحيث تكون تتناسب بين أرقام الجدول ومساحة هذا المستطيل

الشكل(02) : توزيع عمال مؤسسة ENIE حسب المصالح بواسطة المستطيل



✓ **طريقة الأعمدة:** وهي التعبير على الأرقام بواسطة الأعمدة والتناسب يكون هنا بين قيمة الرقم والعمود.

الشكل(03) : توزيع عمال مؤسسة ENIE حسب المصالح بواسطة الأعمدة البيانية



✓ الخطوط المتكسرة: وتستخدم في عرض النتائج المتعلقة بعنصر الزمن وعلى الخصوص للتعبير عن تطور ظاهرة ما على مدى فترة زمنية معينة.

مثال: تطور عدد العمال في مؤسسة ENIE سيدي بلعباس من 2012 الى 2019.

الجدول(03) : تطور عدد العمال في مؤسسة ENIE سيدي بلعباس من 2012 الى 2019.

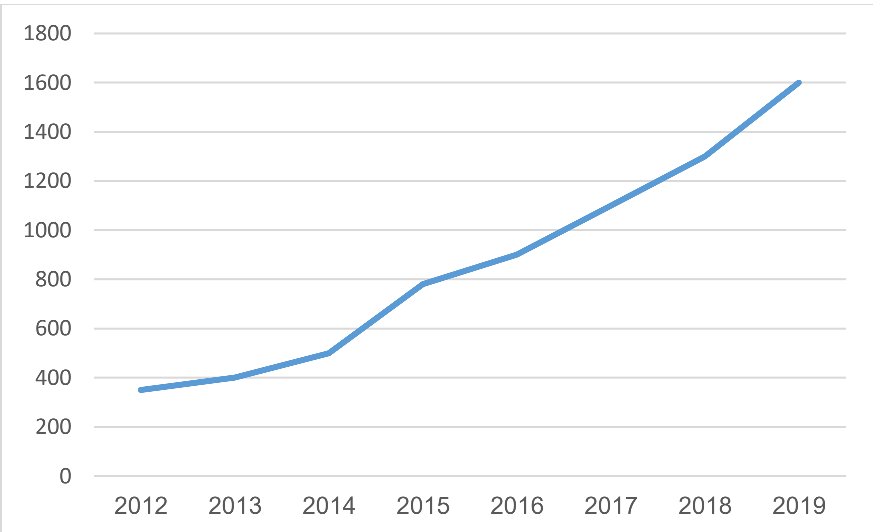
السنة	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
المجموع	350	400	500	780	900	1150	1300	1600

المصدر: إدارة كلية الاقتصاد سيدي بلعباس

المطلوب:

- اعرض بيانيا تطور عدد العمال لشركة ENIE خلال الفترة 2012-2019.

الشكل (04): تطور عدد العمال في مؤسسة ENIE سيدي بلعباس من 2012 الى 2019.



3-5-استخلاص وتفسير واستخدام النتائج الإحصائية: أين يصبح للباحث نتائج رقمية محددة مقنعة ويتعين عليه تفسيرها بحكمة ومهارة وموضوعية تتفق مع طبيعة التحليل الإحصائي والتي تحتاج إلى خبرات ذات معرفة علمية بموضوع البحث الأساسي.

المحاضرة الثانية: أهم المصطلحات الإحصائية

4- مفاهيم بعض المصطلحات الإحصائية: من بين أهم المصطلحات الإحصائية:

4-1-الوحدة الإحصائية: هي العنصر الأولي الذي تتكون منه المجموعة الإحصائية الكلية والذي ينتمي أصلا إلى مجموعة من الكائنات تشبهه في بعض الخواص وتكون هذه الوحدة هي المعنية بالدراسة الإحصائية أي أن المعلومات التي يتم جمعها تتعلق بها فمثلا دراسة حول المستوى المعيشي فالوحدة الإحصائية هنا هي الأسرة، دراسة إحصائية حول الطاقة الإنتاجية من الحليب في ولاية سيدي بلعباس فالوحدة الإحصائية هنا هي الملبنة.[1]

تصنيف الوحدات الإحصائية: يمكن أن ندرس على الوحدة الإحصائية نوعان من الخواص (المعلومات)

- ✓ تعد ولا تقبل التجزئة مثل عدد الأفراد في الأسرة؛
- ✓ كمية تقبل القياس بوحدات قياس مثل دخل الأسرة(دج)، وزن الشخص(كغ)، قامة الشخص(م).

4-2-المجتمع الإحصائي: هو مجموعة الوحدات الإحصائية التي تشترك في الخاصة أو الصفة التي هي موضوع الدراسة، فهي مجمل العناصر التي يرغب الإحصائي في الوصول إلى تعميم أو استنتاج بشأنها تسمى في علم الإحصاء الفضاء، أو المجتمع، وهو مصطلح نسبي فمجموعة العناصر التي تشكل مجتمعا لغرض ما يمكن أن تشكل عينة فقط لغرض آخر.[2]

4-3-العينة الإحصائية: هي جزء من المجتمع الإحصائي، ولكن ليس أي جزء، إنه الجزء الذي يمثل المجتمع أحسن تمثيل، يختلف حجم العينة حسب أهمية الدراسة وحسب الإمكانيات المادية والبشرية المتاحة للقيام بهذه الدراسة

---

[1] بلحس بلمير، إحصاء ونظرية عامة، دار هومة، بوزريعة، الجزائر، 2016، ص: 21.

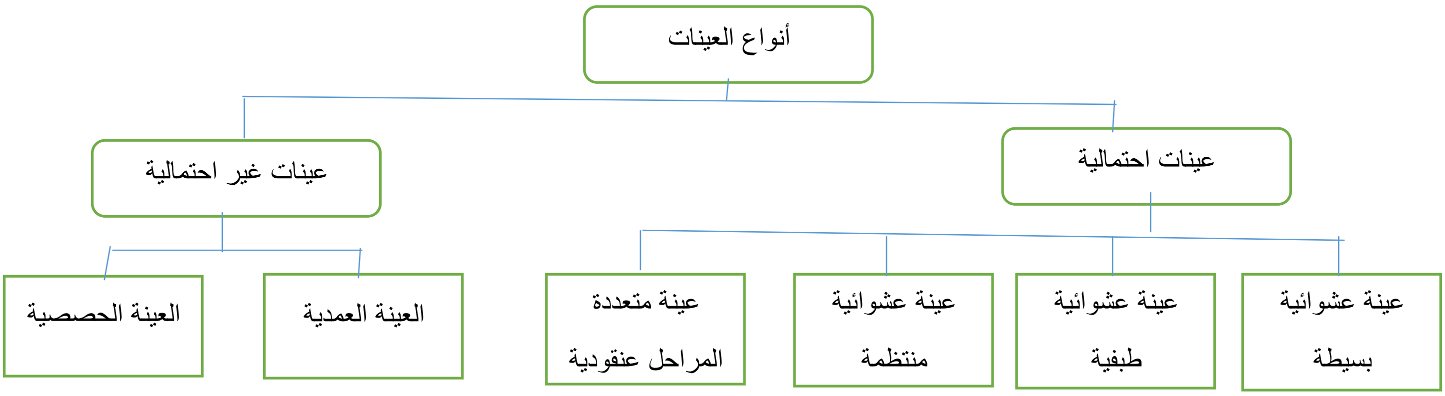
[2] سالم عيسى بدر وعماد غضاب عبابنة، مرجع سابق، ص: 15.

ملاحظة: إن الاعتماد على أسلوب العينة متبع في أغلب الدراسات الميدانية وهذا لاستحالة جمع المعلومات الإحصائية من كل الوحدات التي تشكل المجتمع المدروس (كبر حجم المجتمع) أو بما يسمى **بالحصر** الشامل بالإضافة لربح الوقت والجهد والمال كما أن الفحص الشامل قد يكون مؤذيا أو متلفا للوحدات.

أنواع العينات الإحصائية: يمكن تقسيم العينات وفقا لأسلوب اختيارها إلى نوعين هما:

أ- العينات الاحتمالية **ب-** العينات غير الاحتمالية

الشكل(05): أنواع العينات الإحصائية



المصدر: شرف الدين خليل، الإحصاء الوصفي، شركة الأبحاث والدراسات الاقتصادية، على الموقع www.rr4ee.net تاريخ الاطلاع: 2021/10/01، ص: 13.

نقتصر على ذكر ثلاثة أهم أنواع من العينات:[1]

العينة العشوائية: تعتبر من أكثر العينات استعمالا وهي جزء لا على التعيين من المجتمع المدروس، وتخص العينة العشوائية المجتمعات المتجانسة، أي تلك التي لها خصائص متشابهة أو متقاربة مثلا: مجتمع الطلبة متجانسا من حيث السن، مجتمع من الإطارات المتوسطة مجتمع متجانس من حيث المداخيل المتحصل عليها.

العينة الطبقية: تخص المجتمعات غير المتجانسة أي المجتمعات المتكونة من عدة فئات اجتماعية مهنية وهذا على عدة اعتبارات منها: مستوى الدخل، مستوى الإنفاق، المستوى التعليمي....الخ، وهي عبارة عن مجموعة من العينات العشوائية.

[1] جلاطو جيلالي، الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2007، ص، ص: 5، 6.

العينة ذات المراحل المتعددة:[1] تستعمل مثل هذه العينات عند دراسة المستوى التعليمي في بلد ما مثلا لدراسة المستوى التعليمي للمرحلة النهائية للتعليم الثانوي نتبع الخطوات التالية:

- نسحب ولاية بطريقة عشوائية من أصل مجموع الولايات؛
- نسحب دائرة من أصل الدوائر التي تتكون منها الولاية المسحوبة؛
- نسحب ثانوية من أصل الثانويات المتواجدة في الدائرة المختارة؛
- يسحب قسم من الأقسام النهائية على مستوى الثانوية المسحوبة لنجري عليه الدراسة.

4-4-المتغير الإحصائي:[2] هو الخاصية التي يرغب الباحث في دراستها أو القاسم المشترك بين عناصر المجتمع، وتكون قابلة للتغير من فرد لأخر من مشاهدة إلى أخرى فهي لا تسمح بالتفريق بين وحدات المجتمع فبواسطتها يمكن للباحث أن يفرق بين الوحدات الإحصائية لأن في البداية كل الوحدات متشابهة أمامه فمثلا مجموعة من الطلبة لا اختلاف بينهم طالما لم يكن هناك متغير أو خاصية تفرقهم عن بعضهم البعض فصفة العمر أو الطول أو القامة تمكن الباحث من التفريق بينهم.

أنواع المتغيرات الإحصائية: تنقسم المتغيرات الإحصائية الى قسمين:

أ- **متغيرات كيفية:** هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها أو غير قابلة للقياس مثل الجنسية، الحالة العائلية، الحالة المدنية.....الخ. وتنقسم الى قسمين

✓ **متغيرات كيفية قابلة للترتيب:** وهي تلك المتغيرات الوصفية التي يمكن ترتيبها حسب رتبة ما، إما تصاعديا أو تنازليا، مثل مستوى التأهيل العلمي ......

[1] جلاطو جيلالي، الإحصاء الوصفي مع تمارين ومسائل محلولة، مرجع سابق، ص: 6.

[2] سعد بن فرحات وعبد الحميد قطوش، مطبوعة الإحصاء 1 مدعمة بتمارين وامتحانات محلولة، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة فرحات عباس، سطيف، الجزائر، 2013-2014، ص: 14.

✓ **متغيرات كيفية غير قابلة للترتيب:** وهي المتغيرات الوصفية التي لا يمكن ترتيبها مثل الجنسية، الجنس، الحالة العائلية.....

ب- متغيرات كمية: هي تلك الخصائص التي يمكن قياسها وهي أكثر المتغيرات إنتشارا واستعمالا لان لغة الإحصاء هي لغة أرقام مثل: الإنتاج، الاستهلاك، الوزن....الخ. وتنقسم بدورها إى قسمين، متغيرات منقطعة، متغيرات مستمرة

✓ **متغيرات متقطعة:** هي التي تأخذ قيما صحيحة لا يمكن تجزئتها مثل: عدد الأطفال في العائلة، عدد الوحدات المنتجة....الخ.

✓ **متغيرات مستمرة:** وهي المتغيرات التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة، ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيم نقسم مجال الدراسة الى مجالات جزئية تسمى الفئات مثل الوزن، معدل سنوي....الخ.

تمارين المحور الأول

التمرين الأول

1-عرف الإحصاء وبين أقسامه؛

2-ما المقصود بالمصطلحات التالية مع الأمثلة:

المجتمع الإحصائي؛

العينة الإحصائي؛

المتغير الإحصائي وبين أنواعه؛

3-ماهي مصادر وطرق جمع البيانات مع تبيان مزاياها وعيوبها؟

التمرين الثاني

حدد المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية فيما يلي:

1-مجموعة المؤسسات الاقتصادية الجزائرية المشتركة في معرض الإنتاج الدولي.

2- الرواتب السنوية للمعلمين في المدرسة.

3- سعر البيع لأحد منتجات شركة لـ 10 محلات تجارية

4-لدراسة عدد الحوادث السنوية تم أخذ عدد الحوادث في شهر أوت.

التمرين الثالث

حدد أي من المتغيرات الآتية كمي وأيها كيفي:

- لون الشعر.
- مكان الميلاد.
- عدد سنوات الخبرة المهنية.
- عدد الحوادث في طريق معين.
- عدد أفراد الأسرة.
- عدد حالات كوفيد 19.
- المستوى العلمي.
- الحالة الاجتماعية.
- الجنسية.
- أسماء التخصصات الاقتصادية

التمرين الرابع

حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه من واقع العبارات التالية:

1-طول قضيب حديدي صنعت من طرف شركة الحديد والصلب؛

2-تصنيف العمال حسب عدد الأولاد لكل عامل؛

3-الأجور الشهرية لعمال مؤسسة ما؛

4-ترتيب السيارات حسب الطراز؛

5-أوزان طلبة جامعة سيدي بلعباس؛

6-ترتيب الأسر حسب عدد الغرف في البيت؛

7-ترتيب الطلبة حسب العمر

8-عدد أسهم شركة ما.

9-عدد الإداريين في إحدى الأقسام بالجامعة.

حلول تمارين المحور الأول

حل التمرين الأول:

1- عرف الإحصاء وما هي أقسامه مع الشرح؟

أ- الإحصاء: هو العلم الذي يبحث في طرق جمع البيانات الخاصة بمختلف الظواهر وعرضها وتحليلها للوصول إلى نتائج تساعد في اتخاذ القرارات المناسبة.

ب- أقسام علم الإحصاء: ينقسم علم الإحصاء إلى:

- الإحصاء الوصفي: هو ذلك الجزء من الإحصاء الذي يهتم بتلخيص البيانات الإحصائية إلى عدد محدود من الأرقام تسمى مقاييس إحصائية أو في جدول إحصائي يسهل القراءة أو في رسوم بيانية، والغرض من كل ذلك هو إعطاء وصف أولي للظاهرة المدروسة بدون تحليل معمق.

- الإحصاء الاستدلالي: يستند على فكرة اختيار جزء من المجتمع يسمى العينة، وذلك بطريقة علمية مناسبة، بغرض استخدام بيانات هذه العينة في التوصل إلى نتائج يمكن تعميمها على مجتمع الدراسة، فنقول لقد استدللنا على خواص المجتمع على أساس خواص العينة، وهذا عكس الاستنباط الذي يعني استخراج الجزء (العينة) انطلاقا من خواص الكل.

2- ما المقصود بالمصطلحات التالية مع الأمثلة:

أ- المجتمع الإحصائي: هو مجموع الوحدات الإحصائية المراد دراستها والمعرفة بشكل دقيق والتي تشترك فيما بينها في الصفة الأساسية محل اهتمام الباحث، مثل: مجتمع من الطلبة، مجتمع من الأسر، مجتمع من المؤسسات.

ب- المتغير الإحصائي: هو العنصر المشترك لكل الوحدات الإحصائية التي تشكل المجتمع الإحصائي، مثل: الطول، السن، المستوى العلمي، عدد الإفراد في الأسرة الواحد.

✓ أنواع المتغيرات الإحصائية: تنقسم المتغيرات الإحصائية إلى نوعين:

- **متغيرات كيفية:** هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها، والتي تنقسم بدورها إلى قسمين:

متغيرات كيفية قابلة للترتيب: مثل المستوى العلمي (جامعي، ثانوي، ...)، مستوى الرضا (راض جدا، راض، مقبول،...)، الدرجات (ممتاز، جيد جدا، جيد، حسن، ...).

متغيرات كيفية غير قابلة للترتيب: مثل الجنسية، الجنس، الحالة العائلية، اللون.

- **متغيرات كمية:** هي تلك المتغيرات التي يمكن قياسها، وهي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأن لغة الإحصاء هي لغة الأرقام، والمتغيرات الكمية تنقسم بدورها إلى قسمين:

متغيرات كمية متقطعة: هي تلك المتغيرات التي تأخذ قيما صحيحة لا يمكن تجزئتها، مثل عدد الأطفال في الأسرة الواحدة، عدد قطع الغيار المنتجة، عدد السيارات المملوكة في كل أسرة.

متغيرات كمية مستمرة: هي تلك المتغيرات التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة، ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيم نقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات، مثال الطول، السن، الوزن.

ج- عرف العينة الإحصائية، وما هي أسباب الاعتماد عليها في الدراسات الإحصائية بدل الحصر الشامل؟

- العينة: هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم استخراجها بطرق إحصائية معينة حتى تكون ممثلة للمجتمع الإحصائي أحسن تمثيل، ويتم الاعتماد عليها في الدراسة بدل المجتمع نظرا لـ:

- كبر حجم المجتمع؛
- ربحا للوقت والجهد والمال؛

- الفحص قد يكون مؤذيا أو متلفا للوحدات.

3- ماهي مصادر وطرق جمع البيانات مع تبيان مزاياها وعيوبها؟

هناك مصدرين لجمع البيانات هما:

- ✓ **المصادر المباشرة:** تعني هذه الطريقة جمع المعلومات مباشرة من مصدرها بالتوجه إلى الوحدات الإحصائية المعنية بالدراسة
- ✓ **المصادر غير المباشرة:** وتتمثل في الحصول على نفس المعلومات تقريبا إذا كان ذلك ممكنا دون اللجوء الى بحث ميداني، أي التوجه إلى الوحدات المعنية بالدراسة وإنما يتم الحصول على هذه المعلومات من مصدر أخر وغالبا ما يكون مصدر إداري أي باستغلال التسجيلات والوثائق الإدارية لمختلف الدوائر الحكومية. وهي جهات مختصة تجمع المعلومات عن المشكلة موضوع الدراسة.

طرق جمع البيانات: يتم جمع البيانات بالطرق التالية:

- ✓ **المسح الشامل:** جمع البيانات من جميع عناصر المجتمع الإحصائي وتمتاز نتائج هذه الطريقة بالدقة العالية والوضوح والتفصيل والمصداقية.

سلبيات وإيجابيات طريقة المسح الشامل

سلبيات الطريقة	إيجابيات الطريقة
ارتفاع التكاليف؛ الحاجة إلى الوقت؛ الحاجة إلى عدد كبير من الباحثين	الدقة العالية؛ الوضوح والتفصيل؛ المصداقية

- ✓ **ثانيا: العينة:** جزء من المجتمع الكلي قيد البحث وهنا يجب أخذ أقصى درجات الحيطة والحذر عند أخذ العينة لكي تمثل المجتمع تمثيلا صادقا وسليما وهذا يتطلب منا تحديد هدف الدراسة ومجتمع الدراسة.

حل التمرين الثاني:

حدد المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية فيما يلي:

1- مجموعة المؤسسات الاقتصادية الجزائرية المشتركة في معرض الإنتاج الدولي.

المجتمع الإحصائي: جميع المؤسسات الاقتصادية.

العينة الإحصائية: المؤسسات الاقتصادية الجزائرية المشاركة في المعرض الدولي.

2-المجتمع الإحصائي: جميع المعلمين.

العينة الإحصائية: معلمي مدرسة ما.

3- الإنتاج الكلي للقمح في الجزائر سنة 2010.

المجتمع الإحصائي: سعر البيع لأحد منتجات شركة في جميع المحلات.

العينة الإحصائية: سعر البيع لأحد منتجات شركة لـ 10 محلات تجارية.

4- لدراسة عدد الحوادث السنوية تم أخذ عدد الحوادث في شهر أوت.

المجتمع الإحصائي: عدد الحوادث السنوية.

العينة الإحصائية: عدد حوادث شهر أوت.

حل التمرين الثالث

- لون الشعـــــر: متغير كيفي - مكــــــان الميــــلاد: متغير كيفي
- عدد سنوات الخبرة: متغير كمي - عدد الحوادث في طريق معين: متغير كمي
- عدد أفراد الأســرة: متغير كمي - عدد حالات كوفيد19: متغير كمي
- المستـوى العلمي: متغير كيفي - الحالـــة الإجتماعيـــــة: متغير كيفي
- الجنسيــــــــة: متغير كيفي - أسمــــاء التخصصات الاقتصادية: متغير كيفي

حل التمرين الرابع

تحديد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه من واقع العبارات التالية:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع القضبان الحديدية المنتجة في المصنع	قضيب حديدي	الطول	كمي مستمر
جميع العمال	عامل	عدد الأولاد	كمي متقطع
جميع العمال بالمؤسسة	العامل الواحد	الأجر الشهري	كمي مستمر
جميع السيارات في الدولة	السيارة الواحدة	صنف السيارة	كيفي
جميع طلبة جامعة سيدي بلعباس	الطالب الواحد	الوزن	كمي مستمر
جميع الأسر	أسرة	عدد الغرف	كمي متقطع
جميع طلبة جامعة سيدي بلعباس	طالب	العمر	كمي مستمر
جميع الشركات	الشركة الواحدة	عدد الأسهم	كمي متقطع
جميع الأقسام بالجامعة	القسم الواحد	عدد الإداريين	كمي متقطع

تمارين مقترحة

التمرين الأول

- ماهي أنواع العينات؟ وأسباب الاعتماد عليها في أغلب الدراسات؟
- عرف منهج البحث الإحصائي؟ حدد مراحله؟
- ما الفرق بين المتغيرات الكمية المتصلة والمتغيرات الكمية المنفصلة بالأمثلة؟

التمرين الثاني

حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، طبيعة المتغير الإحصائي

- أطوال 50 رياضي
- توزيع مجموعة من البلديات حسب عدد السكان
- توزيع العمال حسب المنصب الوظيفي

- ترتيب مجموعة سيارات حسب النوع
- أوزان مجموعة من الملاكمين
- ترتيب الولايات حسب كميات الأمطار المتساقطة
- ترتيب 50 صندوق حسب الحجم

التمرين الثالث

حدد أي من المتغيرات التالية متقطع وأيها مستمر:

1-عدد الزبائن الذين يدخلون إحدى المحلات التجارية.

2-درجات الحرارة في شهر أوت.

3-الدخل الشهري.

4-أوزان مجموعة من الأشخاص.

5-عدد المكالمات التي يستقبلها مكتب ما.

التمرين الرابع:

بهدف التعرف على مستوى انتاج مزارع تربية الأبقار التي تنشط في ولاية سيدي بلعباس من الأبقار ولحومها وحليبها أجريت دراسة إحصائية حول هذا الموضوع.

1-ما هو الهدف العام من الدراسة؟

2-ما هي المتغيرات الإحصائية الذي يجب دراستها؟ وما هو نوع كل متغير؟

3-حدد الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي في هذه الدراسة؟

4-ما هي الطريقة الملائمة لجمع البيانات في هذا البحث؟ علل ذلك؟

المحور الثاني: عرض البيانات الإحصائية

المحاضرة الثالثة: العرض الجدولي للبيانات الإحصائية للمتغير الإحصائي المنفصل

المقصود بعرض البيانات هو كيفية عرض نتائج الدراسة وهناك أسلوبان معتمدان لذلك:

- ✓ العرض الجدولي للبيانات الإحصائية؛
- ✓ العرض البياني للبيانات الإحصائية.

1- **العرض الجدولي للبيانات الإحصائية:** لا توجد طريقة موحدة لعمل الجداول إلا أن هناك أسس يجب مراعاتها عند بناء الجدول وهي:[1]

- ✓ يجب أن يكون الجدول معنونا بشكل واضح ومختصر؛
- ✓ أن تكون للأعمدة والصفوف عناوين مختصرة وواضحة؛
- ✓ أن ترتب البيانات حسب ترتيبها الزمني أو حسب أهميتها من الناحية الوصفية؛
- ✓ توضح كل من وحدات القياس، ومصادر المعلومات؛
- ✓ تفسير شذوذ بعض البيانات إن وجدت.

هي عرض نتائج الدراسة على شكل جداول والجدول يسمى **توزيع تكراري** وهي نوعان:

1-1-حالة المتغير الإحصائي المنفصل: وهي عبارة بيانات إحصائية إلا أنها تتميز بأنها بيانات متقطعة وهي بدورها تنقسم إلى:

وتكون بالشكل التالي:

[1] محمد حسين محمد رشيد، مرجع سابق، ص: 31.

✓ **حالة بيانات نوعية(وصفية):** مثال: تمثل البيانات التالية التوجه النهائي بعد الطعن لـ 32 طالبا الى السنة الثانية حسب الشعبة في ميدان العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.

أفرغ البيانات التالية في جدول التوزيع التكراري:

الجدول(04): بيانات عينة من 32 طالب حسب الشعبة

علوم تجارية	علوم اقتصادية	علوم التسيير	علوم مالية	علوم تجارية	علوم تجارية	علوم اقتصادية	علوم اقتصادية
علوم تجارية	علوم التسيير	علوم اقتصادية	علوم مالية	علوم التسيير	علوم تجارية	علوم التسيير	علوم اقتصادية
علوم مالية	علوم تجارية	علوم تجارية	علوم التسيير	علوم التسيير	علوم مالية	علوم تجارية	علوم تجارية
علوم مالية	علوم التسيير	علوم تجارية	علوم تجارية	علوم تجارية	علوم مالية	علوم التسيير	علوم التسيير

الحل: نقوم بوضع جدول التوزيع التكراري كما يلي:

الجدول(05): جدول التوزيع التكراري لعينة من 32 طالب حسب الشعبة

الشعبة	تفريغ البيانات	التكرارات
علوم تجارية	~~////~~ ~~////~~ //	12
علوم اقتصادية	~~////~~	05
علوم التسيير	~~////~~ ////	09
علوم مالية	~~////~~ /	06
المجمـــــــــــــوع		32

✓ **حالة بيانات كمية:** وهنا نقوم في هذه الحالة بترتيب البيانات لتصبح **سلسلة إحصائية**، حيث يمكن لبعض القيم أن تتكرر أكثر من مرة.

مثال: نفرض اننا أجرينا دراسة إحصائية حول عدد أفرد الأسرة في ولاية سيدي بلعباس على عينة من 30 أسرة.

المطلوب: إفراغ هذه البيانات الإحصائية.

نلاحظ أن طبيعة هذا المتغير هو متغير إحصائي منفصل أي غير قابل للتجزئة فكانت النتائج التالية:

2، 0، 3، 2، 3، 3، 2، 3، 0، 2

1، 3، 4، 2، 0، 3، 2، 4، 3، 2

2، 1، 2، 1، 3، 0، 2، 4، 0، 3

الحل: أولا نرتب البيانات تصاعديا كما يلي:

0، 0، 0، 0، 0، 1، 1، 1، 2، 2

2، 2، 2، 2، 2، 2، 2، 2، 3، 3

3، 3، 3، 3، 3، 3، 4، 4، 4

ثم نقوم بإفراغ هذه البيانات في جدول التوزيع التكراري الذي يحتوي على كل القيم الممكنة في السلسلة للخاصة الإحصائية المدروسة وهي تمثل قيم المتغير الإحصائي ونرمز لها بالرمز x_i بحيث:

x_1 : القيمة الأولى

x_2: القيمة الثانية

x_3: القيمة الثالثة .... x_i.......................... x_n

ومقابل كل قيمة ممكنة نكتب عدد مرات تكرر هذه القيمة فيكون:

$x_1=0 \longrightarrow n_1=5$

$x_2=1 \longrightarrow n_2=3$

$x_3=2 \longrightarrow n_3=10$

$x_4=3 \longrightarrow n_4=9$

$x_5=4 \longrightarrow n_5=3$

نعرض كل هذه المعلومات في جدول تكراري في الشكل التالي:

الجدول (06): توزيع عينة من 30 عائلة حسب عدد افرادها

x_1 (عدد افرد الاسرة)	تفريغ البيانات	n_i (عدد الاسر)
$0 = x_1$	~~////~~	$5 = n_1$
$1 = x_2$	///	$3 = n_2$
$2 = x_3$	~~////~~ ~~////~~	$10 = n_3$
$3 = x_4$	~~////~~ ////	$9 = n_4$
$4 = x_5$	///	$3 = n_5$
المجموع	المجمـــــــــــــــوع	30

المصدر: دراسة ميدانية

شرط صحة الجدول التكراري $N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 30$

N : حجم العينة 30 وعموما :

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = N$$

$$\sum_{i=1}^{5} n_i = 30$$

ملاحظة هامة: تسمى عدد المرات التي يتكرر فيها المتغير الإحصائي في الجدول والتي اليها بالرمز n_i تسمى التكرارات المطلقة

شرط صحة جدول التوزيع التكراري هو أن يكون مجموع التكرارات المطلقة من السطر الأول الى السطر الأخير K يساوي حجم العينة أو المجتمع الإحصائي الذي أجريت عليه الدراسة.

التكرارات النسبية: وتكون بتحويل التكرارات المطلقة n_i في الجدول التكراري إلى نسب أو نسب مئوية وهو تكرار كل قيمة للمتغير الإحصائي على حجم العينة أو المجتمع الإحصائي حيث:

$$f_i = \frac{ni}{\sum ni} = \frac{ni}{n}$$

وإذا أردنا أن نحولها إلى تكرارات نسبية مئوية نضربها في العدد 100

$$f_i = \frac{ni}{n} \times 100$$

وشرط صحة التوزيع التكراري النسبي يحقق بالعلاقة التالية:

$$\sum^k{}_i f_i = 1 \qquad \text{أو} \qquad \sum^k{}_i f_i = 100$$

مثال: نطبق ذلك على الجدول التكراري السابق

الجدول(07): جدول التوزيع التكرارات النسبية والنسبية المئوية

$\mathcal{X}_1$	تفريغ البيانات	n_i التكرار المطلق	f_i النسبي	% f_i
$0 = \mathcal{X}_1$	$\cancel{////}$	$5 = n_1$	0.1666	16.66
$1 = \mathcal{X}_2$	///	$3 = n_2$	0.1	10
$2 = \mathcal{X}_3$	$\cancel{////}$ $\cancel{////}$	$10 = n_3$	0.3333	33.33
$3 = \mathcal{X}_4$	$\cancel{////}$ ////	$9 = n_4$	0.3	30
$4 = \mathcal{X}_5$	///	$3 = n_5$	0.1	10
المجموع	المجمـــــــوع	30	1	100

المحاضرة الرابعة: العرض الجدولي للبيانات الإحصائية للمتغير الإحصائي المتصل

1-2- في حالة متغير إحصائي متصل: بمعنى بيانات إحصائية مستمرة

إذا كان المتغير الإحصائي من النوع المتصل يضم مالا نهاية من القيم ولصعوبة تبويب كل هذه القيم في الدراسات التطبيقية يمكن أن نقوم بحصرها في مجالات محددة حيث نلاحظ في السلسلة وجود أصغر قيمة X_{min} وأكبر قيمة X_{max} وبالتالي يبدو من غير المعقول أن تعرض كل هذه القيم في جدول تكراري فردي وعليه نلجأ إلى تجميع كل هذه القيم الممكنة والمحصورة بين X_{min} و X_{max} على شكل **فئات** **classe**.

هناك بعض علماء الإحصاء يقترحون قوانين نظرية لتحديد عدد الفئات ومن هذه القوانين: **قانون ستيرجس (Staurges)**: الذي يحدد عدد الفئات حسب عدد الوحدات الإحصائية التي مستها الدراسة أي حجم العينة أو المجتمع فإذا أجريت الدراسة مثلا على n وحدة إحصائية فإن عدد الفئات يحدد بالصيغة التالية:[1]

$$K = 1 + 3.332 \log n$$

حيث:

K : هو عدد الفئات

n : عدد الوحدات (عدد القيم)

قانون يول(Yule): ويحسب عدد الفئات بالعلاقة التالية:

$$K = 2.5\sqrt[4]{n}$$

[1] جلاطو جيلالي، مرجع سابق، ص: 12.

أما طول الفئة فيستحسن أن يكون موحدا ويقترح أن يحسب بالصيغة التالية:[1]

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المـــــــدى}}{\text{عدد الفـــئات}}$$

$$L = \frac{R}{K}$$

المدى(R): هو الفرق بين أصغر قيمة في السلسلة $\mathcal{X}min$ وأكبر قيمة $\mathcal{X}max$

R= $\mathcal{X}max - \mathcal{X}min$

يتم التقريب في طول الفئة إلى الأعلى عندما يكون الناتج عددا عشريا.

كل فئة تتميز بحديها حد أدنى وحد أقصى حيث أن الحد الأقصى يمكن أن يكون فعلي أو غير فعلي كأن نقول الفئة من a إلى b وهو حد فعلي ينتمي للفئة أو من a إلى أقل b اذن b لا تنتمي الى الفئة.

- لكل فئة مجال أو طول الفئة وهو الفرق بين حدها الأقصى وحدها الأدنى ونرمز له ب L أو ΔX ويستحسن أن يكون هذا الطول موحد لكل الفئات.
- لكل فئة مركز ويرمز له بالرمز C_i

$$\mathbf{Ci} = \frac{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}}{\mathbf{2}}$$

- يمكن أن نستنتج أطوال الفئات من خلال الفرق بين مراكزها المتتالية.

[1] سالم عيسى بدر وعماد غصاب عباينة، مرجع سابق، ص:33.

قاعدة هامة: بغض النظر عن عدد الفئات المختارة وأطوالها لا بدى أن تراعى عند توزيع الوحدات الإحصائية على مختلف الفئات أن **تصنف كل وحدة إحصائية في فئة واحدة وواحدة فقط.**

مثال: تمثل البيانات التالية كمية المبيعات بآلاف الدينار لـ 50 محل تجاري.

36	45	31	28	41	32	29	26	48	32
30	28	33	27	40	31	30	40	35	45
32	37	36	31	35	33	38	39	41	30
38	42	35	33	36	38	39	37	45	23
36	46	30	35	32	51	43	37	22	34
					X_{max}			X_{min}	

المصدر: بنية صابرينة، محاضرات في الأحصاء الوصفي، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسير، ملحقة قصر الشلالة، تيارت، الجزائر، 2017-2018، ص: 37.

المطلوب: حدد عدد الفئات باستخدام معادلة Sturgers وباستخدام معادلة Yule ثم كون جدول التوزيع التكراري.

حل المثال:

أ- تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة Sturgers

$$K= 1+ 3.322 \log(n)$$

$$K= 1+3.322 \log 50$$

$$K=6.66 =07$$

ب- تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة Yule

$$K = 2.5\sqrt[4]{n}$$

$$K = 2.5\sqrt[4]{50}$$

$$K = 6.64 = 07$$

حساب طول الفئة:

$$L = \frac{R}{K}$$

$$L = \frac{51 - 22}{7}$$

$$L = 04$$

تكوين جدول التوزيع التكراري:

الجدول (08): توزيع 50 محل تجاري حسب كمية المبيعات بآلاف الدينار

C_i	n_i	x_i
24	02	]26 22]
28	05	]30 26]
32	14	]34 30]
36	12	]38 34]
40	09	]42 38]
44	05	]46 42]
48	02	]50 46]
52	01	]54 50]
/	50	$\sum$

N_3 : هناك 14 محلا تتراوح مبيعاتهم بين 30 و34 الف دينار.

1-3-التوزيعات التكرارية التجميعية: قد يحتاج الإحصائي إلى معرفة المفردات التي تزيد أو تقل قيمتها عن حد معين فيلجأ إلى حساب التكرارت التجميعية ويوجد نوعان من التوزيعات التكرارات التجميعية توزيعات تكرارية متجمعة صاعدة وأخرى نازلة.[1]

أولا: التوزيعات التكرارية التجمعية الصاعدة:

أ-**التوزيعات التكرارية المطلقة التجمعية الصاعدة:** ويرمز لها بالرمز $ni\uparrow$ وهي عبارة عن تراكم التكرارات بحيث نبدأ من أعلى الجدول إلى أسفله ونقوم بجمع التكرارات المطلقة[2] وتحسب بالصيغة التالية:

$n_1\uparrow = n_1$

$n_2\uparrow = n_1 + n_2$

$n_3\uparrow = n_1 + n_2 + n_3$

$n_3 = n_2\uparrow + n_3$

$$\boxed{n_i\uparrow = n_i\uparrow_{-1} + n_i}$$

ب-التوزيعات التكرارية النسبية التجميعية الصاعدة: وتحسب بالصيغة التالية:

$\mathbf{f_1\uparrow = f_1}$

$\mathbf{f_2\uparrow = f1 + f2}$

$\mathbf{f_3\uparrow = f_1 + f_2 + f_3}$ أو

$\mathbf{f_3\uparrow = f_2\uparrow + f_3 =}$

$$\boxed{f_i\uparrow = f_{i-1}\uparrow + f}$$

[1] محمد حسين محمد رشيد، مرجع سابق، ص: 46.

[2] عبد الرزاق عزوز، الكامل في الإحصاء، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2010، ص: 33.

الجدول (9) : التوزيعات التجمعية الصاعدة لعينة من 30 أسرة حسب عدد أفرادها

x_i	n_i التكرار المطلق(الأسر)	f_i التكرار النسبي	$n_i\uparrow$ ت م م ص	$f_i\uparrow$ ت ن م ص
0	5	16.66	5	10
1	3	10	5+3=8	16.66+10=26.7
2	10	33.33	8+10=18	26.7+33.33=60
3	9	30	18+9=27	60+30=90
4	3	10	27+3=30	90+10=100
المجموع	30	100	/	/

شرح التكرارات التجميعية الصاعدة:

$n_2\uparrow$: هناك 8 أسر من بين 30 أسرة (لديها ولد واحد فما أقل)

$f_2\uparrow$: هناك 26.7% من مجموع الأسر (لديها ولد واحد فما أقل)

ثانيا: التوزيعات التكرارية التجمعية النازلة: ويرمز لها بالرمز $ni\downarrow$ وهي عبارة عن تراكم التكرارات بحيث نبدأ من الأسفل إلى الأعلى ويمثل مجموع القيم والمشاهدات التي تزيد قيمتهم عن القيمة المقبلة ومنها:

التكرارات التجميعية المطلقة النازلة: وهو عبارة عن مجموع التكرارات Σn_i مطروحا منها تكرارات القيم السابقة وتحسب بالصيغة التالية:

$$n_1\downarrow= \Sigma n_i=N$$

$$n_2\downarrow= n_1\downarrow-n_1$$

$$n_3\downarrow= n_2\downarrow-(n_1+n_2)$$

$$n_3\downarrow= n_2\downarrow-n_2$$

$$n_i\downarrow=\Sigma n_i\downarrow-(n_1+n_2+.......n_k)$$

$$\boxed{n_{i} = n_{i-1} - n_{i-1}}$$

الجدول (10) : التوزيعات التجمعية النازلة لعينة من 30 أسرة حسب عدد أفرادها

x_1	التكرار n_i المطلق	التكرار f_i النسبي	ت م م ن n_i	ت ن م ن f_i
0	5	16.66	30	100
1	3	10	25	83.34
2	10	33.33	22	73.34
3	9	30	12	40
4	3	10	3	10
المجموع	30	100	/	/

شرح قيم التكرارات التجميعية النازلة

n_1=30: ويقابل القيمة x_i=0: كل الأسر لها ولد فما أكثر.

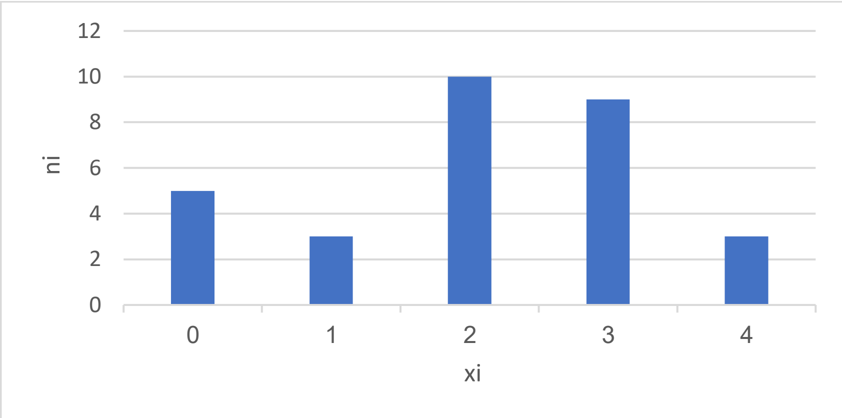
f3=73.3% ويقابل القيمة x_i=2 هناك 73.3% من مجموع الأسر لديها ولدين فما اكثر.

المحاضرة الخامسة: العرض البياني للبيانات الإحصائية

2-العرض البياني للبيانات الإحصائية: وهو التمثيل البياني للبيانات بعد إفراغها في جداول لتوزيعات التكرارية المطلقة أو النسبية ويبين العرض البياني سلوك الظاهرة المدروسة حتى يتسنى ويسهل للباحث التحليل السريع لها:

2-1-العرض البياني في حالة متغير كمي متقطع (منفصل): الطريقة المناسبة للعرض البياني هي طريقة الأعمدة.

الشكل (06): توزيع عينة من 30 أسرة حسب عدد الأولاد(متغير منفصل)

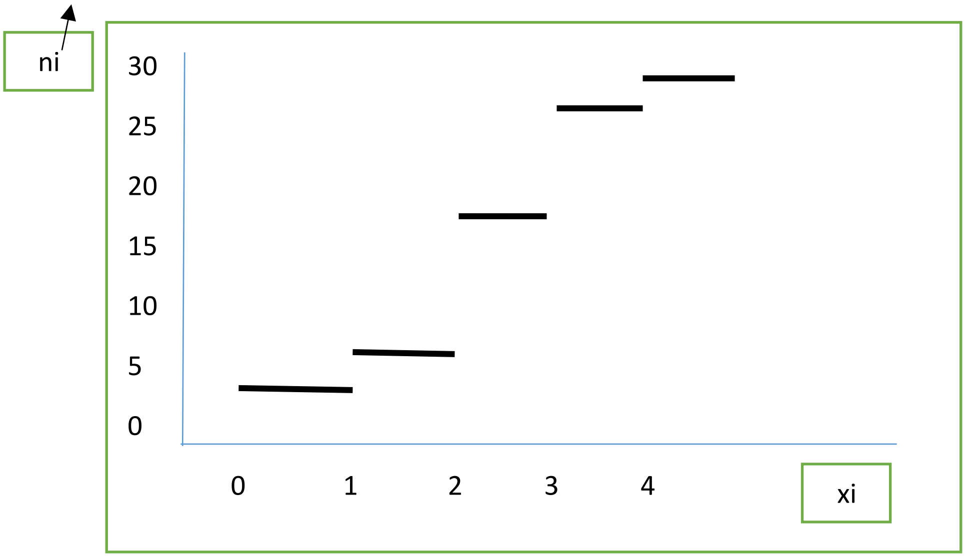


المصدر : فرضي

التمثيل البياني للتكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة (متغير منفصل)

- ✓ **التكرارات التجميعية الصاعدة (المطلقة أو النسبية):** هي عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات التجميعية الصاعدة المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المدروس (عدد الأولاد)، **مثال:** مثل بيانيا التكرار المتجمع المطلق الصاعد في المثال السابق.

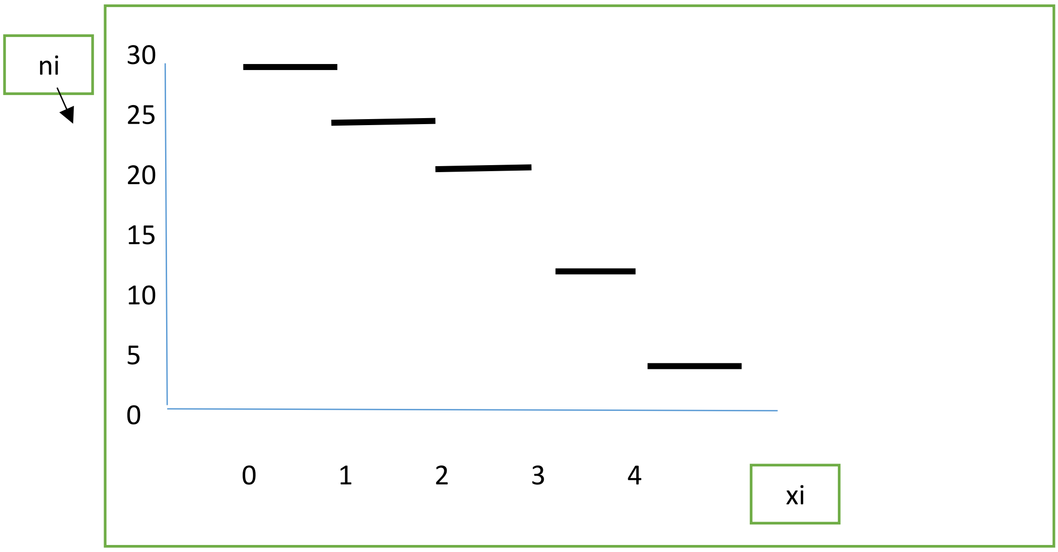
الشكل (07): التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد لعينة من 30 أسرة حسب عدد الأولاد (متغير منفصل)



المصدر: فرضي

✓ **التكرارات التجميعية النازلة (المطلقة أو النسبية):** هو عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات التجميعية النازلة حيث أن القطعة المستقيمة الأولى تقابل مجموع التكرارات وأصغر قيمة للمتغير المدروس والقطعة الثانية تقابل مجموع التكرارات ناقص التكرار الأول مع القيمة الثانية للمتغير الإحصائي وهكذا...

الشكل (08): التمثيل البياني للتكرار التجميعي النازل لعينة من 30 أسرة حسب عدد الأولاد (متغير منفصل)



2-2- العرض البياني في حالة متغير كمي مستمر (متصل): إذا كان المتغير الإحصائي من النوع المتصل فإنه يقبل عدد لا متناهي من القيم الممكنة داخل مجال معين ومن أهم العروض البيانية له ما يلي:

✓**المدرج التكراري:** (Histogramme) ويكون على شكل مستطيلات متلاصقة طول كل مستطيل منها يتناسب مع التكرار المقابل ويمكن أن نميز بين حالتين عند وضع المدرج التكراري:

الحالة الأولى: عندما تكون الفئات متساوية في هذه الحالة قاعدة المقارنة ثابتة ومتساوية فلا نجري أي تعديل على جدول المعطيات

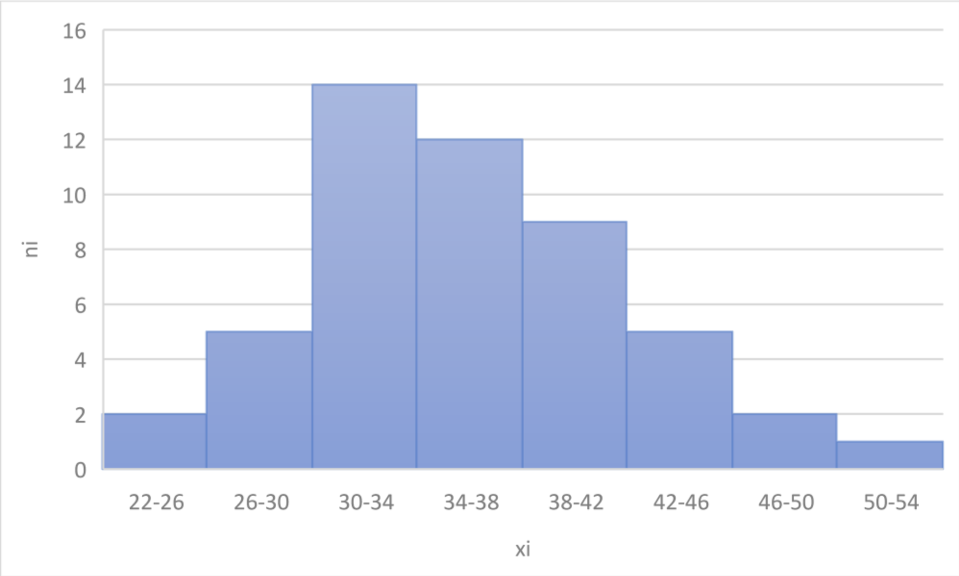
مثال: مثل بيانيا حسب نوع المتغير البيانات الإحصائية المبينة في جدول التوزيع التكراري التالي:

الجدول (11): توزيع 50 محل تجاري حسب كمية المبيعات بآلاف الدينار

C_i	n_i	x_i
24	02	]26 22]
28	05	]30 26]
32	14	]34 30]
36	12	]38 34]
40	09	]42 38]
44	05	]46 42]
48	02	]50 46]
52	01	]54 50]
/	50	$\sum$

المصدر: فرضي

الشكل (09): توزيع 50 محل تجاري حسب كمية المبيعات بآلاف الدينار (متغير متصل – المدرج التكراري –)



المصدر : فرضي

ملاحظة: من خصائص المدرج أن تكون المساحة الكلية له تتناسب مع التكرار الكلي الذي يمثله، ومساحة كل مستطيل تتناسب مع تكرار الفئة الذي تمثله هذه المساحة.

الحالة الثانية: مدرج البيانات التكرارية للفئات غير المتساوية الأطوال: لجعل المدرج متزنا من حيث الشكل فإنه يتم أولا إجراء تعديل على التكرارات وذلك بإيجاد ما يسمى بالتكرار المعدل وذلك بطريقة النسبة إلى الطول الأكثر شيوعا: بإيجاد ما يسمى بالتكرار المعدل وذلك بقسمة تكرار كل فئة على طول الفئة المقابلة[1]

وذلك باستخدام العلاقة التالية:

$$ni *= \frac{ni}{Li} \times L *$$

حيث:

[1] محمد راتول، الإحصاء الوصفي، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، بن عكنون، الجزائر ، 2006، ص: 61.

n^*_i: التكرار المعدل

ni: التكرار المطلق

L_I: طول الفئة

L^*: طول الفئة الشائع وهو القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات

مثال: الجدول التالي يمثل توزيع 100 عامل حسب الدخل اليومي للفرد

مثل بيانيا التوزيع التكراري.

الجدول (12): توزيع 100 عامل حسب الدخل اليومي للعامل

فئات الاجور	] 20 25]	] 25 35[	] 35 40 [	]40 55 [	] 55 75[	] 75 80[	Σ
عدد العمال	05	15	20	25	30	05	100

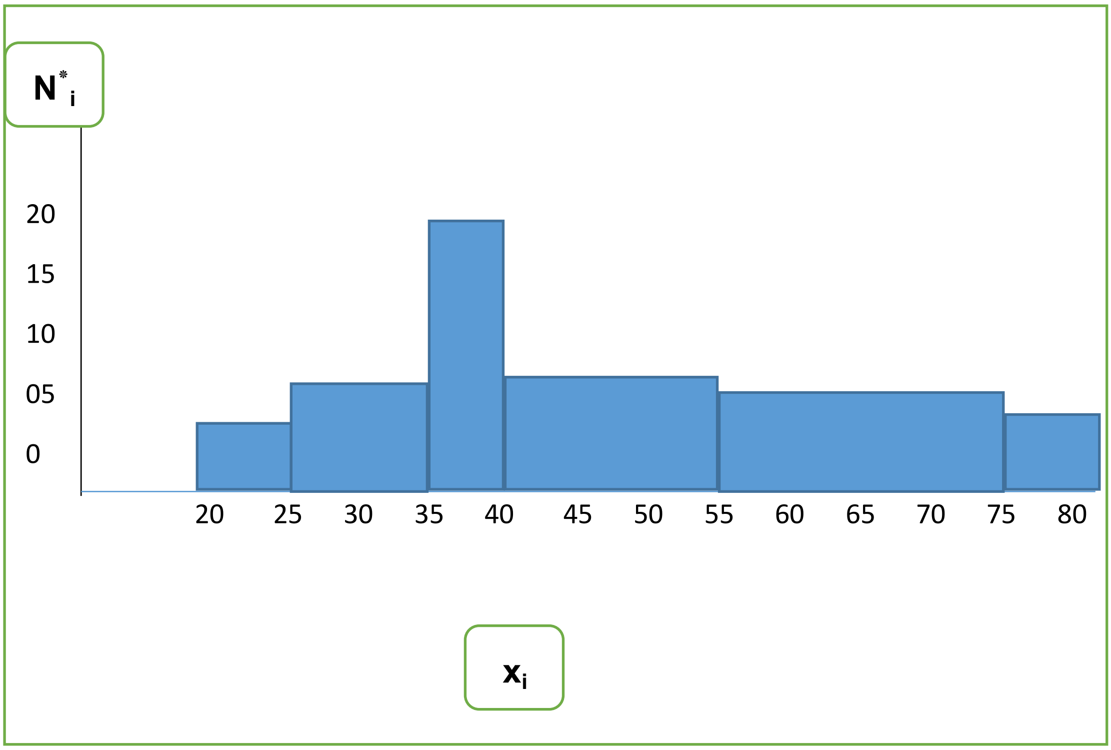
المصدر: دراسة فرضية

حل المثال:

الجدول (13): توزيع 100 عامل حسب الدخل اليومي للعامل (التكرار المعدل)

الفئات	التكرار المطلق	طول الفئة	الطول الشائع	التكرار المعدل
	ni	LI	L*	$N^*_i=(ni/Li)\times L^*$
] 20 25]	5	5	5	5
] 25 35[	15	10	5	7.5
] 35 40 [	20	5	5	20
]40 55 [	25	15	5	8.33
] 55 75[	30	20	5	7.5
] 75 80[	5	5	5	5

الشكل (10): التمثيل البياني لعينة من 100 عامل حسب الدخل اليومي للعامل بعد تعديل التكرارات (فئات غير متساوية)



ملاحظة هامة: نقوم بتعديل التكرارات في حالة فئات غير متساوية في حالتين:

- **عند رسم المدرج التكراري**
- **عند تحديد الفئة المنوالية وحساب المنوال.**

✓ **المضلع التكراري:** وتعني تحويل المدرج التكراري إلى منحنى منكسر بدلالة مراكز الفئات مع مراعاة القاعدة التالية

المساحة الكلية للمدرج = المساحة الكلية للمضلع التكراري

وحتى نحافظ على المساحة نفترض أن لهذا التوزيع فئتان إحداهما في بدايته والأخرى في نهايته وتكرار كل منها يساوي الصفر بحيث يبدأ رسم المضلع من مركز الفئة الافتراضية الأولى وينتهي عند مركز الفئة الافتراضية الأخيرة.

مثال: مثل بيانات جدول التوزيع التكراري التالي بواسطة مضلع تكراري.

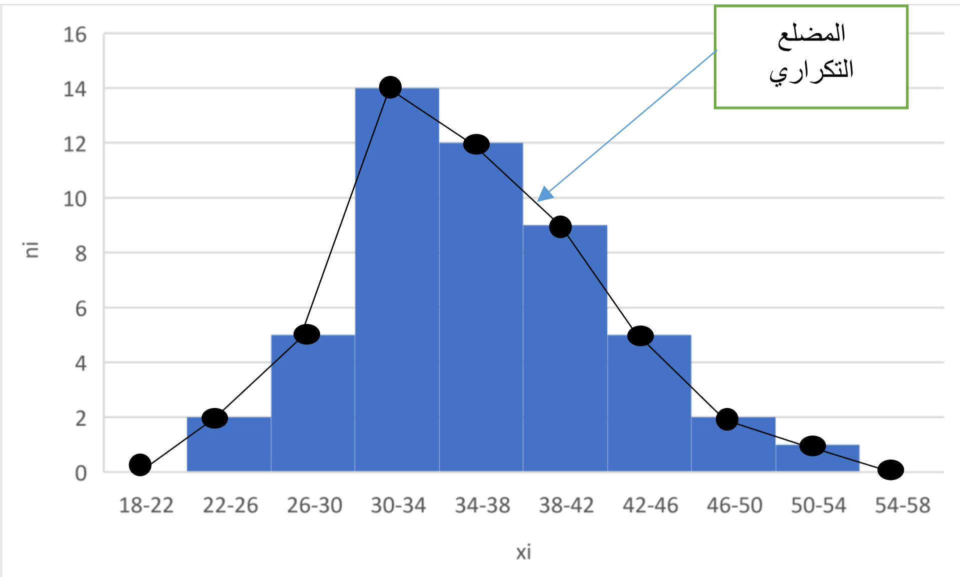
الجدول (14): توزيع 50 محل تجاري حسب كمية المبيعات بآلاف الدينار

x_i	n_i	C_i
]26 22]	02	24
]30 26]	05	28
]34 30]	14	32
]38 34]	12	36
]42 38]	09	40
]46 42]	05	44
]50 46]	02	48
]54 50]	01	52
$\sum$	50	/

المصدر : دراسة فرضية

الحل:

الشكل (11): التمثيل البياني لعينة من 50 محل تجاري حسب كمية المبيعات بآلاف الدينار بواسطة المضلع التكراري



المصدر: فرضي

ملاحظات:[1]

- المساحة تحت المضلع التكراري تساوي مساحة المدرج التكراري وذلك لأن كل ضلع من أضلاع المضلع يحذف من المدرج مثلثا وفي نفس الوقت يضيف إليه مثلثا مساويا له؛

- إذا استبدلنا التكرار المطلق بالتكرار النسبي ورسمنا المدرج أو المضلع فإننا نحصل على المدرج أو المضلع التكراري النسبي؛

- إذا استبدلنا التكرار المطلق بالتكرار المئوي ورسمنا المدرج أو المضلع فإننا نحصل على المدرج أو المضلع التكراري المئوي.

العرض البياني للتكرار التجميعي في حالة متغير مستمر

أ- العرض البياني للتكرر المتجمع الصاعد: يسمى المنحنى التجميعي الصاعد ويرسم هذا المنحنى عن طريق إيصال مجموعة النقط ذات الإحداثيات التالية: الحدود العليا للفئات والتكرارت التجميعية الصاعدة المقابلة لها.

ب- العرض البياني للتكرر المتجمع النازل: يسمى المنحنى التجميعي النازل ويرسم هذا المنحنى برصد التكرار التراكمي النازل لأي فئة مقابل الحد الفعلي عن طريق إيصال مجموعة النقط ذات الاحداثيات التالية: الحدود الدنيا للفئات والتكرارت التجميعية النازلة المقابلة لها.

مثال: إليك جدول التوزيع التكراري التالي:

[1] محمد حسين محمد رشيد، مرجع سابق، ص: 53.

الجدول (15): توزيع عينة من 50 مزرعة حسب إنتاج الحليب

الوحدة بآلاف اللترات

C_i	n_i	x_i
21	10	]22 20]
23	12	]24 22]
25	5	]26 24]
27	15	]28 26]
29	8	]30 28]
/	50	$\sum$

أحسب التكرارات التجميعية المطلقة الصاعدة والنازلة.

مثل بيانيا كل من التكرارات التجميعية المطلقة الصاعدة والنازلة في رسم واحد

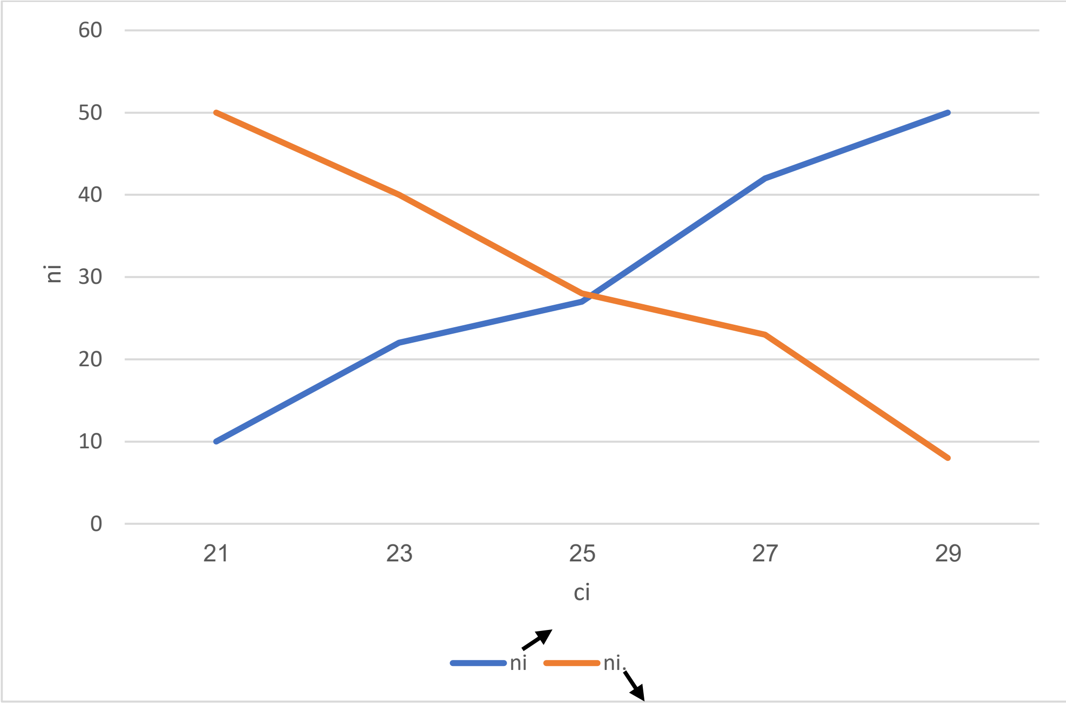
ماذا تمثل نقطة تقاطع المنحنيين؟

الحل:

الجدول (16): التكرارات التجميعية لعينة من 50 مزرعة حسب إنتاج الحليب

$n_i\downarrow$	$n_i\uparrow$	C_i	n_i	x_i
50	10	21	10	]22 20]
40	22	23	12	]24 22]
28	27	25	5	]26 24]
23	42	27	15	]28 26]
8	50	29	8	]30 28]
		/	50	$\sum$

الشكل (12): العرض البياني التكرارات التجميعية لعينة من 50 مزرعة حسب إنتاج الحليب



يبين كل من المنحنى التجميعي الصاعد والنازل شدة أو ضعف تطور الظاهرة المدروسة عند مستوى معين من مجال الدراسة كما تمثل فاصلة نقطة تقاطع المنحنى المتجمع الصاعد والنازل الوسيط أما ترتيبها فهو Σn_i[1] /2

[1] جلاطو جيلالي، مرجع سابق، ص: 27.

تمارين المحور الثاني

التمرين الأول: مصنع به 49 عاملا حصرت حالتهم العائلية من خلال استمارات خاصة وزعت عليهم فكانت الإجابات على النحو التالي:

أعزب	أعزب	متزوج	أعزب	أعزب	أرمل	متزوج
أعزب	أعزب	متزوج	متزوج	متزوج	أعزب	مطلق
أعزب	أعزب	متزوج	مطلق	متزوج	أعزب	أعزب
مطلق	مطلق	متزوج	متزوج	مطلق	أعزب	أعزب
أعزب	متزوج	متزوج	مطلق	أعزب	متزوج	متزوج
مطلق	أعزب	أعزب	أعزب	متزوج	أعزب	أعزب
متزوج	أعزب	أعزب	مطلق	مطلق	متزوج	أعزب

المطلوب:

1-ما نوع هذه البيانات؟

2-بوب هذه البيانات في جدول مناسب.

التمرين الثاني: في دراسة في قسم العلوم المالية والمحاسبية لعدد الطلبة في عينة من n فوج كانت النتائج التالية:

25	35	18	18	25	22	30	30	30	18
20	26	26	35	18	30	30	30	18	30
35	25	25	25	25	22	26	22	30	35
40	26	26	28	25	26	22	30	26	36

1-ماهي طبيعة الخاصية الاحصائية؛

2-أوجد القيمة n؟

3-تحديد المجتمع الإحصائي والوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي؛

4-ماهي القيم المميزة لهذا المتغير الإحصائي؛

5-أفرغ وبوب البيانات في جدول التوزيع التكراري؛

6-أحسب كل من التكرارات النسبية والمئوية؛

7-مثل حسب طبيعة المتغير بيانات الجدول التكراري.

التمرين الثالث: كانت نتائج الامتحانات التي تقدم إليها 40 طالبا كما يلي: العلامة على 100.

49	**15**	**16**	**45**	**14**	**17**	**14**	**37**	**25**	**30**
37	**27**	**27**	**30**	**32**	**16**	**10**	**17**	**45**	**5**
25	**15**	**19**	**23**	**41**	**37**	**64**	**51**	**49**	**69**
27	**45**	**22**	**18**	**46**	**70**	**60**	**34**	**19**	**56**

1-صنف هذه البيانات في جدول تكرري بالفئات حيث طول كل فئة 5؛

2-أحسب التكرار النسبي والمتجمع المطلق الصاعد والنازل ثم اختر بيان من كل منهما واشرحه؛

3-ارسم المدرج التكراري والمضلع التكراري.

التمرين الرابع: في دراسة لمعرفة مدى مقاومة الانضغاط لـ 58 عينة من سبائك الألومنيوم كانت النتائج كما يلي:

66.4 ، 67.7 ، 68.0 ، 68.0 ، 68.3 ، 68.4 ، 68.6 ، 68.8 ، 68.9 ، 69.0 ،
69.1 ، 69.2 ، 69.3 ، 69.3 ، 69.5 ، 69.5 ، 69.6 ، 69.7 ، 69.8 ، 69.8 ،
69.9 ، 70.0 ، 70.0 ، 70.1 ، 70.2 ، 70.3 ، 70.3 ، 70.4 ، 70.5 ، 70.6 ،
70.6 ، 70.8 ، 70.9 ، 71.0 ، 71.1 ، 71.2 ، 71.3 ، 71.3 ، 71.5 ، 71.6 ،
71.6 ، 71.7 ، 71.8 ، 71.8 ، 71.9 ، 72.1 ، 72.2 ، 72.3 ، 72.4 ، 72.6 ،
72.7 ، 72.9 ، 73.1 ، 73.3 ، 73.5 ، 74.2 ، 74.5 ، 75.3

- أفرغ البيانات في جدول توزيع تكراري على أن تكون الفئة الأولى [66.3-67.3[
- مثل بيانات جدول التوزيع التكراري
- أحسب جميع التكرارات النسبية والتجميعية ثم اختر من كل منها بيان واشرحه.

التمرين الخامس: لتكن النتائج التالية والمتعلقة بدراسة إحصائية حول مستوى الأجور (الأجر الساعي) للعامل في إحدى الوحدات الاقتصادية لعينة من 43 عامل وكانت النتائج التالية:

7	5.6	6.5	8	2	10	7.5	8.75	6
5.5	10.5	6.95	11.95	4.6	10.5	4	9.9	2
9.5	7	11	3	9	2.5	10	6.75	11.6
7.6	8.6	3.8	8	7.8	7	9.15	11	9
		4	6	8.5	4	4.5	5	6.5

المطلوب:

1-تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري باختيار فئات متساوية الطول (2)

2-حساب التكرار النسبي، والتكرارات التجميعية المطلقة والنسبية

3-اشرح القيم التالية: $f1\uparrow$، $f2\uparrow$، $f1\downarrow$، $f2\downarrow$

4-مثل بيانيا بيانات جدول التوزيع التكراري

- المدرج التكراري
- المضلع التكراري
- التكرارات التجمعية الصاعدة والنازلة في رسم واحد
- ماذا تمثل نقطة التقاطع، اشرح قيم ثنائية نقطة التقاطع.

حلول تمارين المحور الثاني

حل التمرين الأول

1-نوع هذه البيانات: هي بيانات لمتغير كيفي غير قابل للترتيب

2-تبويب البيانات

توزيع عينة من 49 عامل حسب حالتهم العائلية في مصنع ما

X_1 (الحالة العائلية)	تفريغ البيانات	n_i (عدد العمال)
X_1= أعزب		n_1 =23
X_2 = متزوج		n_2= 16
X_3 =مطلق		n_3= 9
X_4 = ارمل		n_4= 1
المجموع	المجمـــــــــــــــــوع	49

حل التمرين الثاني:

1- طبيعة الخاصية الإحصائية: بيانات لمتغير كمي متقطع.

2- حجم العينة n يساوي 40 فوجا

3- افراغ البيانات في جدول توزيع تكراري

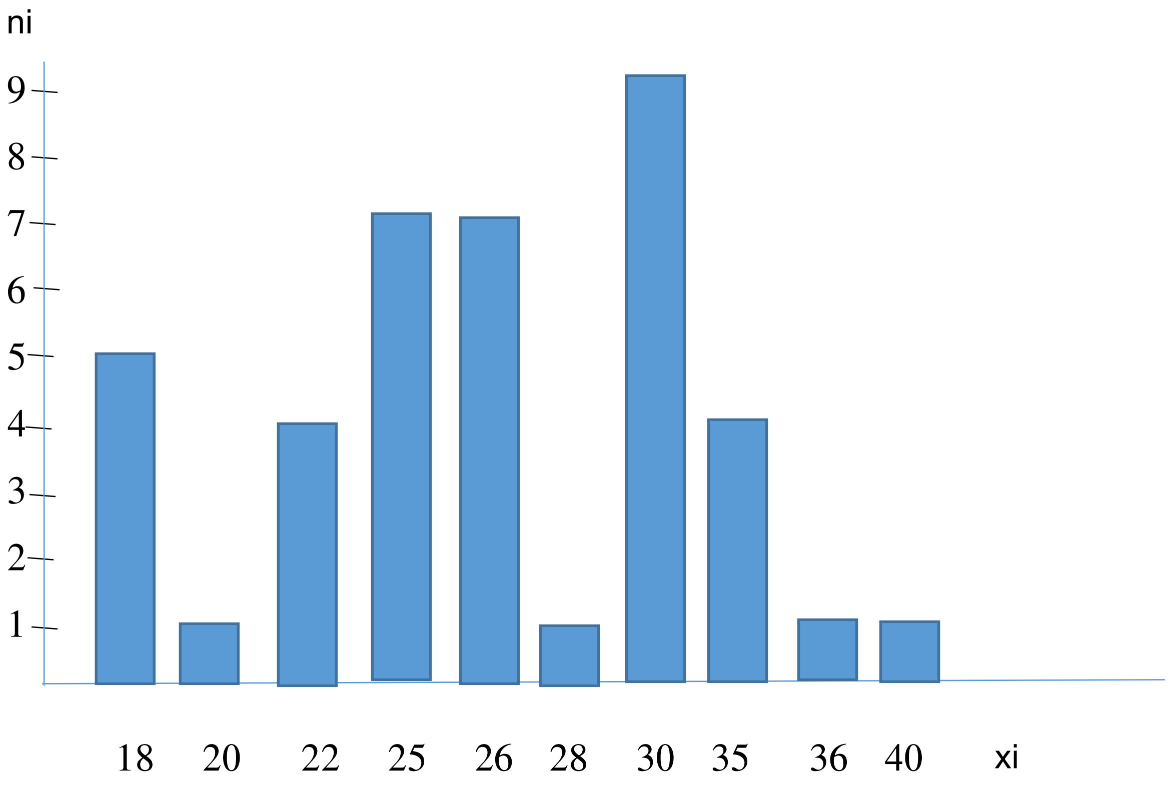
توزيع عينة من 40 فوجا لقسم العلوم المالية حسب عدد الطلبة لكل فوج

X_1 (الحالة العائلية)	n_i (عدد العمال)	fi	fi%
X_1= 18	n_1 =5	0.125	12.5
X_2 = 20	n_2= 1	0.025	2.5
X_3 =22	n_3= 4	0.1	10
X_4 = 25	n_4= 7	0.175	17.5
X_5= 26	N_5 =7	0.175	17.5
X_6 = 28	N_6= 1	0.025	2.5

22.5	0.225	9 =N_7	30= x_7
10	0.1	4 =N_8	35 = x_8
2.5	0.025	1 =N_9	36= x_9
2.5	0.025	1 =N_{10}	40 = x_{10}
100	1	40	المجموع

4- التمثيل البياني: بما أن طبيعة المتغير هو متغير كمي متقطع فان التمثيل المناسب له هو الأعمدة البيانية

توزيع عينة من 40 فوجا لقسم العلوم المالية حسب عدد الطلبة لكل فوج



حل التمرين الثالث

1-افراغ البيانات في جدول توزيع تكراري

المتغير الإحصائي علامة الامتحان وهو متغير كمي متصل

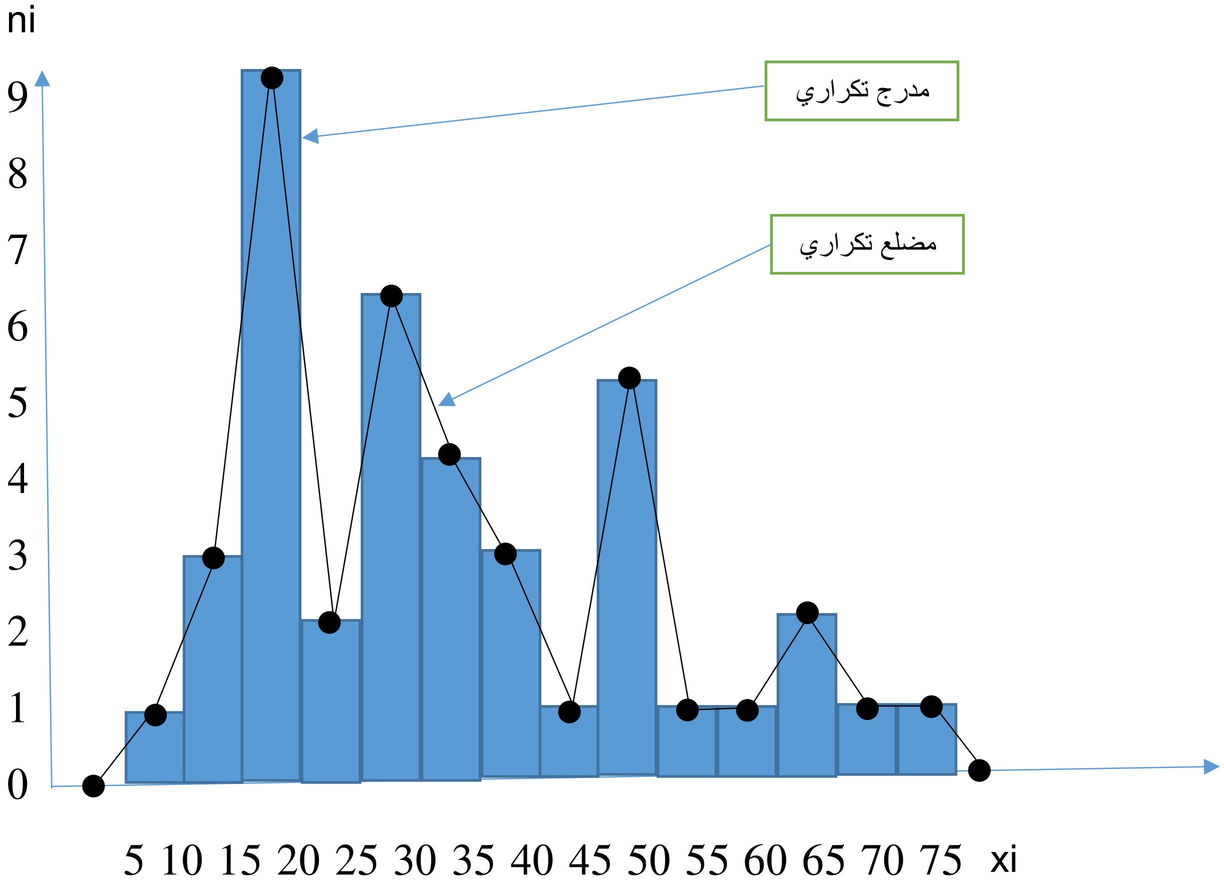
توزيع عينة من 40 طالب حسب علامة الامتحان

$n_i \downarrow$	$n_i \uparrow$	fi	n_i	x_i
40	1	0.025	1	]10 5]
39	4	0.075	3	]15 10]
36	13	0.225	9	]20 15]
27	15	0.05	2	]25 20]
25	21	0.15	6	]30 25]
19	25	0.1	4	]35 30]
15	28	0.075	3	]40 35]
12	19	0.025	1	]45 40]
11	34	0.125	5	]50 45]
6	35	0.025	1	]55 50]
5	36	0.025	1	]60 55]
4	38	0.05	2	]65 60]
2	39	0.025	1	]70 65]
1	40	0.025	1	]75 70]
/	/	/	40	$\sum$

$13=\overset{\uparrow}{n_3}$ هناك 13 طالبا من بين 40 طالب تتراوح علاماتهم بين 15 و20 نقطة فما أقل أو نقول لا تتجاوز علاماتهم 20نقطة.

n_3= 36 هناك 36 طالبا من بين 40 طالب تتراوح علاماتهم بين 15 و20 نقطة فما أكثر أو نقول لا تفوق علاماتهم 20نقطة.

3-التمثيل البياني



حل التمرين الرابع

1-افراغ البيانات في جدول توزيع تكراري

توزيع عينة من 58 سبيكة حسب مدى مقاومتها للانضغاط

x_i	n_i	fi	$n_i\uparrow$	$n_i\downarrow$
]67.3 66.3]	1	0.017	1	58
]68.3 67.3]	3	0.0517	4	57
]69.3 68.3]	8	0.1380	12	54
]70.3 69.3]	13	0.2241	25	46
]71.3 70.3]	11	0.1896	36	33
]72.3 71.3]	11	0.1896	47	22
]73.3 72.3]	6	0.0344	53	11
]74.3 73.3]	3	0.0517	56	5
]75.3 74.3]	1	0.017	57	2
]76.3 75.3]	1	0.017	58	1
$\sum$	58	/	/	/

$n_5\uparrow=36$ هناك 36 سبيكة ألمنيوم من بين 58 سبيكة تتراوح مقاومتها للانضغاط بين 70.3 و 71.3 فما اقل أو لا تتجاوز مقاومتها 71.3.

$n_7\downarrow=11$ هناك 11 سبيكة ألمنيوم من بين 58 سبيكة تتراوح مقاومتها للانضغاط بين72.3-73.3 فما أكثر أو تفوق مقاومتها 72.3

تمارين مقترحة

التمرين الأول: السلسلة الإحصائية المرتبة التالية تمثل الوزن بالكلغ لمجموعة من الأشخاص في حي من أحياء مدينة سيدي بلعباس.

-77-76-76-75-74-73-72-70-69-68-67-66-65-64-62-61-55-50
-92-90-88-87-87-86-85-85-85-84-83-83-82-81-81-80-79-78
-109-107-105-104-104-102-102-100-98-97-96-95-95-93-93-92
.118-111

1-ما هو المجتمع المدروس؟ وماهي طبيعة المتغير الاحصائي؟
2-ضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري.
3-مثل بيانيا هذا التوزيع. اشرح n3 وn3.

التمرين الثاني: جدول التوزيع التكراري يمثل العمر الانتاجي لـ 400 مصباح سيارة لشركة ما.

العمر الانتاجي بالساعات	عدد المصابيح
399-300	14
499-400	46
599-500	58
699-600	76
790-700	68
899-800	62
999-900	48
1099-1000	22
1199-1100	6
المجموع	**400**

1-الحد الأعلى للفئة الخامسة، الحد الأدنى للفئة الثامنة.

2-مركز الفئة السابعة، والحدود الفعلية للفئة الأخيرة.

3-طول الفئة، وتكرار الفئة الخامسة.

4-ما هو عدد المصابيح التي يتراوح عمرها الانتاجي بين 400 و 1000 ساعة.

5-ما هو عدد المصابيح التي يتجاوز عمرها الإنتاجي 600 ساعة.

6-ما هو عدد المصابيح التي يقل عمرها الإنتاجي عن 500 ساعة.

7-مثل بيانيا بيانات الجدول التكراري.

الفصل الثالث: مقاييس (خصائص) النزعة المركزية

Caractéristique de tendance centrale

المحاضرة السادسة: المتوسط الحسابي

بعد عملية جمع البيانات وتبويبها وتمثيلها البياني والتي ساعدت بشكل كبير على فهم وتحليل خواص الظواهر إلا أنه لا يمكن في بعض الحالات إجراء بعض المقارنات الدقيقة خاصة بين الظواهر المتشابهة لذا لابد من الانتقال إلى مرحلة أخرى تسهل لنا ذلك بتلحيص هذه البيانات في رقم واحد، حيث تتميز الكثير من الظواهر بميلها للانتشار والتجمع أو التمركز حول قيم معينة ويسمى ذلك **النزعة المركزية**، كما يطلق على القيم **بمقاييس النزعة المركزية**، وهي تعبر عن قيم السلسلة التي يشملها البحث وأهم مقاييس النزعة المركزية هي:

1- الوسط الحسابي $\bar{X}$

2- المنوال Le mode (M_o)

3- الوسيط La médiane (M_e)

4- مقاييس أخرى من عائلة الوسيط مثل الربيعات Q_1-Q_3، والعشيريات C_1 – C_{10} ......

5- المتوسط الهندسي $\bar{X}_G$، المتوسط التوافقي $\bar{X}_H$، المتوسط التربيعي $\bar{X}_g$.

1 - المتوسط الحسابي: ويرمز له بالرمز $\bar{X}$ وهو نقطة الإتزان لأي توزيع لظاهرة ما وهو المعدل الحسابي لمجموعة من القيم وهو مجموع هذه القيم على عددها أو هو القيمة التي لو ضربت في عدد مفردات الظاهرة كان الناتج مجموع قيم مفردات هذه الظاهرة.[1]

[1] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص: 103.

1-1-المتوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة (سلسلة احصائية[1])

مثال: لتكن السلسلة الإحصائية التالية

$$x_1\ x_2\ x_3 \ldots\ldots\ldots\ x_i \ldots\ldots\ x_n$$

فمتوسط هذه القيم هو:

$$\bar{X} = \frac{X1 + X2 + X3 + \cdots .. Xi + \cdots . Xn}{n}$$

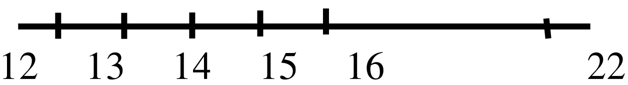
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

مثال: أحسب المتوسط الحسابي للبيانات التالية:

13 14 16 12 22 15

$$\bar{X} = \frac{13 + 14 + 16 + 12 + 22 + 15}{6}$$

$\bar{X} = 15.33$



يسمى متوسط حسابي لبيانات غير مبوبة **بالمتوسط الحسابي البسيط**

[1] بلحسن بلمير، مرجع سابق، ص: 44.

1-2-المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة (جدول توزيع تكراري)

أما في حالة جدول تكراري تكون البيانات بالشكل التالي:

n_i	x_i
n_1 n_2 . . n_i n_k	X_1 X_2 . . X_i X_k
$\Sigma^{k}_{i=1}=n$	–

$$\overline{x} = \frac{(n1x) + (n2x) + \cdots \ldots .(nkx) + ..(nnk)}{n1 + n2 + \cdots \ldots .nk \ldots ..nn}$$

$$\overline{\boldsymbol{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{niXi}}{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{ni}}$$

أ- المتوسط الحسابي في حالة متغير منفصل

مثال: أحسب المتوسط الحسابي للبيانات التالية:

الجدول (17): توزيع عينة من 15 قسم حسب عدد الأساتذة المؤطرين

X_i	n_i	n_ix_i
12	2	24
13	1	13
14	3	42
15	4	60
16	5	80
Σ	15	69

المصدر: دراسة ميدانية

$$\overline{X} = \frac{219}{15}$$

$$\overline{X} = 14.6$$

المتوسط الحسابي بدلالة التكرارات النسبية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

$$Fi = \frac{ni}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

بالتعويض نجد:

$$\overline{X} = \Sigma^{k}_{i=1} f_i \, x_i$$

ب- **المتوسط الحسابي في حالة متغير متصل (على شكل فئات):** لتكن بيانات جدول التوزيع التكراري:

تمثل بيانات جدول التوزيع التكراري توزيع عينة من 50 طالب في كلية العلوم الاقتصادية حسب أوزانهم:

الجدول (18): جدول التوزيع التكراري توزيع عينة من 50 طالب في كلية العلوم الاقتصادية حسب أوزانهم

x_i	عدد طلبة n_i	C_i	n_iC_i	f_i	f_iC_i
[45 50[	2	47.5	95	0.04	1.9
[50 55 [	10	52.5	525	0.2	10.5
[55 60 [	12	57.5	690	0.24	13.8
[60 65 [	18	62.5	1125	0.36	22.5
[65 70 [	8	67.5	540	0.16	10.8
Σ	50	-	2975	1	59.5

في مثل هذه الحالة نعوض الفئات بمراكزها ونطبق قانون المتوسط الحسابي فنحصل:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} nici}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

أو

$$\bar{X} = \Sigma^{k}_{i=1} \text{ fi Ci}$$

المطلوب: حساب الاجر المتوسط باستعمال التكرارات المطلقة ثم النسبية

$$\bar{X} = \frac{2975}{50} = 59.5$$

$$\bar{X} = \Sigma^{k}_{i=1} \text{ fi Ci} = 59.5$$

1-3-الخواص الرياضية للمتوسط الحسابي:

- ✓إضافة عدد ثابت a إلى جميع قيم المجموعة تزيد من قيمة المتوسط الحسابي بقيمة ذلك الثابت a أو تخفضه بالقيمة ذاتها في حالة الطرح؛
- ✓جداء جميع قيم المجموعة الإحصائية في ثابت a يضاعف قيمة المتوسط الحسابي بقيمة ذلك الثابت، أو يقللها بمثلها من المرات في حالة القسمة؛
- ✓المجموع الجبري لانحرافات المتوسط الحسابي عن كل من قيم المجموعة التي يمثلها (أي الفرق بين المتوسط الحسابي وكل قيمة من السلسلة) يساوي الصفر 0

مهما كانت السلسلة الإحصائية فإن $\Sigma^{K}_{I=1}(X_I-\bar{X})=0$

وهذا يعني أن $\bar{X}$ يقع تماما في وسط البيانات؛

- ✓ مجموع مربع الانحرافات للمتوسط الحسابي عن كل من قيم مجموعة البيانات التي يمثلها هو أصغر من مجموع الانحرافات لأي قيمة من قيم السلسلة

سواء كانت هذه القيمة أكبر أو أصغر من المتوسط الحسابي وهذا يعني أن $\overline{X}$ هو أقرب من البيانات الأصلية من أي قيمة أخرى وبالتالي هو أحسن من يمثلها.

1-4-خصائص أخرى للمتوسط الحسابي:[1]

- ✓ المتوسط الحسابي قابل للعمليات الجبرية ولا يمكن حسابة بيانيا؛
- ✓ لا يلزم تعديل التكرارات الأصلية عند حسابه في جداول تكرارية ذات فئات غير متساوية؛
- ✓ يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة أو الشاذة وهي القيم الواقعة في طرفي مجال الدراسة ويعتبر من المقاييس المضللة في هذه الحالة؛
- ✓ يعتمد في حساب المتوسط الحسابي على كل مفردات الظاهرة لذا يعتبر أهم مقاييس النزعة المركزية؛
- ✓ لا يمكن استخدامه في حالة الفئات المفتوحة من البداية أو النهاية (للاعتماد على مراكز الفئات).
- ✓ لا يفضل استخدامه عند حساب متوسط النسب أو معدلات التغير، ويفضل استخدام المتوسط الهندسي.

[1] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص: 122.

المحاضرة السابعة: المنوال

2- المنوال: وهو القيمة الأكثر تكرارا أو انتشارا سواء في البيانات المبوبة (جدول تكراري) او غير المبوبة

2-1-المنوال في حالة متغير إحصائي منفصل: وفي هذه الحالة يعين المنوال مباشرة بدون حساب وهو القيمة الأكثر تكرار من بين البيانات

مثال: لتكن البيانات التالية الغيابات الشهرية لعمال في شركة كوندور

15 8 10 10 12 15 14 11 16 3 15 20

عين غياب الشهر المنوال في هذه السلسلة

المنوال هو $M_O=15$

شرح النتيجة: تعني أن العامل في أغلب الاشهر كان عدد غياباته 15 غيابا

2-2-في حالة جدول تكراري لمتغير إحصائي متصل (على شكل فئات): في هذه الحالة يحدد المنوال على مراحل:

- ✓ **تحديد الفئة المنوالية:** وهي الفئة الأكثر تكرار في الجدول **عندما يكون طول الفئة ثابت، أو الفئة التي تقابل أكبر تكرار معدل عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية.**
- ✓ **حساب المنوال:** يمكن اعتبار مركز الفئة هو المنوال ولكن بصفة تقريبية ولكن المنوال الحقيقي يحسب بالصيغة التالية:

$$\boxed{M_O = L_{minMO} + \frac{d1}{d1+d2}\,\Delta X_{MO}}$$

حيث:

L_{minMO}: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

d1: هو الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي قبلها.

d2: هو الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي بعدها.

ΔX_{MO}: طول الفئة المنوالية.

مثال: احسب الوزن المنوال لبيانات الطلبة التالية:

الجدول (19): جدول التوزيع التكراري توزيع عينة من 50 طالب في كلية العلوم الاقتصادية حسب أوزانهم

x_i	عدد الطلبة n_i	C_i	n_iC_i	f_i	f_iC_i
[45 50[	2	47.5	95	0.04	1.9
[50 55 [	10	52.5	525	0.2	10.5
[55 60 [	12	57.5	690	0.24	13.8
[60 65 [	18	62.5	1125	0.36	22.5
[65 70 [	8	67.5	540	0.16	10.8
Σ	50	-	2975	1	59.5

1-تعيين الفئة المنوالية: من 60-65

2-حساب المنوال

$$M_O = L_{minMO} + \frac{d1}{d1+d2} \Delta X_{MO}$$

حيث:

L_{minMO}: 60

d1: $18-12=6$

d2: $18-8=10$

ΔX_{MO}: $65-60=5$

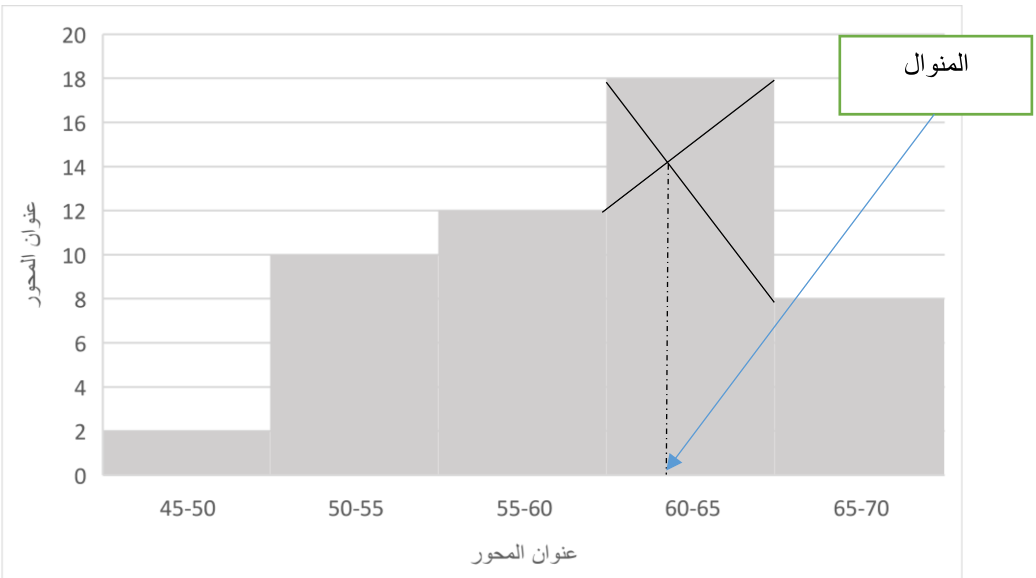
$$M_O = 60 + \frac{6}{10+6} \times 5$$

$M_O = 61.875$

الشرح: أغلب الطلبة وزنهم 61.875 كغ.

2-3- تحديد المنوال بيانيا: الطريقة المناسبة لعرض النتائج في هذه الحالة هي المدرج ويحدد المنوال بالشكل التالي:

الشكل (13): تمثيل المنوال بيانيا اعينة من 50 طالب حسب أوزانهم



بالاعتماد على الفئة الثالثة والخامسة لتحديد المنوال لأنه يعتمد أساسا على الفئة المنوالية والفئة السابقة واللاحقة لها.[1]

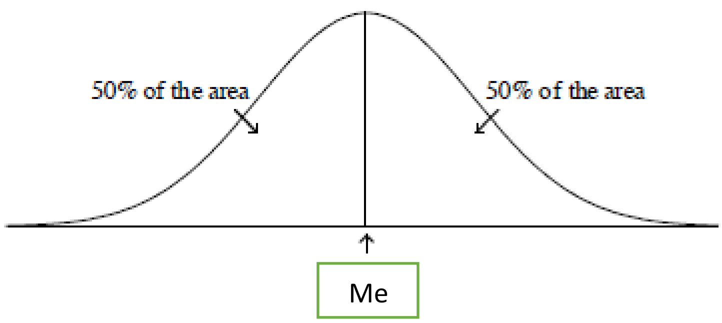
2-4-خصائص المنوال

- ✓ سهل الحساب، يمكن ايجاده بسهولة،
- ✓ يمكن ايجاده من جداول الفئات المفتوحة
- ✓ يمكن ايجاده بيانيا؛
- ✓ لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- ✓ لا يعتمد على جميع القيم وإنما على القيم المكررة أكثر من غيرها.

المحاضرة الثامنة: الوسيط والربيعيات

3- الوسيط: هو قيمة المتغير الإحصائي التي تتوسط مجموع البيانات بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا[2]أي هي تلك القيمة التي تقسم مجموع البيانات (أفراد العينة أو المجتمع)، إلى قسمين متساويين بحيث أن نصف عدد هؤلاء الأفراد **أي (N/2، 50%) يحملون قيمة أقل من الوسيط بينما النصف الثاني منهم يحملون أكبر من الوسيط.**

الشكل (14): توزيع أفراد العينة أو مجتمع الدراسة بالنسبة للوسيط



[1] جلاطو جيلالي، مرجع سابق، ص: 53.

[2] مصطفى زايد، علم الإحصاء، مطابع الدار الهندسية، الطبعة الثانية، القاهرة، مصر، 2008، ص: 98.

حساب الوسيط:

3-1-في حالة بيانات غير مبوبة:

يتم أولا ترتيب قيم السلسلة تصاعديا أو تنازليا ويعين الوسيط بالطريقة التالية:

الوسيط في حالة عدد القيم فردي = قيمة الحد الذي ترتيبه $\frac{n+1}{2}$ من بين البيانات المرتبة

الوسيط في حالة عدد القيم زوجي = الوسط الحسابي للقيمتين n/2 و n/2 +1

مثال: لتكن البيانات التالية الغيابات الشهرية لعامل في شركة كوندور n زوجي

20 15 3 16 11 14 15 12 10 10 8 15

أولا نرتب البيانات

3 8 10 10 11 12 14 15 15 15 16 20

n/2= 12/2=6

n/2 +1= 12/2 +1=7

الوسيط هو الوسط الحسابي لقيمة الحد السادس وقيمة الحد السابع

$$Me=\frac{\text{قيمة الحد الخامس}+\text{قيمة الحد السادس}}{2}=\frac{12+14}{2}=13$$

Me=13

شرح النتيجة: 50% من غيابات العامل خلال سنة تقل عن 13 وفي 50% الباقية تفوق 13.

مثال2: لنفرض الآن غيابات العامل لـ 9 أشهر n فردي

15 3 11 14 15 12 10 10 8

أوجد قيمة الوسيط.

أولا: ترتيب البيانات

3 8 10 10 11 12 14 15 15

ثانيا: حساب الوسيط

الوسيط = قيمة الحد الذي ترتيبه $5 = \frac{9+1}{2} = \frac{n+1}{2}$

وهذا يعني ان قيمة الوسيط تقع في قيمة الرتبة 5 أي أن **الوسيط** = **قيمة الحد الذي ترتيبه 5**

الوسيط يساوي قيمة الحد الخامس

$M_e = 11$

ملاحظة هامة: يمكن تطبيق قاعدة ثابتة تعطينا نفس النتائج

- ✓ إذا كان عدد الوحدات الإحصائية فردي الوسيط يساوي القيمة التي تقع في الوسط؛
- ✓ إذا كان عدد الوحدات الإحصائية زوجي الوسيط يساوي قيمة الحد الذي ترتيبه $\frac{n+1}{2}$.

3-2- في حالة بيانات مبوبة:

- ✓ **متغير احصائي منفصل:** الجدول التالي يمثل توزيع عينة من المؤسسات حسب عدد الشاحنات المعطلة:

الجدول (20): توزيع عينة من المؤسسات العمومية حسب عدد الشاحنات المعطلة في سيدي بلعباس

x_i	n_i	$n_i\uparrow$
0	3	3
1	5	8
2	12	20
3	8	28
4	2	30
Σ	30	-

M_e

المطلوب: أحسب وسيط هذه البيانات.

في هذا الجدول تظهر قيم المتغير الإحصائي بشكل فردي منفصل.

أولا: ترتيب البيانات تصاعديا

ثانيا حساب رتبة الوسيط

$$\frac{n+1}{2}=\frac{30+1}{2}=15.5$$

الوسيط يقع بين قيمة الرتبة 15 والرتبة 16 وتحدد قيمة الرتبتين بحساب التكرار المتجمع الصاعد

$$Me=\frac{\text{قيمة الحد }15+\text{قيمة الحد }16}{2}=\frac{2+2}{2}=2$$

هناك 50% من المؤسسات تملك أقل من شاحنتين معطلتين و50% من المؤسسات تملك أكثر من شاحنتين معطلتين.

متغير إحصائي متصل (على شكل فئات): تمثل بيانات جدول التوزيع التكراري توزيع عينة من 50 طالب في كلية العلوم الاقتصادية حسب أوزانهم:

الجدول (21): جدول التوزيع التكراري توزيع عينة من 50 طالب في كلية العلوم الاقتصادية حسب أوزانهم

x_i	عدد طلبة n_i	f_i	$n_i\nearrow$	$f_i\nearrow$
[45 50[	2	0.04	2	0.04
[50 55 [	10	0.2	12	0.24
[55 60 [	12	0.24	24	0.48
[60 65 [	18	0.36	42	0.84
[65 70 [	8	0.16	50	1
Σ	50	1	–	–

M_e

يحسب الوسيط كما يلي:

1-ترتيب البيانات تصاعديا (مرتبة في الجدول)

2-نبحث عن رتبة الوسيط إما ضمن التكرار المتجمع المطلق الصاعد n/2 أو 50% ضمن التكرار المتجمع النسبي الصاعد.

رتبة الوسيط في هذه الحالة

$$\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

وبتطبيق الصيغة التالية:

$$M_e = L_{minMe} + \frac{\frac{n}{2} - ni\nearrow Me-1}{ni\ Me} \Delta X_{Me}$$

حيث:

L_{minMe}: الحد الأدنى للفئة الوسيطة.

n_iM_e: التكرار المطلق للفئة الوسيطية.

n_iM_e-1: التكرار التجميعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية.

ΔX_{Me} : طول الفئة الوسيطية.

أما عند استعمال التكرار المتجمع الصاعد النسبي:

$$M_e = L_{minMe} + \frac{50-fi\ Me-1}{fi\ Me}\ \Delta X_{Me}$$

$$M_e = 60 + \frac{\frac{50}{2}-24}{18} \times 5$$

$M_e = 60.27$

أو

$$M_e = 60 + \frac{50-48}{36} \times 5$$

$M_e = 60.27$

3-3- تحديد الوسيط بيانيا: يتم ذلك برسم المنحنى التجميعي الصاعد والنازل فنحصل على نقطة تقاطع بين المنحنيين وبإسقاط هذه النقطة على محور السينات xi يعطينا قيمة الوسيط.

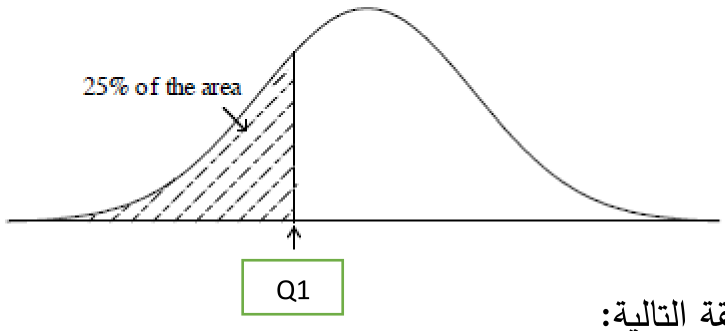
3-4- مقاييس أخرى من عائلة ومشتقات الوسيط (الربيعيات): الربيع هو المقياس الذي يقسم المجتمع الإحصائي أو المساحة تحت المضلع التكراري إلى أربعة أجزاء متساوية لذلك فإن هناك ثلاث ربيعيات هي الربيع الأول والثاني وهو الوسيط والربيع الثالث وهو الربيع الأعلى.[1]

---

[1] محمد حسين محمد رشيد، مرجع سابق، ص: 102

✓ **الربيع الأول Q_1:** وهي قيمة المتغير الإحصائي التي تقسم مجموع الأفراد إلى قسمين غير متساويين بحيث نسبة 1/4 من مجموع الأفراد 25% يحملون أقل من الربيع الأول Q_1 و 3/4 من الافراد 75% يحملون اكبر من الربيع الأول Q_1.

الشكل (15): توزيع أفراد العينة أو مجتمع الدراسة بالنسبة للربيع الأول



ويحسب بالطريقة التالية:

- **في حالة متغير إحصائي منفصل لبيانات مبوبة أو غير مبوبة**

نرتب البيانات تصاعديا ونبحث عن قيمة الربيع الأول عند قيمة الحد الذي ترتيبه $\frac{n+1}{4}$.

- **في حالة متغير إحصائي متصل لبيانات على شكل جدول تكراري(فئات)**

ويكون بالصيغة التالية:[1]

رتبة الربيع الأول هي n/4

$$Q_1 = L_{minQ1} + \frac{\frac{n}{4} - ni^{\uparrow} Q1-1}{ni\ Q1} \quad \Delta X_{Q1}$$

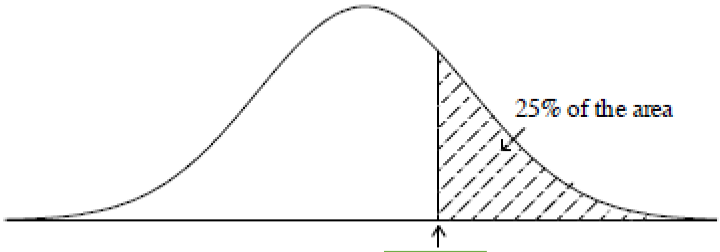
أو:

$$Q_1 = L_{minQ1} + \frac{25 - fi^{\uparrow} Q1-1}{fi\ Q1} \quad \Delta X_{Q1}$$

[1] جلاطو جيلالي، الاحصاء مع تمارين ومسائل محلولة، مرجع سابق، ص46.

✓**الربيع الثالث Q_3:** وهي قيمة المتغير الإحصائي التي تقسم مجموع الأفراد إلى قسمين غير متساويين بحيث نسبة 3/4 من مجموع الأفراد 75% يحملون أقل من الربيع الثالث Q_3 و 1/4 من الأفراد 25% يحملون أكبر من الربيع الثالث Q_3.

الشكل (16): توزيع أفراد العينة أو مجتمع الدراسة بالنسبة للربيع الثالث



ويحسب بالطريقة التالية:

- **في حالة متغير إحصائي منفصل لبيانات مبوبة أو غير مبوبة[1]**

نرتب البيانات تصاعديا ونبحث عن قيمة الربيع الثالث عند قيمة الحد الذي ترتيبه $\frac{3(n+1)}{4}$.

- **في حالة متغير إحصائي متصل لبيانات على شكل جدول تكراري(فئات)**

ويكون بالصيغة التالية

رتبة الربيع الثالث هي $\frac{3n}{4}$

$$Q_3 = L_{minQ3} + \frac{\frac{3n}{4} - ni\uparrow Q3-1}{ni\ Q3}\ \Delta X_{Q3}$$

أو:

$$Q_3 = L_{minQ1} + \frac{75 - fi\uparrow Q3-1}{fi\ Q3}\ \Delta X_{Q3}$$

[1] Jackie Nicholas, Introduction to Descriptive Statistics, Mathematics Learning Centre University of Sydney, NSW 2006, January 1999, P: 11.

مثال: بالاعتماد على بيانات الجدول السابق احسب كل من الربيع الأول والثالث

الربيع الأول Q_1:

رتبة Q_1 هي $12.5 = \frac{50}{2} = \frac{n}{4}$ أو 25% باستعمال التكرارات النسبية

x_i	عدد طلبة n_i	f_i	$n_i\uparrow$	$f_i\uparrow$	$\%f_i\uparrow$
[45 50[	2	0.04	2	0.04	4
[50 55 [	10	0.2	12	0.24	24
[55 60 [	12	0.24	24	0.48	48
[60 65 [	18	0.36	42	0.84	84
[65 70 [	8	0.16	50	1	100
Σ	50	1	–	–	

Q1

Q3

فئة الربيع الأول [55 60 [

$$Q_1 = 55 + \frac{12.5-12}{12} \times 5$$

$Q_1 = 55.2$

باستخدام التكرارات النسبية

$$Q_1 = L_{minQ1} + \frac{25 - fi\,Q1-1}{fi\,Q1} \Delta X_{Q1}$$

$$Q_1 = L_{minQ1} + \frac{25-24}{24} \times 5$$

$Q_1 = 55.2$

شرح النتيجة: 25% من عدد الطلبة وزنهم أقل من 55.2 كغ بينما 75% منهم وزنهم أكبر من ذلك.

حساب الربيع الثالث:

رتبة الربيع الثالث هي $\frac{3n}{4}$ $\frac{3\times 50}{4}$ 37.5 أو 75%

فئة الربيع الثالث هي **[60 65 [**

$$Q_3 = L_{minQ3} + \frac{\frac{3n}{4} - ni\uparrow Q3-1}{ni\ Q3} \Delta X_{Q3}$$

$$Q_3 = 60 + \frac{37.5-24}{18} \times 5$$

$Q_3 = 63.75$

باستخدام التكرارات النسبية

$$Q_3 = L_{minQ1} + \frac{75 - fi\ Q3-1}{fi\ Q3} \Delta X_{Q3}$$

$$Q_3 = 60 + \frac{75-48}{36} \times 5$$

$Q_3 = 63.75$

شرح النتيجة: 75% من عدد الطلبة وزنهم أقل من 63.75 كغ بينما 75% منهم وزنهم أكبر من ذلك.

3-5-خواص الوسيط:[1]

1-هو قيمة حقيقية ملموسة؛

2-هو عملية هندسية لا تخضع للعمليات الجبرية؛

3-هو مؤشر رتبة لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛

4-لا يعتمد على جميع القيم المجتمع أو العينة الإحصائية؛

5-يعتبر الأصلح من مقاييس النزعة المركزية في حالة التوزيعات غير المحدودة؛

6- مجموع الفوارق بين قيمة الوسيط وجميع قيم المجموعة الإحصائية بالقيمة المطلقة يساوي أقل ما يمكن.

[1] بلحسن بلمير، مرجع سابق، ص: 51.

تمارين المحور الثالث

التمرين الأول: تبين السلسلة الإحصائية التالية أجور 8 عمال في مؤسسة ما، المطلوب حساب الوسط الحسابي

1000 1100 800 900 1500 1300 1800 700

- اشرح النتيجة.

التمرين الثاني: البيانات التالية تمثل الأجور الأسبوعية التي يتقاضاها عمال أحد المصانع بآلاف الدينار:

10	11	12	10	14	15	19	18
15	15	16	17	20	23	21	24
23	24	20	23	24	22	25	27
28	29	25	25	27	28	29	25
28	27	25	27	26	30	31	32
33	34	33	30	30	34	32	34

المطلوب:

1-أوجد الوسط الحسابي للأجور.

2-بوب البيانات في جدول تكراري مع أخذ طول الفئة $L= 5\times10^3$.

3-من البيانات المحصل عليها من السؤال 2 أوجد الوسط الحسابي وقارنه بالوسط المحصل عليه في السؤال 1.

التمرين الثالث: بغرض نحسين الخدمة في مقر شركة الاتصالات موبيليس أجريت دراسة على المدة بالدقيقة التي ينتظرها عشرة من العملاء للوصول الى شباك الخدمة وكانت النتائج كما يلي:

5 17 8 2 55 9 22 11 16 5

- ما هو المتوسط والوسيط والمنوال لهذه البيانات؟

التمرين الرابع: الطاقة التصديرية لعشرة (10) محطات تحلية للمياه بالكيلومتر مكعب معطاة كما يلي:

X_i: 320 216 105 291 107 216 210 165 90 216

المطلوب:

1-ما نوع هذه البيانات؟

2-حدد قيمة الوسط الحسابي لهذه البيانات الوسيط، المنوال

3-تم إدخال تحسينات على عملية تحلية المياه مما أدى إلى زيادة الطاقة بـ 50 كم^3، أوجد الوسط الحسابي، ماذا تلاحظ؟

4-إذا كانت الطاقة التصديرية في بلد (Y) لمحطات تحلية معطاة بالعلاقة Y= 0.5 X أوجد الوسط الحسابي لهذه المحطة.

التمرين الخامس: تمثل البيانات التالية مدة صلاحية المشروبات مقاسة بالأيام

227 231 211 241 225 301 212 212 203 234 188 262
290 241 243 279 231 268 219 251 281 206 252 217
249

- ابحث في هذه البيانات عن كل من المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط، الربيع الأول والثالث مع شرح النتائج.

التمرين السادس: الجدول التالي يبين عدد العمال ومتوسط أجر العامل الواحد في مؤسسة معينة لها ثلاث فروع إنتاجية:

فروع المؤسسة	الفرع الاول	الفرع الثاني	الفرع الثالث
عدد العمال	150	120	80
متوسط الاجر(دج)	35000	32000	40000

المطلوب: حساب متوسط الأجور التي توزعها هذه المؤسسة. علق عن النتيجة.

التمرين السابع: تمثل السلسلة الإحصائية عدد الغيابات لعينة من 10 طلبة في مقياس الإحصاء

2 8 5 2 12 3 5 2 8 3

- اوجد قيمة المنوال، الوسيط، المتوسط

التمرين الثامن: حدد المنوال والوسيط في السلاسل الإحصائية التالية:

5 9 1 4 5	1 1 8 4 3 4 4 11 15 12	9 3 9 3
5 5 5 5 5 5 5	5 9 8 2 12 10 6	5 5 6 6 6 7 7 8 8 8 12 12

التمرين التاسع: الجدول التالي يعرض توزيع 75 شيكا حسب مبالغها في مصلحة المالية في شركة ما

المبلغ بـ دج	[50 70 [	[70 90 [	[90 110 [	[110 130 [	[130 150 [	[150 170 [
عدد الشيكات	8	15	20	15	8	9

1-حدد حسابيا قيمة المتوسط المنوال والوسيط ثم علق على النتيجة.

2-احسب قيمة الربيع الأول والثالث Q1، Q2 اشرح النتيجتين.

التمرين العاشر: حققت مكتبة المبيعات المبينة في جدول التوزيع التكراري التالي:

المبلغ بـ دج	[1000 1500 [	[1500 3000 [	[3000 3500 [	[3500 4500 [	[4500 5000 [	[5000 5500 [
عدد الشيكات	18	54	45	36	27	20

1-مثل بيانيا قيم جدول التوزيع حسب طبيعة المتغير.

2-حدد المنوال بيانيا.

3-أوجد قيمة الوسيط.

4-مثل منحنى التكرار المطلق المتجمع الصاعد.

حلول تمارين المحور الثالث

حل التمرين الأول

البيانات عبارة سلسلة إحصائية وبالتالي نحسب المتوسط الحسابي البسيط

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{700 + 1800 + 1300 + 1500 + 900 + 800 + 1100 + 1000}{8}$$

$\overline{X}$=1137.5

الشرح: يبلغ متوسط أو معدل الأجور في هذه المؤسسة 1137.5 دينار

حل التمرين الثاني

1-حساب متوسط الأجور

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$X = \frac{10 + 11 + 12 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 34}{48}$$

$$\overline{X} = \frac{1150}{48}$$

$\overline{X}$=23.95

2-تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري

$n_i c_i$	c_i	n_i	x_i
62.5	12.5	5	]15 10]
122.5	17.5	7	]20 15]
225	22.5	10	]25 20]
412.5	27.5	15	]30 25]
357.5	32.5	11	]35 30]
1180	/	48	$\sum$

3-حساب المتوسط في حالة بيانات مبوبة لتغير إحصائي متصل

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{k} nici}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{k} 1180}{\sum_{i=1}^{k} 48}$$

$\bar{X}$**=24.58**

نلاحظ اختلاف قيمة المتوسط عند استخدام الطريقتين إلا أن النتيجة الأدق هي باستخدام المتوسط البسيط لأنه يأخذ القيم الأصلية بينما نكتفي عند حساب المتوسط في حالة بيانات مبوبة على شكل فئات فإننا نكتفي بمراكز الفئات وهي قيم تقريبية غير أصلية.

حل التمرين الثالث

1-حساب متوسط الأجور

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{5 + 16 + 11 + 22 + 9 + 55 + 2 + 8 + 17 + 5}{10}$$

$$\bar{X} = \frac{150}{10}$$

$\bar{X}$=15

2-الوسيط

ترتيب البيانات

55 22 17 16 11 9 8 5 5 2

قيمة الوسيط هو قيمة الحد الذي رتبته

$$\frac{n+1}{2} = \frac{10+1}{2} = 5.5$$

الوسيط يقع بين قيمة الرتبة 5 والرتبة 6

$$Me = \frac{\text{قيمة الحد } 6 + \text{قيمة الحد } 5}{2} = \frac{11+9}{2} = 10$$

Me=10

المنوال: هو القيمة الأكثر تكرارا

$$Mo = 5$$

حل التمرين الرابع

1-تمثل هذه البيانات بيانات إحصائية قابلة للتجزئة لمتغير إحصائي – الطاقة التصديرية- متصل.

2-حساب متوسط التصديرية لمحطات التحلية

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{320 + 216 + 105 + 291 + 107 + 216 + 210 + 165 + 90 + 216}{10}$$

$$\bar{X} = \frac{1936}{10}$$

$$\bar{X} = 193.6$$

الشرح: يقدر معدل الطاقة التصديرية لمحطات التحلية ب 193.6 كيلومتر مكعب.

3-بعد إدخال التحسينات زادت الطاقة الإنتاجية لكل محطة ب 50 كيلومتر مكعب فأصبحت البيانات بالشكل التالي

XI: 370 266 155 341 157 266 260 215 140 266

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\bar{X1} = \frac{370 + 266 + 155 + 341 + 157 + 266 + 260 + 215 + 140 + 266}{10}$$

$$\bar{X}1 = \frac{2436}{10}$$

$$\bar{X1} = 243.6$$

نلاحظ أن

$\bar{X}1 = \bar{x} + 50$

نستنتج أنه عند إضافة نفس العدد الثابت لجميع قيم السلسلة فان المتوسط الحسابي الجديد هو المتوسط الحسابي للسلسلة الأصلية مضافا إليه نفس العدد الثابت.

-4

$Y = 0.5\ X$

$Y_1 = 0.5\ X_1$

$Y_1 = 0.5 \times 320 = 160$

وعليه تصبح السلسلة الإحصائية بالشكل التالي:

y_I: 160 108 52.5 145.5 53.5 108 105 82.5 45 108

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\bar{X}2 = \frac{160+\ 108\ +52.5+\ 145.5+\ 53.5+\ 108\ +105+\ 82.5+\ 45\ +108}{10}$$

$$\bar{X}2 = \frac{968}{10}$$

$$\bar{X}1 = 96.8$$

نلاحظ أن

$\bar{X}2 = \bar{x} \times 0.5$

نستنتج أنه عند ضرب أو قسمة جميع قيم السلسة في نفس العدد الثابت فان المتوسط الحسابي الجديد هو المتوسط الحسابي للسلسلة الأصلية مضروبا أو مقسوما على نفس العدد الثابت.

حل التمرين الخامس

1-المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{225+\ 241+\ 211+\ 231\ 227+\cdots\ldots\ldots+249}{25}$$

$$\bar{X} = \frac{5725}{25}$$

$$\bar{X} = 229$$

الشرح: يقدر معدل مدة صلاحية المشروبات ب 229 يوما.

2-المنوال: هو القيمة الأكثر تكرارا

Mo لا يوجد

3-الوسيط

227 225 219 217 212 212 211 206 203 188

262 252 251 249 243 241 241 234 231 231

301 290 281 279 268

رتبة الوسيط هي $\frac{n+1}{2}$ أي $\frac{25+1}{2}$ =13 أي أن الوسيط هو قيمة الحد الذي رتبته 13

Me=234

هناك 50 % من المشروبات مدة صلاحيتها أكبر من 234 يوم و50 % أقل من 234 يوم

حل التمرين السادس

بما أن عدد العمال ومتوسطات الأجر لنفس المؤسسة

يكون المتوسط الإجمالي للأجر في هذه المؤسسة بالشكل التالي:

$$\bar{x} = \frac{(35000 \times 150) + (32000 \times 120) + (40000 \times 80)}{35000 + 32000 + 40000}$$

$$\bar{x} = \frac{5,250,000 + 3,840,000 + 3,200,000}{107,000}$$

$$\bar{x} = \frac{12,290,000}{107,000}$$

$\bar{X}$=115.85

حل التمرين السابع

1-المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{2+8+5+2+12+3+5+2+8+3}{10}$$

$$\overline{X} = \frac{50}{10}$$

$$\overline{X} = 5$$

الشرح: يقدر معدل متوسط مدة غيابات الطلبة ب 5غيابات.

2-المنول Mo=2

أغلب الطلبة لهم غيابان

3-الوسيط

12 8 8 5 5 3 3 2 2 2

رتبة الوسيط هي $\frac{n+1}{2}$ أي $\frac{10+1}{2}$ =5.5 أي أن الوسيط هو متوسط قيمة الحد الخامس وقيمة الحد السادس

$$Me = \frac{3+5}{2}$$

Me=4

هناك 50 % من الطلبة لهم غيابات أكبر من 4 غيابات و50 % أقل من 4 غيابات

حل التمرين التاسع

xi	ni	ci	nici	ni↗
[50 70 [	8	60	480	8
[70 90 [	15	80	1200	23
[90 110 [	20	100	2000	43
[110 130 [	15	120	1800	58
[130 150 [	8	140	1120	66
[150 170 [	9	160	1440	75
$\sum$	75	/	8040	/

1-الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} nici}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$\bar{x} = \frac{8040}{75}$$

$$\bar{X} = 107.2$$

يقدر معدل مبالغ الشيكات المحصلة ب170.2 دينار

2-المنوال

الفئة المنوالية هي] 110 90[

$$M_O = L_{minMO} + \frac{d1}{d1+d2} \Delta X_{MO}$$

حيث:

L_{minMO}: 90

$d1$: 20−15=5

$d2$: 20−15=5

ΔX_{MO}: 110−90=20

$$M_O = 90 + \frac{5}{5+5} \times 20$$

$M_O = 100$

الشرح: أغلب الشيكات المحصلة مبالغها 100 دج.

3-الوسيط

رتبة الوسيط في هذه الحالة

$$\frac{n}{2} = \frac{75}{2} = 37.5$$

وبتطبيق الصيغة التالية:

$$M_e = L_{minMe} + \frac{\frac{n}{2} - ni\ Me-1}{ni\ Me}\ \Delta X_{Me}$$

حيث:

الفئة الوسيطية تحدد من التكرار المتجمع الصاعد بالبحث في الرتبة عند القيمة 37.5 ومنه فالفئة الوسيطية هي] 110 90]

L_{minMe}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية. 90

n_iM_e: التكرار المطلق للفئة الوسيطية.20

n_iM_e-1: التكرار التجميعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية.23

ΔX_{Me} : طول الفئة الوسيطية. 20

$$M_e = 90 + \frac{37.5-23}{20} \times 20$$

$M_e = 104.5$

هناك 50 % من الشيكات لهم مبالغ أكبر من 104.5 دج و50 % أقل من 104.5 دج

4-الربيع الأول

رتبة الربيع الأول هي n/4 وهي 75/4 =18.75 أو 25%

فئة الربيع الأول هي]90 70[

$$Q_1 = L_{minQ1} + \frac{\frac{n}{4} - ni\ Q1-1}{ni\ Q1} \Delta X_{Q1}$$

$$Q_1 = 70 + \frac{18.5-8}{15} \times 20$$

$Q_1 = 81.94$

شرح النتيجة: 25% من الشيكات مبالغهم أقل من 81.94 بينما 75% من الشيكات أكبر من ذلك.

5-الربيع الثالث

رتبة الربيع الثالث هي $\frac{3n}{4}$ $\frac{3\times75}{4}$ 56.25 أو 75%

فئة الربيع الأول هي]130 110[

$$Q_3 = L_{minQ3} + \frac{\frac{3n}{4} - ni\ Q3-1}{ni\ Q3}\ \Delta X_{Q3}$$

$$Q_3 = 110 + \frac{56.25-43}{15} \times 20$$

$Q_3 = 127.66$

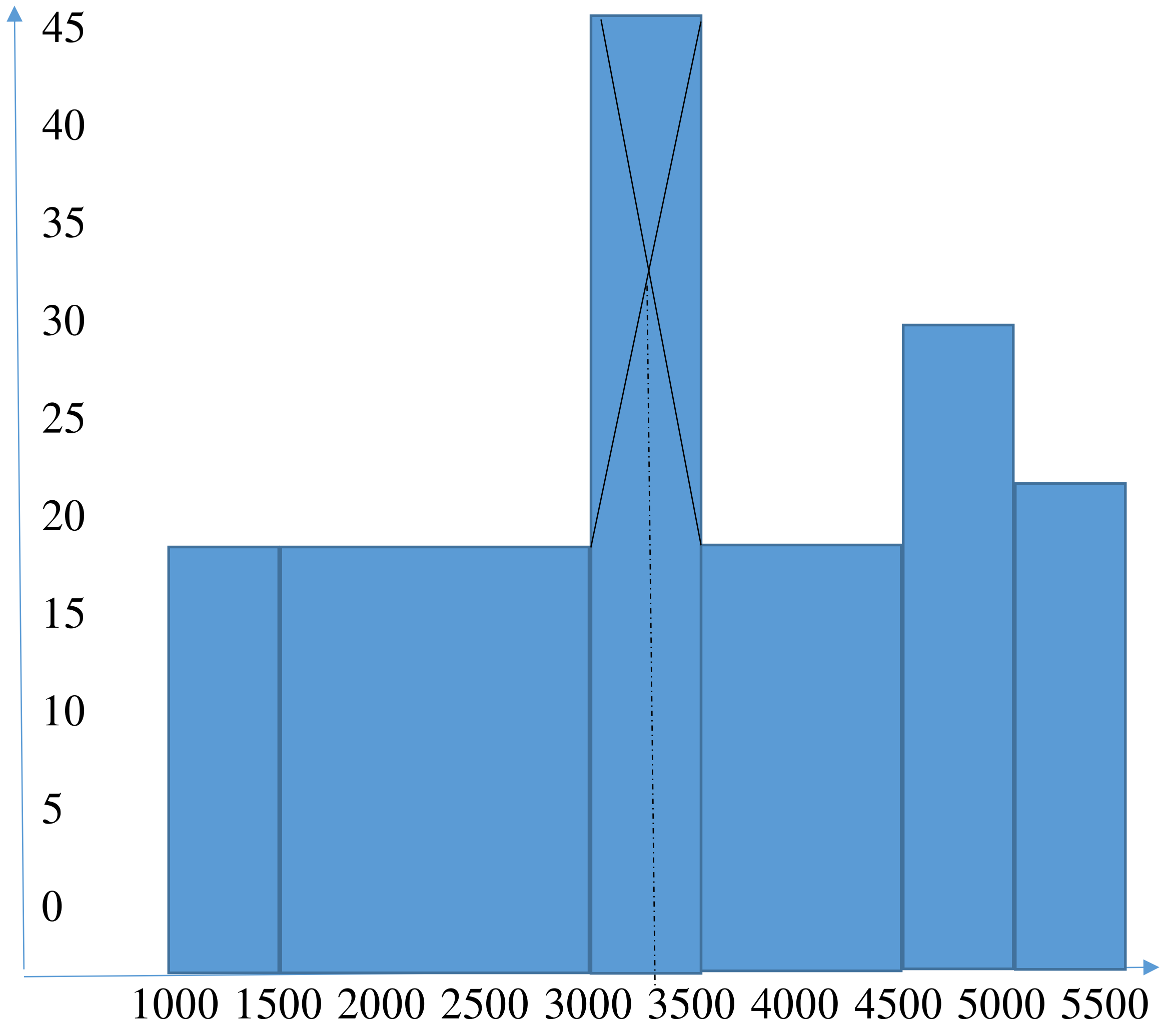
شرح النتيجة: 75% من الشيكات مبالغهم أقل من 127.66 بينما 25% من الشيكات أكبر من ذلك.

حل التمرين العاشر

ni↗	$N^*_i=(ni/Li)\times L^*$	L*	L	ni	xi
18	18	500	500	18	[1000 1500 [
72	18	500	1500	54	[1500 3000 [
117	45	500	500	45	[3000 3500 [
153	18	500	1000	36	[3500 4500 [
180	27	500	500	27	[4500 5000 [
200	20	500	500	20	[5000 5500 [
/	/	/	/	200	Σ

1-تحديد المنوال بيانيا: بما أن أطوال الفئات غير متساوية لا بد من تعديل التكرارات

$$ni* = \frac{ni}{Li} \times L*$$



حساب الوسيط

رتبة الوسيط في هذه الحالة

$$\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} = \frac{\boldsymbol{200}}{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{100}$$

وبتطبيق الصيغة التالية:

$$\boxed{M_e = L_{minMe} + \frac{\frac{n}{2} - ni\ Me-1}{ni\ Me}\ \Delta X_{Me}}$$

حيث:

الفئة الوسيطية تحدد من التكرار المتجمع الصاعد بالبحث في الرتبة عند القيمة 100ومنه فالفئة الوسيطية هي [3500 3000[

L_{minMe}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية. 3000

n_iM_e: التكرار المطلق للفئة الوسيطية.45

n_iM_e-1: التكرار التجميعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية.72

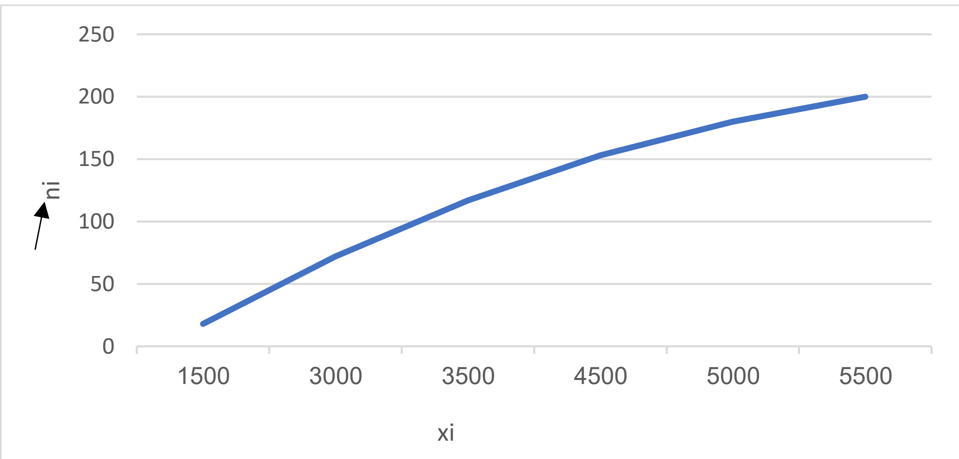
ΔX_{Me} : طول الفئة الوسيطية. 500

$$M_e = 3000 + \frac{100-72}{45} \times 500$$

$M_e = 3311.11$

هناك 50 % من الشيكات لهم مبالغ أكبر من 3311.11دج و50 % أقل من 3311.11 دج

تمثيل التكرار التجميعي المطلق الصاعد



تمارين مقترحة

التمرين الأول

ماذا تمثل العبارتين والمدلول الرياضي والاحصائي لهما:

- $\Sigma(X_i-\overline{X})^2 < \Sigma(X_i-x_\alpha)^2$ حيث $x_\alpha \neq \overline{x}$
- $\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})=0$

التمرين الثاني

فاتورة المكالمات الهاتفية التي أجريت في المركز الهاتفي بوكالة اوريدو أعطت النتائج التالية:

مجال الوقت	2-0	4-2	6-4	8-6	10-8	12-10
التكرارات	14	16	25	15	17	13

المطلوب:

- احسب الوقت المتوسط للمكالمات.
- نقوم بتجميع الفئات اثنين اثنين.
  - ✓ احسب الوقت المتوسط الجديد
  - ✓ ماذا تستنتج؟

التمرين الثالث

اختيرت عينات عشوائية من طلاب بعض أقسام كلية العلوم الاقتصادية وتم رصد علاماتهم في مقياس الإحصاء فكانت النتائج التالية:

العلوم الاقتصادية	80	77	75	77	65	77	77	70	58	67
العلوم المالية	88	68	60	75	93	65	77	85	95	90
علوم التسيير	80	65	69	80	65	88	76	65	86	80
علوم تجارية	58	73	69	85	73	69	69	73	72	85

المطلوب

- حدد المجتمع الاحصائي والوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي وبين نوعه.
- حدد كل من الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال والربيعيات، واشرح كل النتائج.

التمرين الرابع

لتقييم مدى نجاح أحد المزارع في تربية الأغنام الموجهة لاستهلاك اللحوم، تم اجراء دراسة على وزن الخرفان التي بلغت ستة(6) أشهر وذلك على عينة من 80 خروف، فكانت النتائج التالية:

الوزن (كغ) x_i	[15-20[	[20-25[	[25-30[	[30-35[	[35-40[	المجموع
عدد الخرفان	10	18	30	15	07	80

1-مثل بيانيا بيانات جدول التوزيع التكراري؟

2-احسب التكرارات المطلقة الصاعدة والنازلة ثم اشرح $n_3^{\nearrow}$، $n_3^{\searrow}$، ومثلها بيانيا في نفس الشكل.

3- ماذا تمثل نقطة التقاطع.

4-احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال مع الشرح.

5-احسب الربيع الأول والثالث مع الشرح.

المحور الرابع: مقاييس التشتت

CARACTERISTIQUES DE DISPERSION

المحاضرة التاسعة: المدى والإنحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي

تحدد مقاييس التشتت وحسابها مدى تقارب أو تباعد القيم الحقيقية للسلسلة عن بعضها البعض أو عن نقطة معينة كالوسط الحسابي لذلك فإن القيم المتشابهة لا يوجد لها تشتت، ولكن باختلاف قيم المشاهدات فلا بد من وجود تشتت بين هذه القيم والذي يختلف من مجموعة إلى أخرى.

إذا كانت القيم الحقيقية للسلسلة قريبة من متوسطها ($\bar{x}$) فهذا يعني أنها متقاربة فيما بينها ويعتبر التشتت ضعيفا وهذا يعني أن الظاهرة المدروسة متجانسة، وعكس ذلك إذا كانت القيم الحقيقية للسلسلة بعيدة عن متوسطها فهذا يعني أنها متباعدة فيما بينها وبالتالي تعتبر الظاهرة غير متجانسة وتتميز بفوارق كبيرة.

مثال: ليكن إنتاج مزرعتين من القمح اللين في 6 مواسم كما يلي:

المزرعة الأولى: **180** 175 183 200 188 190

المزرعة الثانية: 100 180 170 175 270 221

قارن مستوى إنتاج المزرعتين؟

م1 $\bar{X} = 1116/6 = 186$

م2 $\bar{X} = 1116/6 = 186$

فبالرغم من اختلافات بيانات المزرعتين نلاحظ تساوي المتوسط الحسابي أي أن للمزرعتين نفس مستوى الإنتاج ولكن عند الفحص الدقيق لبيانات الإنتاج الحقيقية فنلاحظ ما يلي:

إنتاج المزرعة الأولى يتراوح بين 175 الى 200 بينما انتاج المزرعة الثانية بين 100 الى 270.

100 186 270

175 186 200

نلاحظ أن إنتاج المزرعة الثانية أكثر تباعدا فيما بينها مما هي عليه في المزرعة الأولى فنقول أن إنتاج المزرعة الثانية أكثر تشتتا مما هي عليه في المزرعة الأولى رغم أن مستوى إنتاج القمح في المزرعتين نفسه.

هناك أنواع كثيرة من مقاييس التشتت منها مقاييس التشتت المطلقة ومقاييس التشتت النسبية (تقيس التشتت بنسب مئوية وتستعمل عند المقارنة بين توزيعات مختلفة).

1- مقاييس التشتت المطلقة: وأهم هذه المقاييس هي:[1]

- المدى i.
- المدى الربيعي iq.
- الانحراف الربيعي EQ.
- الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط EM_{Me}.
- الانحراف المتوسط بالنسبة للوسط الحسابي EM_X.
- التباين V(X).
- الانحراف المعياري δ(X).

1-1-المدى i : هو الفرق بين أكبر قيمة (X_{max})وأصغر قيمة(X_{nin}).

$$i = X_{max} - X_{min}$$

[1] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص: 185.

مثال: احسب مدى تشتت انتاج المزرعتين في المثال السابق.

$$م1\ i = \mathcal{X}_{max} - \mathcal{X}_{min}$$

=200-175=25

25 قنطار

$$م2\ i = \mathcal{X}_{max} - \mathcal{X}_{min}$$

= 270-100=170

(170قنطار)

تشتت إنتاج المزرعة الثانية أكبر من تشتت إنتاج المزرعة الأولى.

شرح النتيجة: بيانات إنتاج المزرعة الثانية أكثر تباعدا فيما بينها مما هي عليه المزرعة الأولى.، أي أن إنتاج المزرعة الأولى أكثر تجانسا من إنتاج المزرعة الثانية

ملاحظة: هذا المقياس غير دقيق لأنه استعمل قيمتين فقط من بين قيم السلسلة وأهمل الباقي إضافة إلى استعمال قيمتين متطرفتين لا تعكس حقيقة البيانات وبالتالي لا يعطي تصور واضح ودقيق عن مدى انتشار وتوزيع القيم داخل المجموعة.[1]

خواص المدى:

- يتصف المدى بسهولة الحساب؛
- يعتمد على قيمتين فقط الكبرى والصغرى؛
- شديد التأثر بالقيم المتطرفة؛
- لا يمكن استعماله في حالة البيانات المبوبة التي تتضمن فئات مفتوحة.

1-2-الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي: هو البعد المتوسط لقيم المتغير الإحصائي عن قيمة مركزية ويعطى بالصيغة التالية:[2]

[1] عبد الرزاق عزوز، الكامل في الاحصاء، الجزء الأول، مرجع سابق، ص: 219.

[2] جيلالي جلاطو، الإحصاء الوصفي تطبيقاته العملية، دار المناهج، الطبعة الأولى، عمان، الأردن، 2003، ص: 81.

أ- في حالة بيانات غير مبوبة

$$EX = \frac{|X1-\bar{X}| + |X2-\bar{X}| + \cdots + |Xn-\bar{X}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}|Xi-\bar{x}|}{n}$$

ب- في حالة بيانات مبوبة

$$EX = \frac{|X1-\bar{X}|n1 + |X2-\bar{X}|n2 + \cdots + |Xn-\bar{X}|ni}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}|Xi-\bar{x}|ni}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

المحاضرة العاشرة: التباين والانحراف المعياري

1-3-التباين V(X): التباين هو عبارة عن الوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي والوسط الحسابي، هو أحد مقاييس التشتت الأكثر استعمالا في الجانب التطبيقي ويعطى بالصيغة التالية:[1]

أ- في حالة البيانات غير المبوبة:

$$\boldsymbol{V(X) = \frac{(X1-\bar{X})^2 + (X2-\bar{X})^2 \ldots + (Xn-\bar{x})^2}{n}}$$

$$\boldsymbol{V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\bar{x})^2}{n}}$$

كما يمكن حسابه بطريقة مختصرة بالطريقة:

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} + \bar{x}^2$$

مثال: أحسب تباين إنتاج المزرعتين في المثال السابق.

المزرعة الأولى:

$$\boldsymbol{V(X) = \frac{(190-186)^2 + (188-186)^2 + (200-186)^2 + (183-186)^2 + (175-186)^2 + (180-186)^2}{5}}$$

$$\boldsymbol{V(X) = \frac{382}{6}}$$

[1] جيلالي جلاطو، الإحصاء الوصفي تطبيقات عملية، مرجع سابق، ص: 83.

V(X)=63.66

المزرعة الثانية:

$$V(X)=\frac{(221-186)^2+(270-186)^2+(175-186)^2+(170-186)^2+(180-186)^2+(100-186)^2}{5}$$

$$V(X)=\frac{15850}{6}$$

V(X)= 2641.66

الشرح: نلاحظ أن تشتت بيانات المزرعة الأولى أقل من الثانية فنقول أن إنتاج المزرعة الأولى أقل تباعدا وأكثر تجانسا.

ب- في حالة بيانات مبوبة:

- ✓ **متغير منفصل:**

$$V(X)=\frac{\sum_{i=1}^{K} ni(Xi-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

- ✓ **متغير متصل(فئات):**

$$V(X)=\frac{\sum_{i=1}^{K} ni(Ci-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

ويمكن حسابه بالصيغة المختصرة:

$$V(X)=\frac{\sum_{i=1}^{k} nix_i^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}-\bar{x}^2$$

مثال: أحسب تباين التوزيع التالي الذي يمثل توزيع زبائن إحدى الشركات النقل الحضري حسب مسافات تنقلهم:

الجدول (22): جدول توزيع زبائن إحدى الشركات النقل الحضري حسب مسافات تنقلهم

الفئة	3-1	5-3	7-5	9-7	المجموع
التكرار	4	2	5	10	21

الحل:

الجدول (23): الجدول المساعد لحساب التباين لتوزيع زبائن إحدى الشركات النقل الحضري حسب مسافات تنقلهم

X_I	n_i	C_I	n_iC_i	C_I^2	$n_iC_i^2$	$x_i-\bar{x}$	$(xi-\bar{x})^2$	$ni(xi-\bar{x})^2$
3-1	4	2	8	4	16	4-	16	64
5-3	2	4	8	16	32	2-	4	8
7-5	5	6	30	36	180	0	0	0
9-7	10	8	80	64	640	2	4	40
المجموع	21	-	126	-	867			112

أولا: حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} niCi}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$\bar{x} = \frac{126}{21}$$

$$\bar{X} = 6$$

ثانيا حساب التباين

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{K} ni(Ci - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$V(X) = \frac{112}{21}$$

V(X)= 5.33

بالصيغة المختصرة:

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} ni x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} ni} - \bar{x}^2$$

$$V(X) = \frac{867}{21} - 6^2$$

V(X)=5.30

مقدار التشتت لهذه البيانات هو 5.33

1-4-الانحراف المعياري: يعد الانحراف المعياري أدق مقاييس التشتت للبيانات ذات مستوى القياس المتعلق بالفترة أو النسبة، فهو يوضح مدى تشتت وتباين البيانات فإذا تساوى متوسط مجموعتين من البيانات فلا يدل ذلك على تساوي المجموعتين وإنما ننظر إلى الانحراف المعياري لمعرفة مدى تجانس أو التباين فكلما كان الانحراف المعياري صغيرا كلما قل التشتت وزاد تجانس البيانات والعكس.[1]

يقوم التباين في حسابه على فكرة مربع الانحرافات[2]، وهو بذلك ليس له وحدة قياس، لذا لجأ الاحصائيون الى اخذ الجذر التربيعي للتباين لكي يتناسب ووحدات القياس ويسمى هذا المقياس بالانحراف المعياري ويرمز له بالرمز δ(X).

ويعطى بالصيغة التالية: [3]

أ- في حالة بيانات غير مبوبة

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{(x1-\bar{x})^2 + (x2-\bar{x})^2 \ldots + (xn-\bar{x})^2}{n}}$$

[1] وليد السيد خليفة وآخرون، الاتجاهات الحديثة في الإحصاء الوصفي، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الطبعة الأولى، الإسكندرية، مصر، 2008، ص: 19.

[2] إبراهيم علي ابراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص: 196.

[3] سالم عيسى وعماد عبابنة، مرجع سابق، ص: 120.

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \overline{x})^2}{n}}$$

أو بالصيغة المختصرة

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2}{n} - \overline{x}^2}$$

ب- في حالة بيانات مبوبة:

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{n1(x1 - \overline{x})^2 - n2(x2 - \overline{x})^2 \ldots + n3(xn - \overline{x})^2}{n1 + n2 + \cdots \ldots \ldots n}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} ni(xi - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

أو بالصيغة المختصرة:

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} niXi^2}{\sum_{i=1}^{k} ni} - \overline{x}^2}$$

مثال: من خلال المثال السابق فإن

$$\delta(X) = \sqrt{V(X) = \sqrt{5.33}}=2.3$$

✓ **خصائص الانحراف المعياري:**

- سهل التطبيق حسابيا؛
- يستعمل في المقارنة بين الظواهر خاصة عند تساوي المتوسطات الحسابية لأنه لا يتأثر بها؛
- يتأثر الانحراف المعياري بالدرجات المتطرفة تأثرا كبيرا لاعتماده المباشر على المتوسط؛[1]
- يأخذ نفس وحدة قياس المتغير الأصلي (متر، ساعة،...) لذا لا يمكن استعماله كأساس للمقارنة بين تشتت توزيعين لهما وحدات قياس مختلفة؛
- لا يمكن ايجاده في حالة التوزيعات المفتوحة من الأعلى أو الأسفل أو من الطرفين؛
- الانحراف المعياري لقيمة ثابته معدوم.
- لا يتأثر الانحراف المعياري لتوزيع معين بالعمليات الجبرية الناتجة عن عمليات جمع وطرح قيمة معينة إلى أو من القيم الأصلية للتوزيع؛[2]

$\delta(X)_{ax}=aX$؛

$\delta(X)a+X=\delta(X)a+\delta(X)=\delta(X)$؛

2- مقاييس التشتت النسبية: وتعتمد على فكرة مقارنة البيانات للظواهر في شكل نسبة مئوية اعتماد على متوسطاتها ونلجأ لحسابها إذا:[3]

إذا أردنا مقارنة التشتت بين مجموعتين من القيم؛

إذا كانت وحدات القياس في مجموعتين مختلفين.

ومن أهم هذه المقاييس معامل الاختلاف ويرمز له بالرمز CV ويعطى بالصيغة التالية:

---

[1] وليد السيد وآخرون، مرجع سابق، ص: 21.

[2] إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مرجع سابق، ص2006

[3] سالم عيسى بدر وعماد غصاب عبابنة، مرجع سابق، ص: 124.

$$CV = \frac{\delta(x)}{\bar{X}} \times 100$$

مثال: إذا كانت لديك البيانات التالية حول انتاج القمح في مزرعتين كمايلي النوع:

المزرعة أ: $\delta(X)=2.4$ $\bar{X}=30$

المزرعة ب: $\delta(X)=1.02$ $\bar{X}=10$

قارن تشتت الظاهرتين:

باستخدام الانحراف المعياري في المقارنة فان الظاهرة أ أكثر تشتتا من الظاهرة ب، أي الظاهرة ب أكثر تجانسا.

لكن بما ان المتوسط الحسابي مختلف فان المقارنة لا تكون صحيحة وهي غير عادلة لذا لا بد من استعمال معامل الاختلاف للفصل بين حالة تجانس الظاهرتين

$$CV = \frac{\delta(x)}{\bar{X}} \times 100$$

$$CV_{\text{أ}} = \frac{2.4}{30} \times 100 = 8\%$$

$$CV_{\text{ب}} = \frac{1.02}{10} \times 100 = 10.2\%$$

بعد استخدام معامل الاختلاف تبين أن بيانات المزرعة أ أكثر تجانسا وأقل تشتتا من المزرعة ب

تمارين المحور الرابع

التمرين الأول: فيما يلي مجموعة من بيانات الإصابة بوباء كوفيد 19 من 10 من مستشفيات في ولاية سيدي بلعباس خلال شهر أوت

20 21 23 18 26 25 24 20 23

أحسب كل من:

المدى الانحراف المتوسط التباين الانحراف المعياري

التمرين الثاني: أخذت عينة من عمال أحد المصانع فكانت أوزانهم وأطولهم كما يلي:

الأوزان	45-40	50-45	55-50	60-55	65-60
عدد العمال	3	12	15	6	4

الأطوال	155-150	160-155	165-160	170-165
عدد العمال	4	8	16	12

1-حساب كل من الانحراف المتوسط والمعياري لأوزان وأطوال العمال.

2. هل العمال أكثر اختلافا في الوزن أم في الطول؟

4. لتكن Y متغيرا إحصائيا آخر مكتوبا كدالة لـ (X) أطوال العمال بحيث:

Y = 4X + 3. استخلص المتوسط الحسابي وكذلك تباين المتغير Y. وبالمثل لـ X + 1.

التمرين الثالث: كانت نتائج دراسة حول رقم أعمال (بملايين الدولارات) مجموعة من الشركات الصغيرة والمتوسطة مبينة في الجدول التالي:

X_{MIN}	الانحراف المعياري	المنوال	الوسيط	الربيع الاول	المدى
2	3	4	4.6	4	6

1- ما هو حجم رقم الأعمال المقابل لأكثر عدد من هذه الشركات؟

2- ما هو أكبر رقم أعمال في مجموعة الشركات الصغيرة والمتوسطة؟

3- إذا علمت ان نسبة المدى الربيعي إلى المدى تساوي 0.5. حدد قيمة الربيع Q2 و Q3.

4- أحسب قيمة التباين؟

التمرين الرابع: إذا مثلت القيم التالية معدل(متوسط) الدخل للعامل في دولتين A و B

الدولة A: متوسط الراتب $\overline{X}A = 1500$ دولار ، والانحراف المعياري $\delta A\ (X) = 900$

الدولة B: متوسط الراتب $\overline{X}B = 3000$ دولار، والانحراف المعياري $\delta B\ (X) = 1200$

ماذا يمكن أن نقول عن تشتت الأجور في الدولتين؟

التمرين الخامس: إذا كان من المعلوم أن تطبيق برنامج غذائي معين للتسمين لفترة زمنية محددة سوف يزيد وزن الدجاجة ب 0.5 كيلوغرام، سحبت عينة عشوائيا من مزرعة دجاج حجمها 5 دجاجات وكانت أوزانها كالتالي: 2.5 1.25 2 1.75 1

- احسب الانحراف المعياري لوزن الدجاجة.
- إذا طبق البرنامج الغذائي المشار إليه ما هو والانحراف المعياري لوزن الدجاجة في هذه العينة.

حلول تمارين المحور الرابع

حل التمرين الأول

1-المدى

$$i = \mathcal{X}_{max} - \mathcal{X}_{min}$$

$$i = 26 - 18$$

$$i = 8$$

2-الانحراف المتوسط

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{200}{9}$$

$$\bar{x} = 22.22$$

$$E\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |Xi - \bar{x}|}{n}$$

$$E\bar{X} = \frac{|20 - 22.22| + |21 - 22.22| + \cdots \ldots \ldots + |23 - 22.22|}{9}$$

$$E\bar{X} = \frac{18.78}{9}$$

$$E\bar{X} = 2.08$$

3-التباين

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Xi - \bar{x})^2}{n}$$

$$V(X) = \frac{(20 - 22.22)^2 + (21 - 22.22)^2 \ldots + (23 - 22.22)^2}{9}$$

$$V(X) = \frac{52.04}{9}$$

$$V(X) = 5.78$$

في حالة بيانات مبوبة:

✓ **متغير منفصل:**

$$\boldsymbol{V(X)=\frac{\sum_{i=1}^{K} ni(Xi-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

✓ **متغير متصل(فئات):**

$$\boldsymbol{V(X)=\frac{\sum_{i=1}^{K} ni(Ci-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

4-الانحراف المعياري

$$\delta(\mathrm{X})=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^2}{n}}$$

$$\delta(\mathrm{X})=\sqrt{V(X)}=\sqrt{5.78}$$

$$\delta(\mathrm{X})=2.4$$

حل التمرين الثاني

-1

الأوزان

X_I	n_i	C_I	n_ic_i	$\lvert x_i-\overline{x}\rvert$	$(xi-\overline{x})^2$	$ni(xi-\overline{x})^2$
45-40	3	42.5	127.5	9.5 -	90.25	270.75
50-45	12	47.5	570	4.5-	20.25	243
55-50	15	52.5	787.5	0.5	0.25	3.75
60-55	6	57.5	345	5.5	30.25	181.5
65-60	4	62.5	250	10.5	110.25	441
$\sum$	40	/	2080	30.5	/	1140

الأطوال

X_I	n_i	C_I	n_ic_i	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert$	$(xi-\bar{x})^2$	$ni(xi-\bar{x})^2$
155-150	4	152.5	610	9.5-	90.25	361
160-155	8	157.5	1260	4.5-	20.25	162
165-160	16	162.5	2600	0.5	0.25	4
170-165	12	167.5	2010	5.5	30.25	363
	40	-	6480	20		890

حساب المتوسط الحسابي

- **للأوزان**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} niCi}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$\bar{x} = \frac{2080}{40}$$

$\bar{X}$= 52

- **للأطوال**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} niCi}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$\bar{x} = \frac{6480}{40}$$

$\bar{X}$= 162

الانحراف المتوسط

- **للأوزان**

$$E\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n}|Xi - \overline{x}|ni}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$E\overline{X} = \frac{30.5}{40}$$
$$EX = 0.76$$

- **للأطوال**

$$E\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n}|Xi - \overline{x}|ni}{\sum_{i=1}^{k} ni}$$

$$E\overline{X} = \frac{20}{40}$$
$$E\overline{X} = 0.5$$

أطوال عمال هذا المصنع أقل تشتتا من أوزانهم

الانحراف المعياري

- **للأوزان**

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} ni(xi - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1140}{40}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{28.5}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = 5.33$$

- **للأطوال**

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} ni(xi - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{890}{90}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = 4.17$$

أطوال العمال أقل تشتتا من أوزانهم

2-حساب معامل الاختلاف

الأوزان

$$\boldsymbol{CV = \frac{\delta(x)}{\bar{X}} \times 100}$$

$$\boldsymbol{CV = \frac{5.33}{52} \times 100}$$

$$\boldsymbol{CV = 10.25\%}$$

الأطوال

$$\boldsymbol{CV = \frac{\delta(x)}{\bar{X}} \times 100}$$

$$\boldsymbol{CV = \frac{4.17}{162} \times 100}$$

$$\boldsymbol{CV = 2.57\%}$$

أطوال عمال هذا المصنع أقل تشتتا أكثر تجانسا من أوزانهم

-3

في حالة $Y = 4X + 3$

$\bar{Y} = 4\bar{X} + 3$

$\bar{Y} = 4\times52 + 3$

$\bar{Y} = 211$

التباين لا تغير عند إضافة أو ضرب نفس العدد الثابت لجميع أفراد العينة أو المجتمع

في حالة $Y = X + 1$

$\bar{Y} = \bar{X} + 1$

$\bar{Y} = 52 + 1$

$\bar{Y} = 53$

التباين لا تغير عند إضافة نفس العدد الثابت لجميع أفراد العينة أو المجتمع

حل التمرين الثالث

1-المنوال هو المقياس الذي يعبر عن رقم الأعمال المقابل لأكثر عدد الشركات

Mo=4

2-أكبر رقم أعمال هو $\mathcal{X}_{max}$

$$i = \mathcal{X}_{max} - \mathcal{X}_{min}$$

$$6 = \mathcal{X}_{amx} - 2$$

$$\mathcal{X}_{amx} = 8$$

3- بما أن

$$\frac{iQ}{i} = 0.5$$

$iq = 3$

$iq = Q_3 - Q_1$

$3 = Q3 - 4$

$Q_3 = 7$

بما أن قيمة الربيع الثاني هي قيمة الوسيط فإن

$Q_2 = Me = 4.6$

حل التمرين الرابع

نقارن تشتت أجور الدولتين باستخدام معامل الاختلاف

الدولة A

$$CV = \frac{\delta(x)}{\bar{X}} \times 100$$
$$CV = \frac{900}{1500} \times 100$$
$$CV = 60\%$$

الدولة B

$$CV = \frac{\delta(x)}{\bar{X}} \times 100$$
$$CV = \frac{1200}{3000} \times 100$$
$$CV = 40\%$$

من خلال قيم معامل الاختلاف للدولتين يتضح أن أجور العمال في الدولة B أقل تشتتا أكثر تجانسا من الدولة A

حل التمرين الخامس

1-قبل تطبيق البرنامج الغذائي

المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{8.5}{5}$$

$$\bar{x} = 1.7$$

الانحراف المعياري

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1.425}{5}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0.285}$$

$$\delta(X) = 0.53$$

2-بعد تطبيق البرنامج الغذائي

بتطبيق الخواص الجبرية للمتوسط الحسابي فإن:

$\bar{X}1= \bar{X}+0.5$

$\bar{X}1=1.7+0.5$

$\bar{X}1=2.2$

أما كلا من التباين والانحراف المعياري فيبقيان ثابتين عند إضافة أو طرح نفس العدد الثابت

تمارين مقترحة

التمرين الأول

عرف التشتت وحدد مقاييسه، وما هو المقياس الأكثر استعمالا ولماذا؟

التمرين الثاني

بهدف معرفة عدد الحافلات التي تمر في رحلاتها على مدينة سيدي بلعباس خلال 20 يوما الأولى من شهر أوت أظهرت بيانات المحطة البرية القيم التالية

6	2	10	12	4	6	10	4	8	2
2	8	12	4	12	2	4	6	10	4

المطلوب:

- أحسب ما يلي:

المدى، الانحراف الربيعي، الانحراف المتوسط بالنسبة للوسط الحسابي، الانحراف المعياري.

التمرين الثالث

في دراسة تهتم بدراسة الأجر السنوي بالملايين الدينارات لمجموعة N من الموظفين في القطاع الصناعي كانت النتائج التالية:

الأجر المتوسط	36-30	42-36	54-42	60-54	المجموع
عدد الموظفين	10	8	4	n_4	N

المطلوب:

- احسب المدى لهذا التوزيع.
- علما أن المتوسط الحسابي للأجر السنوي يساوي 39.5 احسب التكرار n_4 ثم حجم العينة N.
- ماهي نسبة الموظفين الذين لهم أجر أقل من 42.
- احسب التباين والانحراف المعياري ثم احسب معامل الاختلاف.

التمرين الرابع

مصنع ينتج نوعين من العجلات، النوع الأول متوسط المسافة التي يهتلك فيها هي: 10000 كلم بانحراف معياري يبلغ 2000 كلم، أما النوع الثاني فمتوسط المسافة التي يهتلك فيها: 11000 كلم بانحراف معياري قدره 1000 كلم

- هل يمكن القول أن النوع الأول أفضل من الثاني. بين ذلك.

المحور الخامس: مقايس الشكل

CARACTERISTIQUES DE FORME

المحاضرة الحادية عشر : الالتواء والتمايل

كل من مقاييس النزعة المركزية والتشتت تبين تموقع البيانات وحجم التوزيع. إلا اننا نحتاج أيضا إلى تكوين فكرة عن شكل التوزيع وهذا بقياس انحرافها واتجاهها وحجم وقيمة عدم التناظر فيما بينها حول متوسطاتها ومدى تفرطحها أو تدببها. فدراسة حالة اشكال تمثيل البيانات في السلاسل والتوزيعات التكرارية هي مرحلة من مراحل توصيف وتحليل الظواهر بمقاييس تسمى مقاييش الالتواء والتفرطح أو ما يسمى بمقاييس الشكل

التمايل رياضيا يعني عدم وجود تناسق في الشكل ويسمى الشكل متماثل إذا كانت هناك نقطة تمثيل يتم من خلالها رسم محور عمودي على المحور X يقسم الشكل إلى جزأين متطابقين، أي متطابق من جميع النواحي.

أما إحصائيا يطلق على التوزيع المتماثل إذا تساوى كل من الوسط والوسيط والمنوال. أما خلاف ذلك يصبح التوزيع غير متماثل وتأخذ البيانات الإحصائية لظاهرة ما الأشكال التالية:

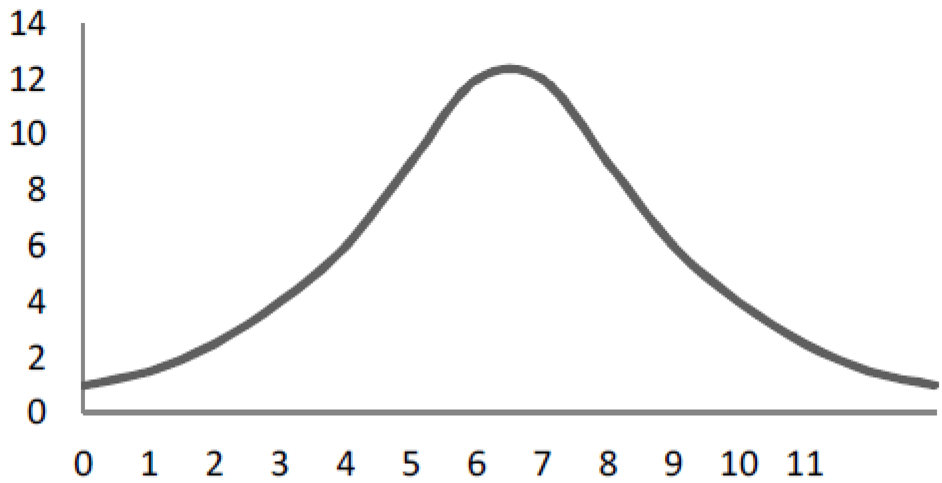
1-الالتواء والتمايل: وهي ثلاث حالات

الحالة الأولى:[1] التوزيع المتماثل حيث تتطابق فيه المقاييس الثلاثة الشائعة في مقاييس النزعة المركزية، أي الوسط والوسيط والمنوال وتكون في المركز وتعتبر هذه المساواة أهم خاصية للتوزيع المتماثل بحيث تكون:

المساحة على يمين $\bar{X}$ = المساحة على يسار $\bar{X}$، أي ان $\mathbf{M_O=Me=\bar{X}}$ وهي حالة التماثل Symmetric distribution

[1] ALTINAY, Galip, A Simple Class of Measures of Skewness, MPRA Paper No. 72353, Munich Personal RePEc Archive, Bandirma Onyedi Eylul University, Turkey posted 04 Jul 2016 11:17 UTC,p: 1.

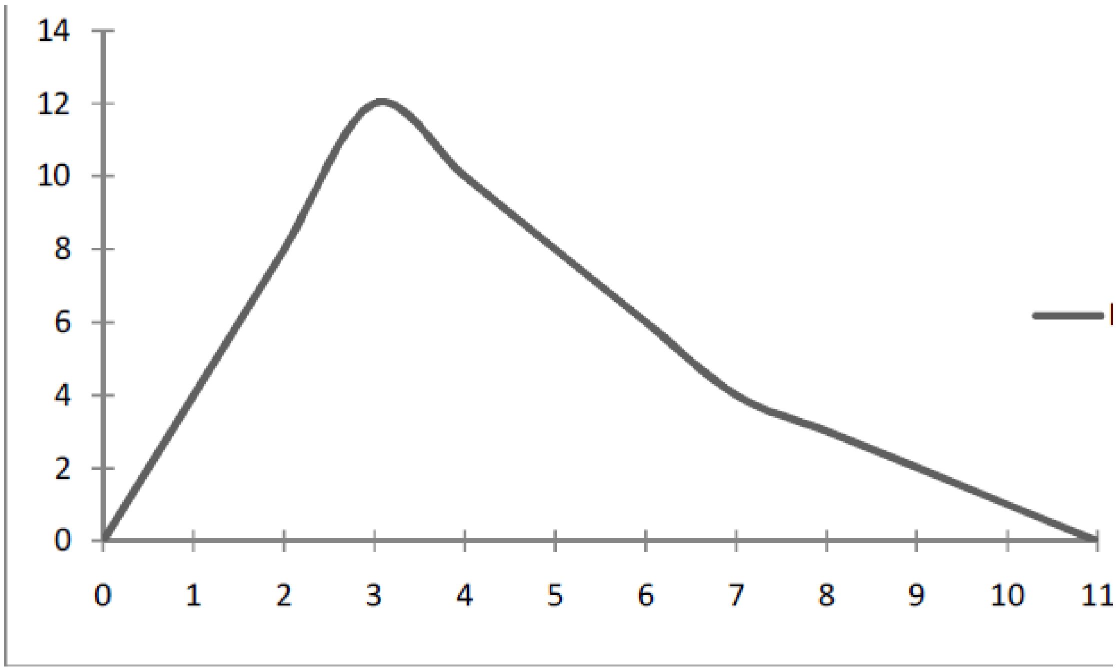
الشكل (17): التوزيع المتماثل



الحالة الثانية: المساحة على يمين $\bar{X}$ **أصغر** المساحة على يسار $\bar{X}$

أي ان $M_O<Me<\bar{X}$ وهي حالة الالتواء الى اليمين Skewness to the right .

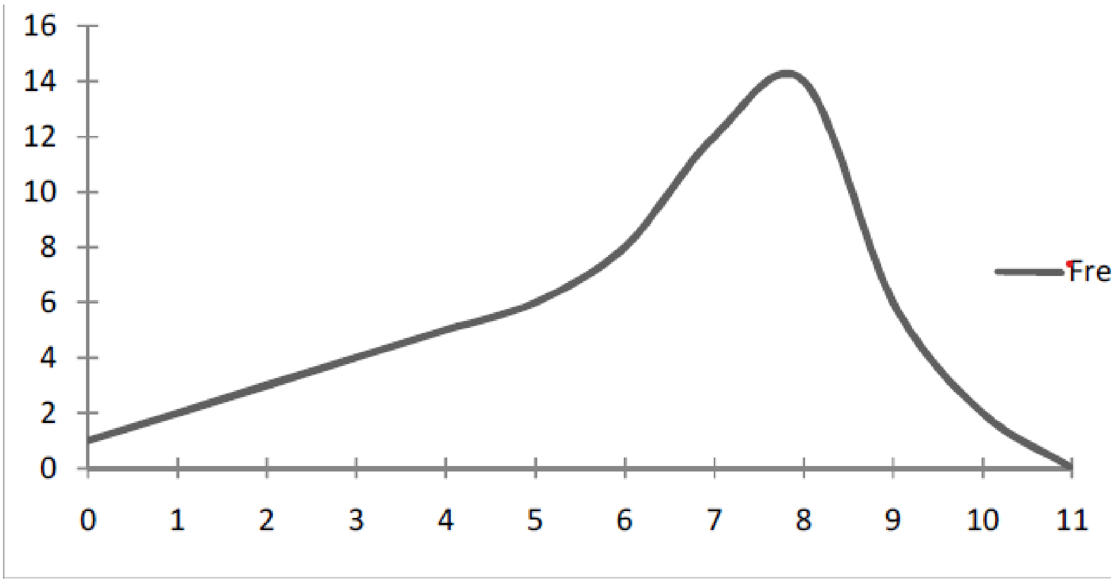
الشكل (18): التوزيع في حالة الالتواء إلى اليمين



الحالة الثالثة: المساحة على يمين $\bar{X}$ أكبر المساحة على يسار $\bar{X}$

أي ان $\bar{X}<Me<MO$ وهي حالة الالتواء إلى اليسار Skewness to the left

الشكل (19): التوزيع في حالة الالتواء إلى اليسار



تساعدنا مقاييس الالتواء في معرفة إلى أي درجة وفي أي اتجاه (يمين أو يسار) وعلى الرغم من أنه يمكن اكتشاف الالتواء وجهته بيانيا اعتمادا على حاسة النظر إلا أننا لا نحصل على مقداره ودرجة التوائه، وقد يكون من الصعب اكتشاف الحالات القريبة من التماثل التي لا يمكن معرفتها بيانيا. ومن ثم فهناك حاجة إلى بعض القياسات الإحصائية لإيجاد درجة نقص التناظر والتي يجب أن تتوفر فيها الشروط التالية:

يجب أن يمتلك المقياس الجيد للانحراف ثلاثة معايير :

1. يجب أن تكون قيمة المقياس أو المؤشر رقما حرا لكل توزيع على حدا بحيث يمكن مقارنة أشكال التوزيعات المختلفة، فيما يتعلق بالتماثل، حتى وإن كانت وحدة البيانات الأساسية مختلفة؛

2. إذا كان التوزيع متماثلا، يجب أن تكون قيمة المقياس مساوية للصفر وبالمثل، يجب أن يعطي المقياس قيما موجبة أو سالبة وفقا لأن التوزيع له انحراف موجب أو سلبي؛

3. عند الانتقال من الالتواء نحو اليسار الشديد إلى الالتواء نحو اليمين الشديد، يجب أن تختلف قيمة المقياس وفقا لذلك، كما يمكن أن تكون مقاييس الالتواء مطلقة ونسبية على حد سواء.

هناك العديد من المقاييس تم اقتراحها لقياس درجة واتجاه الالتواء من بينها:

1-1-مقياس بيرسون Pearson: وهما صيغتان احداهما بالاعتماد على المنوال والاخرى على الوسيط ويعطى كما يلي:

$$P=\frac{\bar{x}-Mo}{\delta x}$$

$$P_1=\frac{3(\bar{x}-Me)}{\delta x}$$

بما أن المقام لا يمكن أن يساوي الصفر رياضيا ولا يمكن أن يأخذ قيما سالبة إحصائيا لأنه يمثل الجذر التربيعي للتباين فيكون الاعتماد لمناقشة قيم مؤشر بيرسون على البسط فقط:

- $\bar{x}-Mo$ أو $3(\bar{x}-Me)$ مساويا للصفر بمعنى $p=0$ التوزيع متماثل؛
- $\bar{x}-Mo$ أو $3(\bar{x}-Me)$ أكبر من الصفر بمعنى $p>0$ التوزيع مائل لليمين؛
- $\bar{x}-Mo$ أو $3(\bar{x}-Me)$ أصغر من الصفر بمعنى $p<0$ التوزيع مائل لليسار؛

2-1-معامل يول: ويعطى بالصيغة التالية:

$$Y=\frac{Q3+Q1-Me}{Q3-Q1}$$

- $y=0$ التوزيع متماثل؛
- $y>0$ التوزيع مائل لليمين؛
- $y<0$ التوزيع مائل لليسار.

1-3-معامل فيشر للالتواء: ويعتمد هذا المعامل في الحساب على العزوم المركزية

متوسط القوى المختلفة لانحرافات البيانات بالنسبة لقيمة معينة فمثلا إذا كانت هذه القيمة هي الصفر فإن العزم يكون بالنسبة لنقطة الأصل أما إذا كانت هذه القيمة بالنسبة للمتوسط الحسابي فتسمى عزوم مركزية عندما تؤخذ الانحرافات عن قيم غير الوسط الحسابي، تسمى بالعزوم الأولية.

تعطى صيغة حساب العزوم المركزية من الدرجة α على الشكل التالي:

في حالة بيانات غير مبوبة

$$\mu_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^{\alpha}}{n}$$

في حالة بيانات مبوبة

$$\mu_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(\overline{x}i-x)^{\alpha}}{\sum ni}$$

وبالتالي فإن العزم المركزي من الدرجة الثانية $\alpha=2$ ما هو إلا مربع الانحراف المعياري

أما معامل فيشر للالتواء فهو نسبة العزم المركزي من الدرجة الثالثة إلى مكعب الانحراف المعياري:[1]

$$F = \frac{\mu 3}{\delta^{3}}$$

بحيث:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^{3}}{n}$$

[1] عبد الرزاق عزوز، الكامل في الإحصاء، الجزء الثاني، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2011، ص: 19.

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} ni(xi - x)^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

F=0 التوزيع متماثل

F>0 الالتواء الى اليمين

F<0 الالتواء الى اليسار

المحاضرة الثانية عشر: مثال تطبيقي عن الالتواء والتمايل

مثال: فيما يلي علامات 150 طالبا في الامتحان.

الجدول (24): توزيع علامات 150 طالبا في الامتحان

العلامات	10-0	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70
عدد الطلبة	10	40	20	0	10	40	16	14

حدد باستخدام مقاييس الالتواء شكل التوزيع من حيث التماثل والالتواء.

الحل:

الجدول (25): الجدول المساعد لحساب مقاييس الالتواء لتوزيع علامات 150 طالبا في الامتحان

X_i	n_i	Ci	niCi	$n_i\nearrow$	$ci-\bar{x}$	$(ci-\bar{x})^2$	$ni(ci-\bar{x})^2$
10-0	10	5	50	10	35.6-	1267.36	12673.6
20-10	35	15	525	45	25.6-	655.36	22937.6
30-20	20	25	500	65	15.6-	243.36	4867.2
40-30	0	35	0	65	5.6-	31.36	0
50-40	10	45	450	75	4.4	19.36	193.6
60-50	45	55	2475	120	14.4	207.36	9331.2
70-60	16	65	1040	136	24.4	595.36	9525.76
80-70	14	75	1050	150	34.4	1183.36	16567.04
$\sum$	150		6090			4202.88	76096

1-حساب المتوسط الحسابي:

$\bar{X} = 6090/150$

$\bar{X} = 40.6$

2-الوسيط

$$M_e = L_{minMe} + \frac{\frac{n}{2} - ni\ Me-1}{ni\ Me}\ \Delta X_{Me}$$

$\frac{n}{2} = \frac{150}{2} = 75$

الفئة الوسيطية هي 40−50

$$M_e = 40 + \frac{75-65}{10} \times 10$$

$M_e = 50$

3-المنوال

$$M_O = L_{minMO} + \frac{d1}{d1+d2}\ \Delta X_{MO}$$

الفئة المنوالية هي 50−60

$$M_O = 50 + \frac{35}{35+29} \times 10$$

$M = 55.46$

4-الانحراف المعياري

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} ni(xi - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} ni}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{76096}{150}}$$

$$\delta(X) = \sqrt{507.30} = 22.52$$

5-العزم المركزي من الدرجة الثالثة

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^3}{n} = \frac{-4237375.2}{150} = -28249.168$$

الجدول (26): الجدول المساعد لحساب العزم من الدرجة الثالثة لتوزيع علامات 150 طالبا في الامتحان

X_I	n_i	Ci	niCi	$n_i \nearrow$	$ci-\overline{x}$	$(ci-\overline{x})^3$	$ni(ci-\overline{x})^3$
10-0	10	5	50	10	35.6-	-451180.016	-4511800.16
20-10	35	15	525	45	25.6-	-16777.216	-587202.56
30-20	20	25	500	65	15.6-	-3796.416	-75928.32
40-30	0	35	0	65	5.6-	175.616	0
50-40	10	45	450	75	4.4	85.184	851.84
60-50	45	55	2475	120	14.4	2985.984	134369.28
70-60	16	65	1040	136	24.4	14526.784	232428.544
80-70	14	75	1050	150	34.4	40707.584	569906.176
Σ	150		6090			4202.88	-4237375.2

دراسة شكل التوزيع التكراري من حيث الالتواء:

- حسب مقاييس النزعة المركزية

$\overline{X}=40.6$

$M_e=50$

$M_o=55.46$

اذن: $M_O>M_e>\overline{x}$ فشكل التوزيع مائل الى اليسار

- حسب معامل بيرسون

$$P=\frac{\bar{x}-Mo}{\delta x}=\frac{40.6-55.46}{22.52}=-0.65$$

$$P_1=\frac{3(\bar{x}-Me)}{\delta x}=\frac{3(40.6-50)}{22.52}=-1.25$$

بما أن كل من p و p_1 أقل من الصفر فإن شكل التوزيع مائل نحو اليسار

- حسب معامل فيشر

$$F=\frac{\mu 3}{\delta^3}=\frac{-28249.168}{11421.02}=-2.47$$

بما أن F<0 فإن شكل التوزيع مائل الى اليسار.

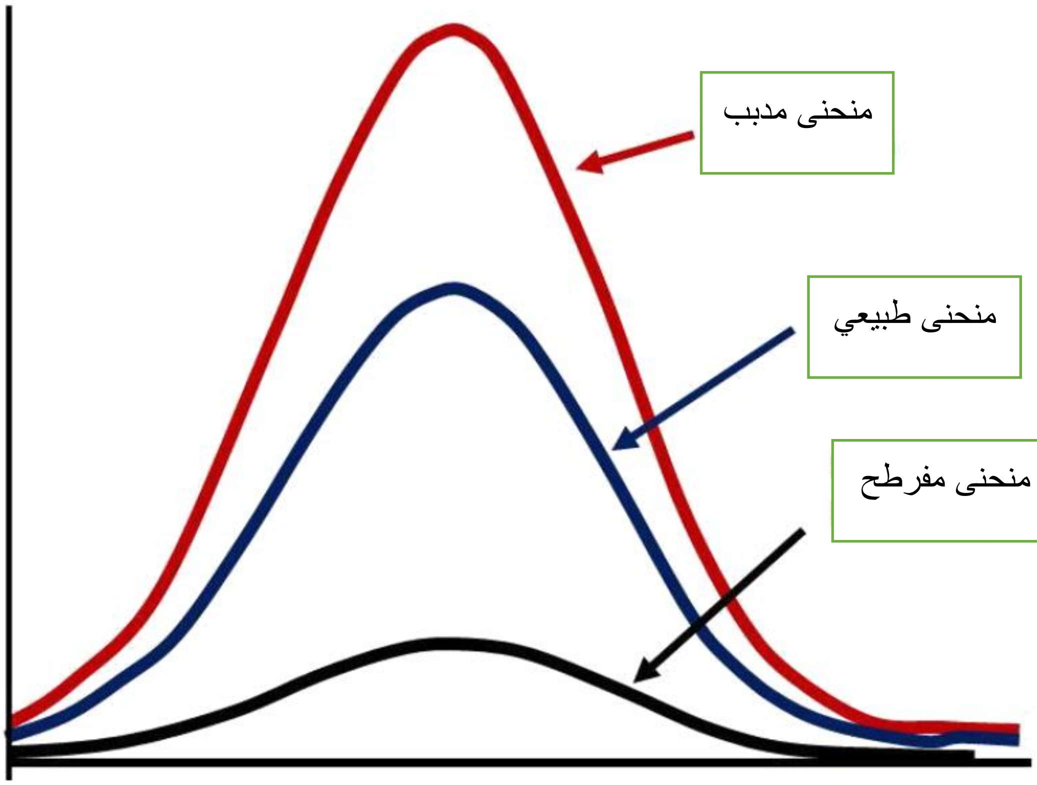
ملاحظات:

- إذا كانت قيم المتوسط والوسيط والمنوال متساوية في أي توزيع، فإن الشكل متماثل، وكلما زاد الاختلاف في هذه القيم، زاد الالتواء؛
- إذا كان مجموع الانحرافات متساويا على جانبي المنوال، فلا يوجد التواء؛
- 3. إذا كانت المسافة بين الربيع الأول والربيع الثالث متساوية من المتوسط، فالشكل متماثل وبالمثل، إذا كانت الفئات العشرية (الأول والتاسع) والنسب المئوية (الأولى والتسعة والتسعين) على مسافة متساوية من الوسيط؛
- 4. إذا تساوت مجموع الانحرافات الموجبة والسالبة التي تم الحصول عليها من المتوسط أو الوسيط أو المنوال، فلا يوجد التواء.

المحاضرة الثالثة عشر : التفرطح والتدبب

2-بالتفرطح والتدبب(التطاول): هناك مؤشرات إحصائية تخبرنا ما إذا كان التوزيع أطول أو أقصر من التوزيع الطبيعي أو مشابها للتوزيع الطبيعي فإذا تحققنا ان المنحنى التكراري متماثل يمكن أن نشاهد ثلاث حالات لهذا المنحنى.

الشكل (20): حالات المنحنى التكراري للتوزيع الطبيعي



حالة التدبب: تعني تمركز البيانات حول $\bar{X}$

حالة التفرطح: تعني تشتت كبير للبيانات حول $\bar{X}$

حالة المنحنى الطبيعي: تعني لا تشتت كبير ولا تمركز كبير حول $\bar{X}$ وانما توزيع طبيعي (وسط بينهما).

هناك عدة مقاييس تتفاوت من ناحية الدقة والصعوبة في الحسابات(التطبيق) لمعرفة حالة التمثيل من حيث تدبب أو تفرطح وتماثل التوزيع التكراري ومنها:

2-1-مقياس كارل بيرسون أو فيشر: ويمثل النسبة بين العزم من الدرجة الرابعة ومربع التباين وهو معرف بالصيغة التالية:

كارل بيرسون $k = \frac{\mu 4}{\delta^4}$

فيشر $F = \frac{\mu 4}{\delta^4} - 3$

العزم من حالة بيانات غير مبوبة $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \overline{x})^4}{n}$

العزم في حالة بيانات مبوبة $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi - \overline{x})^4}{\sum ni}$

من خلال قيمة المعامل يمكن مناقشة شكل المنحنى من حيث تماثله أو تفرطحه أو تدببه كما يلي:

k=3 أو F=0 التوزيع متماثل أي طبيعي

k<3 أو F<0 التوزيع مدبب

k>3 F>0 التوزيع مفرطح

2-2-معامل كيلي: ويمثل النسبة بين الانحراف الربيعي المتوسط والفرق بين المئوي 90 والمئوي 10 ويحسب بالعلاقة التالية:

$$K = \frac{Q3 - Q1}{2(P90 - P10)}$$

أو من خلال العلاقة:

$$K = \frac{EQ}{P90 - P10}$$

بحيث:

EQ: هو المدى الربيعي المتوسط $\frac{Q3-Q1}{2}$

P90: المئوي 90 أو العشير العاشر

P10: المئوي 10

وتتم مناقشة قيمته لمعرفة وضعية التمثيل من حيث التدبب أو النفرطح بمقارنتها مع القينة 0.263 بحيث:

K=0.263 التوزيع طبيعي

K>0.263 التوزيع مدبب

K<0.263 التوزيع مفرطح

مثال: ادرس شكل منحنى التوزيع في البيانات التالية من حيث الالتواء والتفرطح:

33 45 20 17 10 32 25 28 40 38 15

الحل:

مقاييس النزعة المركزية

1- المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{303}{11}$$

$$\overline{X}=27.54$$

2- المنوال: لا يوجد

3- الوسيط:

ترتيب البيانات الإحصائية

45 40 38 33 32 28 25 20 17 15 10

الوسيط هو الحد الذي رتبته $\frac{n+1}{2}$ أي $\frac{11+1}{2}$ وهو الحد السادس

اذن $Me=28$

4- الربيع الأول:

الربيع الأول هو الحد الذي رتبته $\frac{n+1}{4}$ أي $\frac{11+1}{4}$ وهو الحد الثالث

اذن $Q_1=17$

5-الربيع الثالث:

الربيع الثالث هو الحد الذي رتبته $\frac{3(N+1)}{4}$ أي $\frac{3(11+1)}{4}$ وهو الحد التاسع

اذن $Q_3=38$

مقايس التشتت

1-المدى الربيعي المتوسط:

$$Eq=\frac{Q3-Q1}{2}$$

$$Eq=\frac{38-17}{2}$$

$$Eq= 10.5$$

2- التباين والانحراف المعياري:

$$\delta(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^2}{n}}$$

$$\delta(X)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^2}{n}}=\sqrt{56.89829091}$$

$$\delta(X)=7.54$$

مقاييس الشكل

الالتواء :

$$P_1=\frac{3(\overline{x}-Me)}{\delta x}=\frac{3(27.54-28)}{7.54}=-0.18$$

بما أن كل من p_1 أقل من الصفر فإن شكل التوزيع مائل نحو اليسار

- حسب معامل فيشر :

$$F = \frac{\mu 3}{\delta^3} = \frac{-30.08}{428.66} = -0.070$$

بما أن كل من F أقل من الصفر فإن شكل التوزيع مائل نحو اليسار

التفرطح:

$$\mathbf{F} = \frac{\mu 4}{\delta^4} - 3$$

$$\mathbf{F} = \frac{24116.86831}{3232.10} - 3$$

F=4.46

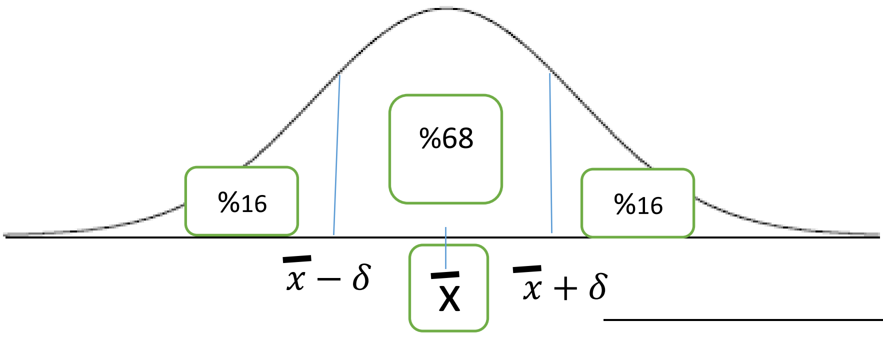
بما أن F>0 فان منحنى هذا التوزيع مفرطح

علاقة المتوسط والانحراف المعياري باعتبار التوزيع طبيعي[1]

يخبرنا الانحراف المعياري عن مدى تباعد الأرقام في السلسلة عن متوسطها فإذا ثبت أن البيانات تتوزع توزيعا طبيعيا فقد اثبتت الدراسات في قضية الالتواء والتفرطح أن البيانات موزعة بنظام وقيم معينة حول المتوسط الحسابي وبدلالة الانحراف المعياري بحيث:

-1

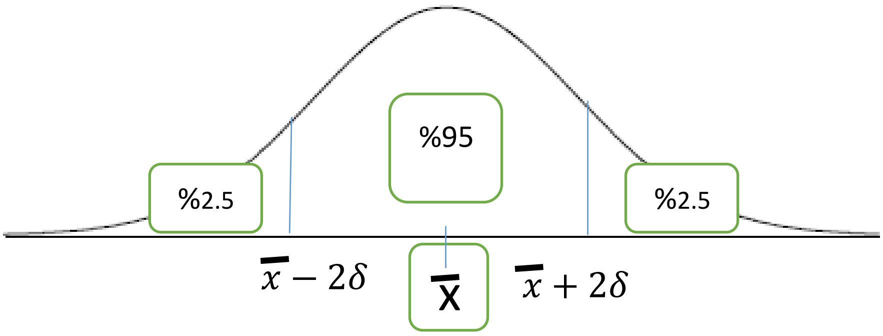
الشكل (21): نظام نسب توزيع البيانات حول المتوسط الحسابي وبدلالة الانحراف المعياري (الحالة الأولى)



[1]Mark Mitchell, Basic Statistics for SGPE Students, Part III: Descriptive Statistics, University of Edinburgh, September 2017, P: 7.

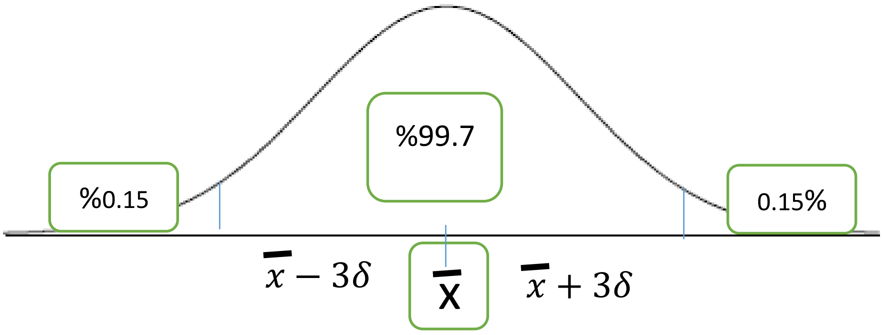
-2

الشكل (22): نظام نسب توزيع البيانات حول المتوسط الحسابي وبدلالة الانحراف المعياري (الحالة الثانية)



3-وقد يتوزع بالشكل التالي[1]

الشكل (23): نظام نسب توزيع البيانات حول المتوسط الحسابي وبدلالة الانحراف المعياري (الحالة الثالثة)



[1]Creative Commons, Beginning Statistics, P: 92.

تمارين المحور الخامس

التمرين الأول: ابحث عن العزم من الدرجة الأولى والثانية والثالثة ثم أدرس شكل هذه التوزيعات من حيث الالتواء والتفرطح:

1- 11-11-10-8-13-15-9-10-14-12-11-8

2- 52-55-45-50-55-42-48-57-55-52-53-45-50-48-50

3-

x_i	10	11	12	15	18	20
n_i	3	2	4	3	5	1

التمرين الثاني: السلسلة الإحصائية المرتبة التالية تمثل الوزن بالكلغ لمجموعة من الأشخاص في حي من أحياء مدينة سيدي بلعباس.

50-55-61-62-64-65-66-67-68-69-70-72-73-74-75-76-76-
77-78-79-80-81-81-82-83-83-84-85-85-85-86-87-87-88-
90-92-92-93-93-95-95-96-97-98-100-102-102-104-104-
105-107-109-111-118.

1-ما هو المجتمع المدروس؟ وماهي طبيعة المتغير الاحصائي؟

2-ضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري.

3-احسب مقاييس النزعة المركزية، ماذا تستنتج؟

4-ادرس شكل منحى توزيع الأوزان من حيث الالتواء والتفرطح.

التمرين الثالث

لتقييم مدى نجاح أحد المزارع في تربية الأغنام الموجهة لاستهلاك اللحوم، تم اجراء دراسة على وزن الخرفان التي بلغت ستة(6) أشهر وذلك على عينة من N خروف، فكانت النتائج التالية:

الوزن (كغ) x_i	[15-20[	[20-25[	[25-30[	[30-35[	[35-40[	المجموع
عدد الخرفان	10	18	30	n_4	07	N

تم حساب ما يلي: $\sum ni(xi-x)^2 = 2499.688$ ، $m_4=2347.4$ ، $\sum ni(xi-x)^3 =$ 838.71

1-احسب المدى العام لهذا التوزيع الاحصائي.

2-علما ان متوسط الاجر السنوي للموظفين هو 26.9375 احسب قيمة n_4 ومجموع التكرارات N.

3-أدرس قضية الالتواء والتفرطح.

4-بفرض أن توزيع الأوزان طبيعي بمتوسط 27 كغ وانحراف معياري قدره 5.5 كغ احسب ما يلي:

أ- نسبة الخرفان التي يقل وزنها عن 10.5 كغ.

ب- نسبة الخرفان التي يزيد وزنها عن 16 كغ.

ت- نسبة الخرفان التي يتراوح وزنها بين 21.5 كغ و32.5 كغ.

نسبة الخرفان التي يتراوح وزنها بين 16 كغ و32.5 كغ.

حلول تمارين المحور الخامس

حل التمرين الأول

-1

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{11 + 11 + 10 + 8 + \cdots \ldots \ldots . +8}{12}$$

$$\bar{x} = 11$$

حساب العزوم من الدرجة الأولى والثانية والثالثة

في حالة بيانات غير مبوبة

$$\mu_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^\alpha}{n}$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^1}{n} = 0$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^2}{n}$$

$$\mu_2 = \frac{54}{12} = 4.5 = v(x)$$

$$\delta x = \sqrt{v(x)} = 2.12$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^3}{n}$$

$\mu_3 = \frac{36}{12} = 12$

دراسة شكل المنحنى من حيث الالتواء

حسب معامل فيشر

$F = \frac{\mu 3}{\delta^3} = \frac{12}{9.52} = 1.26$

بما أن F>0 فإن شكل التوزيع مائل الى اليمين.

دراسة شكل المنحنى من حيث التفرطح

$F = \frac{\mu 4}{\delta^4} - 3$

حساب العزم من الدرجة الرابعة

$F = \frac{534}{20.2} - 3$

F=23.43

بما أن F>0 فان منحنى هذا التوزيع مفرطح

-2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{52 + 55 + 45 \dots\dots\dots. + 50}{15}$$

$$\bar{x} = 50.46$$

حساب العزوم من الدرجة الأولى والثانية والثالثة

X_i	$X_i-\bar{x}$	$(Xi-\bar{x})^2$	$(Xi-\bar{x})^3$	$ni(Xi-\bar{x})^4$
52	1.54	2.3716	3.652	5.6244
55	4.54	20.6116	93.57	424.838
45	5.46-	29.8116	162.771-	888.731
50	0.46-	0.2116	0.0973-	0.0447
55	4.54	20.6116	93.57	424.838
42	8.46-	71.5716	605.495-	5122.493
48	2.46-	6.0516	14.8869-	36.628
57	6.54	42.7716	279.7262	1829.41
55	4.54	20.6116	93.57	424.838
52	1.54	2.3716	3.652	5.6244
53	2.54	6.4516	16.387	41.6231
45	5.46-	29.8116	162.771-	888.731
50	0.46-	0.2116	0.0973-	0.0447
48	2.46-	6.0516	14.8869-	36.6218
50	0.46-	0.2116	0.0973	0.0447
$\sum$	0	259.734	-376.781	10130.13

في حالة بيانات غير مبوبة

$$\mu_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})^\alpha}{n}$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})^1}{n} = 0$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})^2}{n}$$

$$\mu_2 = \frac{259.734}{15} = 17.31 = v(x)$$

$$\delta x = \sqrt{v(x)} = \mathbf{4.16}.$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})^3}{n}$$

-376.781

$$\mu_3 = \frac{-376.781}{15} = -25.118$$

دراسة شكل المنحنى من حيث الالتواء

حسب معامل فيشر

$$F = \frac{\mu 3}{\delta^3} = \frac{-25.118}{72} = -0.34$$

بما أن F<0 فإن شكل التوزيع مائل الى اليسار.

دراسة شكل المنحنى من حيث التفرطح

$$\mathbf{F} = \frac{\mu\mathbf{4}}{\boldsymbol{\delta}^{\mathbf{4}}} - \mathbf{3}$$

حساب العزم من الدرجة الرابعة

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{10130.13}}{\mathbf{299.48}} - \mathbf{3}$$

F=30.82

بما أن F>0 فان منحنى هذا التوزيع مفرطح

3-

X_i	n_i	niXi	$Xi-\bar{x}$	$ni(Xi-\bar{x})^1$	$(Xi-\bar{x})^2$	$ni(Xi-\bar{x})^2$	$ni(Xi-\bar{x})^3$
10	3	30	4.16-	12.48-	17.305	47.756	215.966-
11	2	22	3.16-	6.32-	9.985	19.971	63.105-
12	4	48	2.16-	8.64-	4.665	18.662	40.30-
15	3	45	0.84	2.52	0.705	2.956	1.7766
18	5	90	3.84	19.2	14.74	77.568	283
20	1	20	5.84	5.84	34.105	34.105	199.173
$\sum$	18	255		0		201.018	164.578

حساب العزوم

في حالة بيانات مبوبة

$$\mu_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(\bar{x}i - x)^\alpha}{\sum ni}$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi - x)^1}{\sum ni}$$

$$\mu_\alpha = 0$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi - x)^2}{\sum ni}$$

$$\mu_2 = \frac{201.018}{18} = 11.16$$

$$\delta x = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\mathbf{11.16}} = \mathbf{3.34}$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi - x)^3}{\sum ni}$$

$$\mu_3 = \frac{164.578}{18} = 9.143$$

دراسة شكل المنحنى من حيث الالتواء

حسب معامل فيشر

$$F = \frac{\mu 3}{\delta^3} = \frac{9.143}{37.259} = 0.245$$

بما أن $F>0$ فإن شكل التوزيع مائل الى اليمين.

دراسة شكل المنحنى من حيث التفرطح

حساب العزم من الدرجة الرابعة

X_I	n_i	niXi	$Xi-\overline{x}$	$(Xi-x)^4$	$\mathrm{ni}(Xi-x)^4$
10	3	30	4.16-	299.4837914	898.4513741
11	2	22	3.16-	99.71220736	199.4244147
12	4	48	2.16-	21.76782336	87.07129344
15	3	45	0.84	0.49787136	1.49361408
18	5	90	3.84	217.4327194	1087.163597
20	1	20	5.84	1163.191951	1163.191951
$\sum$	18	255			3436.796244

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(xi-x)^4}{\sum ni}$$

$$\mu_4 = \frac{3436.8}{18}$$

$$\mu_4 = 190.93$$

$$F = \frac{\mu 4}{\delta^4} - 3$$

$$F = \frac{190.93}{124.447} - 3$$

F=-1.46

بما أن F<0 فإن منحنى هذا التوزيع مدبب

حل التمرين الثاني

1-المجتمع المدروس هو كل سكان الحي وأما طبيعة المتغير الاحصائي فهو متغير كمي متصل (مستمر).

2-لوضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري وبما أن المتغير الاحصائي متصل فيمكن تبويب هذه البيانات على شكل فئات.

تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة Sturgers

$$K = 1 + 3.322 \log(n)$$

$$K = 1 + 3.322 \log 54$$

$$K = 6.77 = 07$$

تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة Yule

$$K = 2.5\sqrt[4]{n}$$

$$K = 2.5\sqrt[4]{54}$$

$$K = 6.77 = 07$$

حساب طول الفئة:

$$\mathrm{L} = \frac{R}{K}$$

$$\mathrm{L} = \frac{118 - 50}{7}$$

$$L = 9.71 = 10$$

xi	ni	ci	cini	ni
[50-60[	2	55	110	2
[60-70[	8	65	520	10
[70-80[	10	75	750	20
[80-90[	14	85	1190	34
[90-100 [	10	95	950	44
[100-110[	8	105	840	52
[110-120[	2	115	230	54
Σ	54		4590	

3-الشرح: n_3 هناك 10 اشخاص من بين 54 شخصا تتراوح أوزانهم بين 70 الى 80 كغ.

n_3: هناك 20 شخص من بين 54 شخصا أوزانهم أقل من 80 كغ

4- مقاييس النزعة المركزية

المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma niCi}{\Sigma ni}$$

$$\overline{X} = \frac{4590}{45} = 85$$

المنوال:

$$M_O = L_{minMO} + \frac{d1}{d1+d2} \quad \Delta X_{MO}$$

الفئة المنوالية هي [80-90]

$$M_O = 80 + \frac{4}{4+4} \times 10 = 85$$

الوسيط:

رتبة الوسيط في هذه الحالة

$$\frac{\boldsymbol{n}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{54}}{\mathbf{2}} = \mathbf{27}$$

الفئة الوسيطية هي [80-90[

$$M_e = L_{minMe} + \frac{\frac{n}{2} - ni}{niMe} \Delta X_{Me}$$

$$M_e = 80 + \frac{27-20}{14} \times 10 = 85$$

بما أن $\bar{X} = Me = Mo$ نستنتج أن شكل منحنى التوزيع التكراري متماثل.

حل التمرين الثالث

5-حساب المدى العام لهذا التوزيع الاحصائي.

$$i = X_{max} - X_{min}$$

$$i = 40 - 15$$

$$i = 25$$

6-علما ان متوسط وزن الخرفان هو 26.9375 حساب قيمة n_4 ومجموع التكرارات N.

xi	ni	ci	nici
[15-20[	10	17.5	175
[20-25[	18	22.5	405
[25-30[	30	27.5	825
[30-35[	n_4	32.5	$32.5 \times n_4$
[35-40[	07	37.5	262.5
$\sum$	**N**	-	$\sum$**nici**

$$26.9375 = \frac{\Sigma niCi}{N} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

$=175+405+\ldots\ldots+(32.5\times n_4)+262.5 \Sigma niCi$

$=1667.5 + (32.5\times n_4)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2 \Sigma niCi$

$n_4 = N-(10+18+30+7)$

$N=65+n_4$……………………………3

بتعويض 2 و3 في 1 نجد:

$$26.9375 = \frac{1667.5 + (32.5 \times n4)}{65 + n4}$$

$83.4375=5.5625n_4$

$n_4=15$

$N=80$

7-دراسة قضية الالتواء والتفرطح.

شكل منحنى التوزيع من حيث الالتواء

$$F = \frac{m3}{\delta(X)^3} = \frac{10.48}{174.63} = \mathbf{0.06}$$

$$m3 = \frac{838.71}{80} = 10.48$$

$$v(x) = \frac{2499.688}{80} = 31.24$$

$$\delta(X) = 5.58$$

بما أن F أكبر من 0 فان التوزيع ملتوي نحو اليمين بدرجة طفيفة جدا أي يميل الى التناظر(التماثل)

شكل منحنى التوزيع من حيث التفرطح

$$A = \frac{m4}{\delta(X)^4} = \frac{2347.4}{976.44} = 2.40$$

بما أن A أقل من 3 فان التوزيع مفرطح بدرجة طفيفة جدا أقرب الى 3 أي يميل الى التوزيع الطبيعي.

8-بفرض أن توزيع الأوزان طبيعي بمتوسط 27 كغ وانحراف معياري قدره 5.5 كغ فإن:

أ- نسبة الخرفان التي يقل وزنها عن 10.5 كغ.

$$10.5=27-16.5=27-3\ (5.5)=\ \bar{X}-3\delta_{(X)}$$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين ان نسبة الخرفان التي يقل وزنها عن 10.5 كغ هي 0.5%

ب- نسبة الخرفان التي يزيد وزنها عن 16 كغ.

$$16=27-11=27-2\ (5.5)=\ \bar{X}-2\delta_{(X)}$$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين ان نسبة الخرفان التي يزيد وزنها عن 16 كغ هي 97.5%

ت- نسبة الخرفان التي يتراوح وزنها بين 21.5 كغ و32.5 كغ.

$$21.5=27-5.5=\ \bar{X}-\delta_{(X)}$$

$$32.5=27+5.5=\ \bar{X}-\delta_{(X)}$$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين ان نسبة الخرفان التي يتراوح وزنها بين 21.5 كغ و32.5 كغ هي 68%

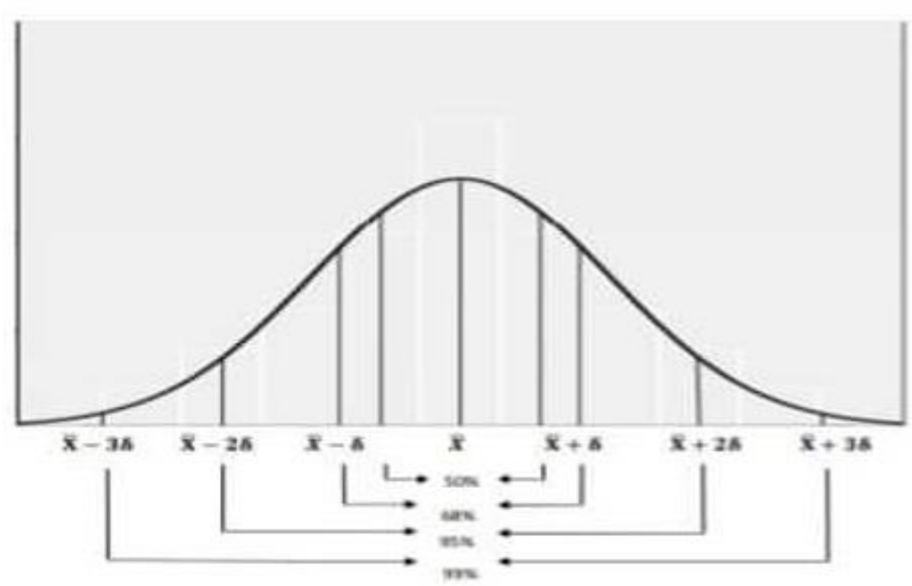
ث- نسبة الخرفان التي يتراوح وزنها بين 16 كغ و32.5 كغ.

$$16=27-11=27-2\ (5.5)=\ \bar{X}-2\delta_{(X)}$$

$$32.5=27+5.5=\ \bar{X}-\delta_{(X)}$$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين ان نسبة الخرفان التي يتراوح وزنها بين 16 كغ و32.5 كغ

97.5-16=81.5 هي 81.5%.



تمارين مقترحة

التمرين الأول

لتكن البيانات التالية المساحة المحروثة بالهكتار خلال 8 سنوات متتالية

68 90 101 90 84 62 95 76

المطلوب:

- حدد شكل التوزيع من ناحية الإلتواء بمقارنة قيم مقاييس النزعة المركزية.
- باستخدام معامل بيرسون.
- ادرس شكله من حيث التفرطح.

التمرين الثاني

إليك العمال حسب فئات الأجر في مؤسستين مختلفتين:

فئات الأجر	40−35	45−40	50−45	55−50	60−55	65−60	70−65
المؤسسة1	3	3	14	21	21	14	4
المؤسسة 2	22	15	15	13	10	3	2

المطلوب:

- أحسب مقاييس النزعة المركزية الثلاثة للأجور في المؤسستين.
- حدد شكل التواء منحنى توزيع الأجور بـ:
  - ✓ بمقارنة مقاييس النزعة المركزية.
  - ✓ باستخدام مقاييس الالتواء .
- ماهي المؤسسة التي أجور عمالها أكثر تشتتا؟
- ادرس شكل المنحتى من حيث التقرطح والتطاول

التمرين الثالث

في دراسة استبيانية لمعرفة مدى رضا عملاء البريد على الخدمات المقدمة لعينة من 100 عميل حسب أعمارهم باعتماد الأسلوب التالي:

الفئات	16-20	20-24	24-28	28-32	32-36
عدد المبحوثين	10	15	40	20	15

المطلوب:

- حدد شكل المنحنى بمقارنة مقاييس النزعة المركزية.
- احسب الانحراف المعياري لهذا التوزيع.
- ادرس شكل المنحنى من حيث:
  - ✓ الالتواء والتمايل.
  - ✓ التفرطح والتدبب.

المراجع

بالغة العربية

1- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، مقدمة في الإحصاء الوصفي، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2005.

2- أحمد عبد السميع طيبة، مبادئ الإحصاء، دار البداية ناشرون وموزعون، الطبعة الأولى، عمان، الأردن، 2008.

3- بلحس بلمير، إحصاء ونظرية عامة، دار هومة، بوزريعة، الجزائر، 2016.

4- جلاطو جيلالي، الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2007.

5- جيلالي جلاطو، الإحصاء الوصفي تطبيقاته العملية، دار المناهج، الطبعة الأولى، عمان، الأردن، 2003.

6- سالم عيسى بدر وعماد غصاب عبابنة، مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي، دار الميسرة للنشر والتوزيع، الطبعة الثانية، عمان، الأردن، 2010.

7- سعد بن فرحات وعبد الحميد قطوش، مطبوعة الإحصاء1 مدعمة بتمارين وامتحانات محلولة، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسير، جامعة فرحات عباس، سطيف، الجزائر، 2013-2014.

8- شرف الدين خليل، الإحصاء الوصفي، شركة الأبحاث والدراسات الاقتصادية، على الموقع www.rr4ee.net تاريخ الاطلاع: 2021/10/01.

9- عبد الرزاق عزوز، الكامل في الإحصاء، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2010.

10- عبد الرزاق عزوز، الكامل في الإحصاء، الجزء الثاني، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2011.

11- محمد حسنين محمد رشيد، الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي، دار صفاء للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، عمان، الأردن، 2008.

12- محمد راتول، الإحصاء الوصفي، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، بن عكنون، الجزائر، 2006.

13- محمد صبحي أبو صالح، عدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام SPSS ، دار الميسرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2014.

14- مصطفى زايد، علم الإحصاء، مطابع الدار الهندسية، الطبعة الثانية، القاهرة، مصر، 2008.

15- وليد السيد خليفة وآخرون، الإتجاهات الحديثة في الإحصاء الوصفي، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الطبعة الأولى، الإسكندرية، مصر، 2008، ص: 19.

باللغة الأجنبية

16- Jackie Nicholas, Introduction to Descriptive Statistics, Mathematics Learning Centre University of Sydney, NSW 2006, January 1999.

17- ALTINAY, Galip, A Simple Class of Measures of Skewness, MPRA Paper No. 72353, Munich Personal RePEc Archive, Bandirma

18- Onyedi Eylul University, Turkey posted 04 Jul 2016 11:17 UTC.

19- Mark Mitchell, Basic Statistics for SGPE Students, Part III: Descriptive Statistics, University of Edinburgh, September 2017.

20- Creative Commons, Beginning Statistics.