الجمهوريـــــــة الجزائريـــــــة الديمقراطيـــــــة الشعبيـــــــة
وزارة التعلـــيم العالي والبحــث العلــمي
جامعـــــة الجــيلالي الـــيابس – سيـــدي بلعباس –
كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس

"علوم اقتصادية"

بعنوان:

رياضيات مالية

من اعداد الأستاذة:
د. كروشة فاطمة الزهراء
أستاذة محاضرة –أ-

السنة الجامعية 2021 –2022

فهرس المحتويات

المحاضرة رقم 01

الفائدة البسيطة

1- تعريف الفائدة:

هي العائد على استعمال رأس مال الغير، وعندما تحسب الفائدة لا تقيم على اعتبار لكيفية استثمار المدين للمبلغ الذي اقترضه فهو ملزم بدفع الفائدة المتفق عليها سواء أحسن استثمار القرض أو أبقاه معطلا أو أساء التصرف فيه [1].

يقال أن عناصر الإنتاج تتكون من أربعة عناصر وهي الأرض وعائدها وهو الريع وهو الناتج عند استعمال الأرض، والعمل وعائده الأجرة وهي المبلغ التي يتقاضاها العامل نتيجة عمله، والتنظيم وعائده وهو الربح وهو المبلغ الباقي من الايراد بعد دفع جميع الالتزامات على أي انتاج كان، والعنصر الرابع وهو رأس المال وعائده وهو الفائدة أو المبلغ المدفوع نتيجة استعمال هذا المال، وطبعا جزء من رأس المال المستخدم هو القروض، لذلك الفائدة هي عبارة عن العائد من استعمال رأس المال [2].

وهي الثمن الذي يدفعه المقترض (الشخص الذي اقترض المال) للحصول على مبلغ معين من المال لفترة زمنية معينة متفق عليها، أو هي المبلغ الذي يحصل عليه المقرض (الشخص الذي أقرض المال) لقاء إقراض المال، وهي أيضا المبلغ الذي يتحصل عليه الشخص نظير إيداع أو توظيف مبلغ من المال في البنك أو في المؤسسات المالية.

الفائدة لدى [3]:

المقترض للأموال: هي المبلغ الذي يقدمه لصاحب المال مقابل استعماله لهذه الأموال خلال مدة معينة وتحت شروط محددة مسبقا بين الطرفين.

المقرض: هي أجرة المبلغ المالي الذي يتركه تحت تصرف المقترض لفترة زمنية.

من الناحية الاقتصادية هي أحد عناصر الدخل للنشاط الاقتصادي العام، فهي مقابل استعمال عامل الإنتاج المالي.

وتعرف كذلك بأنها الدخل الناتج من توظيف مال معين، أو هي المبلغ الذي يدفعه المقترض إلى المقرض نظير انتفاع الأول بخدمات المال المقترض من الثاني. ويتوقف حساب الفائدة على ثلاث عناصر وهي:

- مبلغ المال الموظف أو المقترض.
- مدة التوظيف أو الاقتراض.
- معدل الفائدة.

---

[1] شقيري موسى ووليد صافي، محمود نور، (2009)، **"الرياضيات المالية"**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الطبعة الأولى، ص 83.

[2] غازي المومني، (2016)،**"الرياضيات المالية المعاصرة"**، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ص 103.

[3] علي محمد عكاشة، (2009)، **"الرياضيات المالية"**، دار الرضا للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، ص 6.

تتناسب الفائدة تناسبا طرديا مع هذه العناصر، وقد جرت العادة على قياس المدة بوحدات زمنية تقدر كل منها سنة، وتعرف النسبة بين قيمة الفائدة المستحقة في كل سنة ومبلغ المال بمعدل الفائدة، ويحسب معدل الفائدة باعتبار أن وحدات مبالغ المال 100 دينار ولذلك يطلق عليه معدل الفائدة المئوي السنوي.

2- أنواع الفائدة:

الفوائد نوعان يتحدد كل نوع حسب المدة الزمنية ففي الرياضيات المالية تم تحديد المدة دوليا إلى قصيرة وطويلة فالقصيرة تنحصر بين سنة وخمس سنوات أما إذا كانت المدة أكثر من خمس سنوات فهي المدة الطويلة، المدة القصيرة تستعمل الفائدة البسيطة والمدة الطويلة تستعمل الفائدة المركبة.

الفائدة البسيطة (Interet simple):

هي تلك الفائدة التي ينتجها مبلغ المال خلال فترة زمنية معينة وتحسب على أصل مبلغ المال فقط لكل وحدة زمن.

الفائدة المركبة (Interet compose):

هي تلك الفائدة التي ينتجها مبلغ المال خلال فترة زمنية معينة وتحسب على أساس إضافة الفائدة في نهاية وحدة الزمن إلى أصل المال ليشكلا معا أصل جديد للوحدة الزمنية الموالية.

عادة ما تستخدم الفائدة البسيطة لإنجاز العمليات المالية في الزمن القصير أما الفائدة المركبة تستخدم لإنجاز العمليات المالية في الزمن الطويل.

3- طرق احتساب الفائدة البسيطة:

يحدد مبلغ الفائدة البسيطة انطلاقا من ثلاث عناصر هي:

- **عناصر احتساب الفائدة البسيطة:**

ثلاث عوامل رئيسية تحدد تكلفة الفائدة وهي:

رأس المال المستثمر أو المبلغ الممنوح والذي يرمز له بالرمز (C).

مدة اقراض أو استثمار رأس المال: وتكون إما سنوية أو شهرية أو يومية وهي المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب ويرمز لها بالرمز (n).

معدل الفائدة وهو عبارة عن معدل توظيف المبلغ الأصلي ويرمز له بالرمز (t).

وتحسب الفائدة البسيطة بالعلاقة التالية:

الفائدة البسيطة = المبلغ الأصلي* معدل الفائدة*مدة الفائدة

$$I=C*t*n$$

إذا كانت المدة بالسنوات.

$$I=C*t*m/12$$

إذا كانت المدة بالأشهر.

$$I = C*t*j/360$$

إذا كانت المدة بالأيام.

من معادلة الفائدة ($I=C*t*n$) نجد:

$$C=I/t*n$$

$$t= I/C*n$$

$$n= I/C*t$$

- **حساب الجملة (Cn):**

الجملة هي مجموع كل من أصل المبلغ (المبلغ المقترض أو المودع) والفائدة الناتجة عنه.

إذا أودع شخص في بنك مبلغ من المال قدره (C) لمدة (n) سنة ولمعدل فائدة (t)، فإنه في نهاية المدة الزمنية المتفق عليها يكون لهذا الشخص أصل المبلغ الذي أودعه (C) بالإضافة إلى قيمة الفائدة التي يحصل عليها من البنك (I)، ومجموع المبلغين يسمى الجملة [4]. فإذا رمزنا للجملة بالرمز (Cn)، وفقا لذلك تحسب الجملة كما يلي:

$$Cn= C+I$$

$$I= C*t*n$$

$$Cn= C+(C*t*n)$$

$$Cn= C\ (1+(t*n))$$

ملاحظة:

- المعروف في المؤسسات المالية هو الاعتماد على الفائدة التجارية أي اعتبار السنة تتكون من 360 يوم.
- في حالة المدة بالأيام يجب معرفة السنة ما إذا كانت بسيطة أو كبيسة وذلك بقسمتها على 4، فإذا كان الناتج صحيح (أي السنة تقبل القسمة على 4) فإن عدد أيام شهر فيفري هو 29 يوم، والسنة سنة كبيسة، أما إذا كان الناتج عدد غير صحيح فإن عدد أيام شهر فيفري هو 28 فيفري، والسنة سنة بسيطة.

مثال1: بتاريخ 2009/01/03 وظف شخص مبلغ 5000 دينار في البنك بمعدل فائدة بسيطة 10 %.

أحسب الفائدة التي تحصل عليها هذا الشخص عند سحبه المبلغ من البنك بتاريخ 2009/8/15.

---

[4] شقيري موسى وآخرون، (2016)، **"الرياضيات المالية"**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، ص 15.

الحل:

لحساب الفائدة نستخدم القانون التالي:

$I= C*t*j/360$

قبل احتساب الفائدة لابد من إيجاد المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب.

j= (جانفي (31-3)+فيفري (28)+ مارس (31)+أفريل (30)+ماي (31)+جوان (30)+جويلية (31)+أوت (15))

j=28+28+31+30+31+30+31+15=224 يوم

$I= C*t*j/360$

$I= 5000*0.1*224/360=311.11$

مثال 2: أحسب الفوائد المترتبة عن توظيف مبلغ 10000 دينار بمعدل فائدة بسيطة 4 % لمدة:

من 05 مارس إلى 18 ماي.

من 15 نوفمبر إلى 20 ديسمبر.

الحل:

حساب الفائدة عن المدة المحصورة بين 5 مارس و18 ماي:

إيجاد المدة:

j= (مارس (31-5)+ أفريل (30)+ماي (18))

j= 26+30+18=74 يوم

$I= C*t*j/360= 10000*0.04*74/360=82.22$

الفائدة المترتبة عن المدة الأولى تقدر بـ 82.22 دينار.

حساب الفائدة عن المدة المحصورة بين 15 نوفمبر و18 ماي:

إيجاد المدة:

j= (نوفمبر (30-15) +ديسمبر (20))

j= 15+20= 35 يوم

$I= C*t*j/360$

$I= 10000*0.04*/360$

$I= 38.88$

وعليه الفائدة المترتبة عن المدة الثانية تقدر بـ 38.88 دينار.

مثال 3: بتاريخ 2011/01/15 أودع شخص مبلغ 15000 دينار في البنك بمعدل فائدة بسيطة 3 %، وبعد مدة زمنية وصله من البنك اشعار يفيد بأن الفوائد المترتبة عن المبلغ بلغت 90 دينار.

ماهو تاريخ الاشعار؟

الحل:

لتحديد تاريخ الإشعار لابد أولا من إيجاد المدة وذلك باستخدام قانون الفائدة البسيطة:

$I=C*t*j/360$

$90=15000*0.03*j/360$

$J= 360*90/15000*0.03$

$J=72$

إذن المدة الفاصلة بين تاريخ الإيداع وتاريخ الإشعار هي 72 يوم.

j= (جانفي (31-15)+ فيفري (28)+ مارس (28))

j= 72 يوم

وعليه تاريخ الإشهار يوافق لـ 28 مارس 2011.

مثال 4:

بتاريخ 2010/12/13 أودع شخص في البنك مبلغ 1000 دينار، فإذا كان هذا البنك يمنح عملائه فائدة بسيطة بمعدل 6 % سنويا، أحسب الفائدة التي يتحصل عليها في 2011/10/23 على أساس: معدل سنوي، معدل سداسي، معدل ثلاثي.

الحل:

حساب الفائدة على أساس سنوي:

قبل احتساب الفائدة لابد من إيجاد المدة:

= (ديسمبر (31-13) +جانفي (31) +فيفري (28) +مارس (31)+ أفريل (30)+ ماي (31)+جوان (30)+ جويلية (31)+أوت (31)+سبتمبر (30)+أكتوبر (23))

= 314 يوم.

$I= C*t*j/360$

$I= 1000*0.06*314/360= 52.33$

حساب الفائدة على أساس سداسي:

لحساب الفائدة على أساس سداسي لابد من حساب المعدل والمدة على أساس سداسي:

معدل الفائدة السداسي= 2/6 = 3 %. (لأن السنة تتكون من سداسيين).

تحويل المدة على أساس سداسي:

المدة (360/314) تقابلها سنة واحدة أي سداسيين، أما المدة الخاصة بسداسي واحد هي ($\frac{\frac{314}{360}}{2}$).

$I= 1000*0.03*314/180$

$I= 52.33$

حساب الفائدة على أساس ثلاثي:

لحساب الفائدة على أساس ثلاثي لابد من حساب المعدل والمدة على أساس ثلاثي:

معدل الفائدة الثلاثي= 4/6 =1.5 %. (لأن السنة تتكون من أربع ثلاثي).

تحويل المدة على أساس ثلاثي:

المدة (360/314) تقابلها سنة واحدة أي أربع ثلاثيات، أما المدة الخاصة بثلاثي واحد هي ($\frac{\frac{314}{360}}{4}$).

$I= 1000*0.015*314/90$

$I= 52.33$

مثال 5:

أودعت مؤسسة مبلغ 57600 دينار في بنك لمدة أيام معينة فبلغت الفائدة المحصلة في نهايتها على 2688 دينار.

أحسب المدة إذا كان المعدل المطبق هو 14 %؟

وإذا أودعت الجملة المحصلة لنفس المبلغ السابق ونفس الظروف لمدة أخرى وفي بنك آخر لمدة 5 شهور فحققت فائدة تقدر بـ 4019.2 دينار.

أحسب معدل الفائدة (t) المطبق فيها؟

الحل:

حساب المدة:

$$I=C*t*j/360$$

$$j=(I*360)/C*t$$

$$j= (2688*360)/57600*0.14$$

$$j=120$$

تقدر مدة الإيداع 120 يوم في البنك الأول.

حساب معدل الفائدة المطبق في البنك الثاني:

نقوم أولا باحتساب الجملة المحققة من البنك الأول:

$$Cn=C+I$$

$$Cn=57600+2688$$

$$Cn=60288$$

$$I_2=Cn*t_2*m_2/12$$

$$4019.2=60288*t*5/12$$

$$t=(4019.2*12)/60288*5$$

$$t=0.16$$

وعليه معدل الفائدة المطبق في البنك الثاني هو 16 % سنويا.

مثال 6:

مبلغ مالي قدره 25000 دينار تم ايداعه في البنك لمدة سنتين بنسبة فائدة بسيطة تقدر بـ 8 %.

أحسب قيمة الفائدة المحققة.

الحل:

$$I=C*t*n$$

$$I= 25000*0.08*2$$

$$I= 4000$$

الفائدة المحققة تقدر بـ 4000 دينار.

مثال 7:

مبلغ مالي يقدر بـ 48000 دينار أودع في البنك بنسبة 7 % سنويا لمدة 11 شهرا.

أحسب قيمة الفائدة المحصلة خلال هذه المدة.

الحل:

بما أن المدة بالأشهر نستخدم العلاقة التالية:

$$I=C*t*m/12$$

$$I= 48000*0.07*11/12$$

$$I=3080$$

4- أنواع الفائدة البسيطة:

إذا كانت المدة بالأيام، هنا نميز بين نوعين من الفائدة تجارية وحقيقية:

أ- **الفائدة التجارية:** تحسب الفائدة التجارية على أساس عدد أيام السنة التجارية (360 يوما)، هذه الطريقة شائعة الاستخدام نظرا لسهولتها في الحساب، تحسب الفائدة التجارية بالعلاقة التالية:

$$IC=C*t*j/360$$

ب- الفائدة الحقيقية: يحسب هذا النوع من الفائدة على أساس عدد أيام السنة الحقيقية أو المدنية، في هذا النوع من الفائدة يجب معرفة نوع السنة إن كانت بسيطة (عدد أيامها 365، شهر فيفري

يحتوي 28 يوم) أو كبيسة (عدد أيامها 366 يوم، شهر فيفري يحتوي على 29 يوم). تحسب الفائدة الصحيحة بالعلاقة التالية:

IR= C*t*j/365

5- **العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة أو الحقيقية:**

لدينا الفائدة التجارية تحتسب بالقانون التالي:

IC= C*t*j/360

باعتبار السنة سنة تجارية أي 360 يوم.

أما الفائدة الصحيحة أو الحقيقية تحتسب بالشكل التالي:

IR= C*t*j/365

وذلك بأخذ السنة بعدد أيامها الحقيقية.

بقسمة الفائدة التجارية على الفائدة الصحيحة نجد:

IC/IR= (C*t*j/360)/(C*t*j/365)

IC/IR=((C*t*j)/360)*((365/C*t*j)

IC/IR= 365/360

ومنه:

الفائدة التجارية (IC)= الفائدة الصحيحة* ($\frac{365}{360}$)

الفائدة الصحيحة (IR)= الفائدة التجارية* ($\frac{360}{365}$)

مثال 8:

الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ مودع لمدة 60 يوم بمعدل فائدة 4 % سنويا، هو 0.4 دينار، ماهي قيمة هذا المبلغ؟

الحل:

لدينا (IC-IR=0.4):

ونعلم أن:

IC= C*t*j/360

IR= C*t*j/365

$$IC-IR=0.4$$

$$IC-(IC*(360/365))=0.4$$

$$IC* (1-(360/365)=0.4$$

$$IC*(0.0136986301)=0.4$$

$$IC= 0.4/0.0136986301$$

$$IC= 29.2$$

$$IC= C*t*j/360$$

$$29.2=C*0.04*60/360$$

$$C=(29.2*360)/(0.04*60)$$

$$C= 4380$$

وعليه المبلغ الذي تم ايداعه يقدر بـ 4380 دينار.

مثال 9:

أحسب كل من الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية لمبلغ قدره 4000 دينار بمعدل 18 % في السنة لمدة 90 يوم.

الحل:

$$IC=C*t*j/360$$

$$IC= 4000*0.18*90/360$$

$$IC= 180$$

$$IR=C*t*j/365$$

$$IR= 4000*0.18*90/365$$

$$IR= 177.53$$

وعليه فإن الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية لمبلغ 4000 دينار تقدران بـ 180 دينار و177.53 دينار على التوالي.

6- حساب المدة بين تاريخين:

في معظم المعاملات المالية ومنها عمليات السحب والايداع، عادة ما نضطر لحساب الفائدة لفترة محددة بين تاريخين (تاريخ السحب وتاريخ الايداع) والمدة تحسب بعدد الأيام التي تقع بين هذه التاريخين [5].

والجدير بالذكر أن حساب المدة بين تاريخين يمكن أن تتم بإحدى الطريقتين المواليتين:

1-6 المدة المقربة:

تحسب على أساس عدد الأيام لكل شهر من السنة يساوي 30 يوم، ويلاحظ أنه يتم طرح تاريخ الإيداع من تاريخ السحب فإذا كان المطروح أكبر من المطروح منه فيتم استعارة واحد من الخانة التالية، فإذا تم الاستعارة من خانة الشهور فيتم إضافة 30 يوما إلى عدد الأيام الموجودة في خانة المطروح منه، أما إذا تمت الاستعارة من خانة السنوات فيتم إضافة 12 شهرا إلى عدد الأشهر الموجودة في خانة المطروح منه [6].

2-6 المدة الفعلية:

تحسب على أساس عدد الأيام الفعلية لشهور السنة الميلادية، ويلاحظ أن 7 شهور تحتوي على 31 يوم (جانفي، مارس، ماي، جويلية، أوت، أكتوبر، ديسمبر) في حين أن هناك 4 شهور تحتوي على 30 يوم (أفريل، جوان، سبتمبر، نوفمبر)، هذا بخلاف شهر فيفري فقد يكون يساوي 28 يوم في السنة البسيطة أو 29 يوم في السنة الكبيسة.

تتم حساب المدة الفعلية بين تاريخين وفقا للخطوات التالية:

- نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذي تم فيه الإيداع، وذلك بطرح يوم الإيداع من الأيام الفعلية للشهر.
- يضاف إلى المدة جميع الأيام الفعلية التي تقع بين شهري الإيداع والسحب.
- يضاف عدد الأيام إلى الشهر التي تمت فيه عملية السحب.

[5] يحي موسى حسين، (2011)، **"الرياضيات المالية"**، مركز التعليم المفتوح، برنامج مهارات التسويق والبيع، القاهرة، مصر، ص 25.
[6] يحي موسى حسين، **مرجع سبق ذكره**، ص 122.

المحاضرة رقم 02

خصم الديون والأوراق التجارية

مثال 10:

أودع شخص في 10 فيفري 2016 مبلغا من المال في البنك الوطني الجزائري، ثم قام بسحب ماله في 5 أوت من نفس السنة.

أحسب المدة المقربة والمدة الفعلية التي يستحق عنها الفائدة.

الحل:

1. **حساب المدة المقربة التي يستحق عنها الفائدة:**

نقوم بطرح مدة الإيداع من مدة السحب = 10-5 = 5 يوم.

نضيف إلى التاريخ المطروح 30 يوم والذي يقدر بـ 30+5= 35 يوم.

ثم نقوم بطرح الأيام المتحصل عليها من يوم الإيداع = 35-10=25 يوم.

الأشهر الواقعة بين التاريخين هي= 5 أشهر (مارس، أفريل، ماي، جوان، جويلية).

وبالتالي فإن المدة هي 5 أشهر و25 يوم.

المدة المقربة= (5*30) +25= 175 يوم.

2. **حساب المدة الفعلية التي يستحق عنها الفائدة:**

تعتبر سنة 2016 سنة كبيسة ما يعني أن شهر فيفري يحتوي على 29 يوم.

المدة الفعلية هي المدة الزمنية بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب:

المدة الزمنية = فيفري (29-10) + مارس (31) + أفريل (30) + ماي (31) + جوان (30) + جويلية (31) + أوت (5).

المدة الزمنية = 177 يوم.

تمهيد:

إذا اتفق المدين مع الدائن على تسديد الدين قبل تاريخ استحقاقه فإن هذا يسمى خصم الديون أو تسديدها قبل تاريخ الاستحقاق، ففي هذه الحالة فإن المدين يدفع مبلغا أقل من المبلغ الذي يجب يدفعه عند تاريخ الاستحقاق، حيث يدفع مبلغا مطروحا منه الفائدة عن المدة المتبقية وهي المدة المتبقية من تاريخ دفع الدين وتاريخ استحقاقه.

كذلك يمكن أن تباع الورقة التجارية إلى أحد البنوك، حيث يحصل الدائن على مبلغ أقل من جملة المبلغ في فترة الاستحقاق وهو ما يسمى بالقيمة المستقبلية (Future value) بل تخصم من القيمة الاسمية الفائدة عن المدة من تاريخ بيعها إلى تاريخ الاستحقاق.

وهذا ما يسمى بقطع أو خصم الأوراق التجارية (Discount).

مفهوم القيمة الحالية:

يضطر رجال الأعمال أو الشركات ذوي القصور المالي إلى الحاجة الماسة إلى الاقتراض النقدي من البنوك بهدف تغطية العجز المالي وبالتالي تهيئة التمويل اللازم لتنفيذ البرامج والخطط والمشاريع المستهدفة بما في ذلك شراء السلع والخدمات. وهذا يرتب على المدين التزاما ماليا يتعهد بسداده في الغالب على أقساط دورية متساوية منتظمة. ولضمان الحقوق المالية للدائن فإنه يطلب من المدين تقديم ضمانات معينة لجملة الدين، وقد تتمثل هذه الضمانات في كمبيالات أو شيكات مؤجلة الدفع. فالكمبيالة أو الشيك المؤجل ما هما إلا أوراق تجارية يتعهد بموجبها المدين بدفع قيمة محددة للدائن بتاريخ مستقبلي محدد[1].

ولكن في بعض الأحيان قد يحتاج البائع إلى سيولة نقدية، فيلجأ إلى البنك لخصم ما بحوزته من كمبيالات واستلام قيمتها الحالية نقدا. كما قد يتوفر لدى المدين فائض نقدي قبل موعد استحقاق دينه، مما يشكل حافزا لديه لطلب تسديد دينه قبل موعد استحقاقه، ولا يمانع الدائنون في تسوية دين المدين قبل موعد استحقاقه، حيث يقوم الدائن بمنح المدين خصما على القيمة الاسمية للدين نتيجة تعجيله في سداد الديون، ويطلق البعض على هذا الخصم بـ **"خصم تعجيل السداد".**

تتأثر قيمة الخصم الذي يمنحه الدائن للمدين، أو القيمة التي يتقاضاها البنك عند خصم الكمبيالات بثلاث عوامل رئيسية هي:

- القيمة الاسمية للدين.
- معدل الخصم الذي يرغب الدائن بإعطائه للمدين.
- مدة الخصم.

وبالتالي فإنه يمكننا اعتبار عملية خصم الديون وكأنها بمثابة الصورة العكسية لحساب الفائدة. فإضافة الفائدة تعني زيادة على أصل الدين، في حين أن الخصم يعتبر بمثابة تخفيض للقيمة الاسمية للدين. ويمكننا بيان الفرق بين الفائدة والخصم كالتالي:

القيمة الاسمية والقيمة الحالية:

1- القيمة الاسمية (Vn): إذا كان شخص ما مدين لآخر بمبلغ ما يستحق السداد بعد مدة قدرها (n) من الزمن فمبلغ الدين في نهاية هذه المدة يسمى بالقيمة الاسمية (Vn).

2- تاريخ الاستحقاق: فهو التاريخ المستقبلي الذي يجب على المدين أن يدفع فيه القيمة الاسمية للدين.

[1] خالد المشهداني، عباس الجنابي، (2013)، **"الرياضيات المالية"**، الطبعة العربية، دار الأيام للنشر والتوزيع، الأردن، ص 93.

3- القيمة الحالية (VAC): فإذا أراد هذا المدين سداد القيمة الاسمية قبل الميعاد فإن المبلغ الذي يقوم المدين بسداده في هذه الحالة سيقل عن القيمة الاسمية، ويسمى المبلغ الجديد في التاريخ الجديد لسداد الدين بالقيمة الحالية التجارية.

4- تاريخ الخصم أو تاريخ التسوية: وهو التاريخ الذي يتفق فيه الدائن والمدين على تسوية الدين.

خصم الديون: هو الفرق بين القيمة الحالية والقيمة الاسمية الذي يسمى بالخصم أي أن:

خصم الديون= القيمة الاسمية-القيمة الحالية.

وخصم الديون نوعان وهما:

- **الخصم التجاري أو خصم البنوك:** يتم عن طريق البنك ولذلك يسمى بخصم البنوك. ولنتعرف على قانون احتساب الخصم:

$$(Escompte)=(Vn)-(VAC)$$

$$(EC)=(Vn)-(VAC)$$

$$(EC)=(Vn*t*n/100)$$

إذا كانت المدة بالسنوات.

$$(EC)=(Vn*t*m/1200)$$

إذا كانت المدة بالأشهر.

$$(EC)=(Vn*t*j/36000)$$

إذا كانت المدة بالأيام.

(Vn): تمثل القيمة الاسمية للدين.

(VAC): تمثل القيمة الحالية للدين.

(n): تمثل مدة الخصم، وهي المدة الواقعة بين تاريخ تسوية الدين وتاريخ استحقاقه.

(t): يمثل معدل الخصم، وهو مقدار ما يتنازل عنه الدائن أو البنك للمدين مقابل حصوله على دينه قبل موعد الاستحقاق، أو هو مقدار ما يتنازل عنه الدائن للبنك مقابل حصوله على القيمة الحالية للكمبيالة أو الشيك المؤجل للدفع.

(EC): يمثل الخصم التجاري، وهو قيمة ما يتنازل عنه الدائن للمدين مقابل حصوله على القيمة الحالية لدينه قبل موعد استحقاقه، أو هو قيمة المبلغ الواجب استقطاعه من القيمة الاسمية للدين. وتحسب قيمة الخصم التجاري على القيمة الاسمية للدين وعن مدة الخصم وبمعدل خصم محدد.

عناصر الخصم:

تتمثل العناصر المتحكمة في قيمة الخصم والقيمة الحالية للورقة التجارية عند خصمها في العناصر التالية:

معدل الخصم الذي يطبقه البنك ويرمز له بالرمز (t).

القيمة الاسمية للورقة موضوع الخصم ويرمز لها بالرمز (Vn).

عدد الأيام المرتبطة بالخصم وهي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق (n).

وتعطى علاقة الخصم كما يلي:

$$EC=\frac{Vn*t*j}{36000}$$

مهلة السداد: في العرف التجاري فإن البنوك تعطي مهلة للمدين لسداد دينه، وهي محددة قانونيا بيوم واحد. أي أنه يحق للبنك أن يضيف مهلة يوم واحد على مدة خصم الكمبيالة أو الدين.

مثال 1:

هناك عميل (س) مدين للعميل (ص) بكمبيالة قيمتها الاسمية 10000 دينار، تستحق الدفع بعد 6 أشهر. أراد العميل (س) دفع القيمة الحالية لدينه الآن، أوجد القيمة الحالية التجارية للكمبيالة، إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 10 % سنويا؟

الحل:

(VAC)=(Vn)-(EC)

(VAC)=(10000)-(Vn*t*m/1200)

(VAC)=(10000)-(10000*10*6/1200)

(VAC)=(9500)

مثال 2:

في 2013/4/1 تقدم شخص لبنك معين لخصم كمبيالة قيمتها الاسمية 20000 دينار، تستحق السداد في 2013/7/8. أوجد قيمة الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية للكمبيالة، بافتراض أن معدل الخصم الذي يطبقه البنك هو 10% سنويا.

الحل:

قبل احتساب الخصم التجاري نقوم باحتساب المدة الزمنية.

المدة الزمنية= (أفريل (30-1) +ماي (31) + جوان (30) + جويلية (8))

المدة الزمنية= 29+31+30+8=98 يوم

(EC)=(Vn*t*j/36000)

(EC)=(20000*10*98/36000)

(EC)=(544)

(VAC)=(Vn)-(EC)

(VAC)=(20000)-(544)

(VAC)=(19456)

مثال 3:

كمبيالة قيمتها الاسمية 60000 دينار تستحق السداد في نهاية سنة 2014 ولكنها خصمت قبل تاريخ استحقاقها بمعدل خصم تجاري بسيط 8% فكانت قيمتها الحالية 56000 دينار.

أحسب مقدار الخصم؟ ثم حدد تاريخ الخصم؟

الحل:

حساب مقدار الخصم التجاري:

EC=VN-VAC

EC=60000-56000=4000

تحديد تاريخ الخصم:

$$EC=\frac{Vn*t*j}{36000}$$

$$4000=\frac{60000*8*j}{36000}$$

j=300 jours=10 mois

إذن الكمبيالة خصمت قبل (10) أشهر من تاريخ استحقاقها أي في بداية شهر مارس من سنة 2014.

مثال 4:

اشترت مؤسسة مواد أولية بتاريخ 2005/01/02 على أن يتم تسديد قيمتها للمورد بعد 4 أشهر، ونظرا لبعض العيوب فيها فقد تحصلت المؤسسة على تخفيض يقدر بـــــ 2 % من قيمتها، ثم حررت ورقة تجارية

للمورد، وفي تاريخ 22 مارس 2005 قام المورد بخصم الورقة لدى البنك بمعدل 10% وكانت العمولة ومصاريف التحصيل 50 دينار، والصافي الذي تحصل عليه المورد فهو 25300 دينار.

أوجد القيمة الاسمية للورقة؟ ثم أوجد قيمة شراء البضاعة قبل التخفيض؟

الحل:

حساب القيمة الاسمية للورقة:

القيمة الحالية الصافية = القيمة الاسمية (قيمة الورقة التجارية)– الأجيو.

مدة الخصم من 22 مارس إلى 02 ماي = (مارس (31-22)+ أفريل (30)+ماي (2))= 41 يوم

$$(VAC)=(Vn)-(Agio)$$

$$(Agio)=(EC)+(Com)+(Cout)$$

$$(EC)=(Vn*t*j/36000)$$

$$(EC)=((VN*10*41)/36000)$$

$$(EC)=(0.011388889VN)$$

$$(Agio)=(0.011388889VN)+50$$

$$(VAC)=(Vn)-(0.011388889VN+50)$$

$$(VAC)= 0.9886111111VN-50$$

$$25300=0.9886111111VN-50$$

$$VN=(25300+50)/0.9886111111$$

$$VN=25642$$

قيمة شراء البضاعة:

القيمة الإسمية بعد التخفيض = القيمة الإسمية – قيمة التخفيض

$$VN– 0.02VN =25642$$

$$0.98VN =25642$$

$$VN=25642/0.98=26165.306$$

مثال 5:

دين في شكل ورقة تجارية تستحق الدفع يوم 13 أفريل 2019، بتاريخ 12 فيفري 2019 قام الدائن بخصم الورقة التجارية، فإذا علمت أن قيمة الخصم التجاري بلغت 300 دينار، أحسب القيمة الإسمية لهذا الدين إذا كان معدل الخصم التجاري هو 4.5 % سنويا، ثم أحسب القيمة الحالية؟

الحل:

حساب القيمة الاسمية للدين:

نقوم أولا باحتساب المدة الزمنية:

المدة الزمنية= (فيفري (16)+ مارس (31)+ أفريل (13))=60 يوم

$$EC=\frac{Vn*t*j}{36000}$$

$$300=\frac{VN*4.5*60}{36000}$$

$$VN=40000$$

حساب القيمة الحالية للدين:

(VAC)=(Vn)-(EC)

(VAC)=(40000)-(300)

(VAC)=(39700)

مثال 6:

ورقة تجارية تم خصمها بتاريخ 10 أفريل بمعدل تجاري قدره 7%، فبلغت قيمتها الحالية التجارية 132637.5 دينار، فإذا خصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها بمدة 45 يوما لانخفضت قيمة الخصم إلى 1181.25 دينار.

أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟ حدد المدة ثم تاريخ الاستحقاق المقابل لذلك؟

الحل:

حساب القيمة الاسمية:

(VAC)=(Vn)-(EC)

(VAC)=(Vn)-(Vn*7*j/36000)

(132637.5)=(Vn)-(Vn*7*j/36000)

(EC2)=1181.25

EC2=Vn*7*45/36000

1181.25=0.00875Vn

Vn=1181.25/0.00875

Vn=135000

إيجاد المدة ثم تاريخ الاستحقاق:

(VAC)=(Vn)-(EC)

(132637.5) =(135000)-(EC)

(EC)=135000-132637.5=2362.5

(EC)=VN*t*j/36000

2362.5= 135000*7*j/36000

j=90 jours

المدة الزمنية= (أفريل (30-10) +ماي (31) + جوان (30)+ جويلية (9)).

وعليه تاريخ الاستحقاق هو 9 جويلية من نفس السنة.

- **الخصم الصحيح أو الخصم البسيط:** وتحسب قيمة الخصم الصحيح على أساس القيمة الحالية الصحيحة (valeur actuelle ajustee) للدين أو الكمبيالة.

(Escompte ajustee)=(VA ajustee*t*n/100)

(VA ajustee)=(Vn/(1+(t*n))

(VA ajustee): القيمة الحالية الصحيحة وهي القيمة التي لو استثمرت بمعدل الخصم الصحيح ولمدة الخصم الصحيحة فإنها تصبح مساوية للقيمة الاسمية للدين أو الكمبيالة. أي أن:

(Vn)=(VA ajustee)+(Escompte ajustee)

(Vn)=(VA ajustee)+(VA ajustee*t*n/100)

(VN)=(VA ajustee)*(1+(t*n/100))

(VA ajustee)=(Vn)/(1+(t*n/100))

إن البنوك لا تتعامل بالخصم الصحيح ولكنها تتعامل بالخصم التجاري فقط بهدف زيادة قيمة الخصومات التي تتقاضاها من العملاء.

معدل الخصم الاسمي ومعدل الخصم الحقيقي على الأوراق التجارية:

أ- **معدل الخصم الاسمي:** هو معدل الخصم الذي يعلنه البنك للعميل عند خصم الدين أو خصم الأوراق التجارية.

ب- **معدل الخصم الحقيقي:** عند التطبيق الفعلي لعملية الخصم الاسمي يقوم البنك بإضافة بعض الاستقطاعات الأخرى مما يؤدي إلى أن يكون معدل الخصم الفعلي الذي يتقاضاه البنك أعلى من

معدل الخصم الاسمي الذي أعلنه للعميل. وللتوصل إلى معدل الخصم الحقيقي يجب حساب جميع الاستقطاعات التي يتقاضاها البنك من العميل والتي تسمى الأجيو.

الأجيو= الخصم التجاري+ عمولة البنك + مصاريف التحصيل.

(EC)= المحسوب على أساس إضافة مهلة سداد إلى مدة الخصم الفعلية.

(Commission)= عمولة البنك وتحسب حسب كل بنك.

(Cout daquisition) = مصاريف التحصيل وهي محددة القيمة عن كل ورقة تجارية.

(Agio)=(EC)+(Commision)+(Cout daquisition)

مثال 7:

كمبيالة قيمتها الاسمية 10000 دينار تستحق السداد بتاريخ 2014/4/17. خصمت لدى بنك معين بتاريخ 2014/1/10 بمعدل خصم 10 سنويا، فإذا علمت أن البنك يتقاضى عمولة بنسبة 0.001 من القيمة الاسمية للكمبيالة، ومصاريف تحصيل 2 دينار عن كل كمبيالة. أوجد صافي القيمة الحالية التي يتسلمها العميل، وأحسب معدل الخصم الحقيقي الذي يتقاضاها البنك، علما بأن البنك يعطي مهلة سداد للمدين مدتها 5 أيام.

الحل:

نقوم أولا باحتساب المدة الزمنية:

المدة الزمنية (j)= يناير(31-10)+ فيفري(28)+مارس (31)+أبريل(17)

المدة الزمنية (j)= 97 يوم.

ونضيف مهلة السداد ومقدارها 5 أيام لتصبح المدة الجديدة (j)=97+5=102 يوم.

(VAC)=(Vn)-(Agio)

(Agio)=(EC)+(Com)+(Cout)

(EC)=(Vn*t*j/36000)

(EC)=((10000*10*102)/36000)

(EC)=(566.66)

(Agio)=(566.66)+(0.001*10000)+(2)

(Agio)=566.66+10+2

(Agio)=578.66

(VAC)=(10000)-(578.66)

(VAC)=9421.34

(EC)=((Vn*t reel*j)/36000)

(578.66)=((10000*t*102)/36000)

(t)=(578.66*36000)/(10000*102)

(t)=20.42

نلاحظ أن معدل الخصم الحقيقي دائما ما يكون أكبر من معدل الخصم الاسمي بسبب الاستقطاعات الإضافية التي يخصمها البنك.

مثال 8:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 19800 دينار، تاريخ استحقاقها 25 جوان، تم خصمها بتاريخ 10 مارس لدى البنك من نفس السنة، مع العلم أن معدل الخصم 10 %.

حساب مبلغ الخصم والقيمة الحالية للورقة التجارية.

الحل:

نقوم أولا باحتساب المدة الزمنية:

المدة الزمنية= (مارس (31-10)+ أفريل (30)+ ماي (31)+ جوان (25))=107 يوم

$$EC=\frac{Vn*t*j}{36000}$$

$$EC=\frac{19800*10*107}{36000}$$

$$EC=588.5$$

حساب القيمة الحالية للورقة التجارية:

(VAC)=(Vn)-(EC)

(VAC)=(19800)-(588.5)

(VAC)=(19211.5)

أنواع الخصم:

- **الخصم التجاري:**

وهو الخصم المستعمل في البنوك التجارية في معاملاتها، وهو يحسب على أساس القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية ونرمز له بـ (EC).

$$EC=\frac{Vn*t*j}{36000}$$

أما القيمة الحالية التجارية بالخصم التجاري هي:

$$(VAC)=(Vn)-(EC)$$

$$(VAC)=(Vn)-\left(\frac{Vn*t*j}{36000}\right)$$

$$(VAC) = VN * [1 - (\frac{t * j}{36000})]$$

المحاضرة رقم 03

الفائدة المركبة

- **الخصم الحقيقي:**

وهو قليل الاستعمال، وهو يحسب على أساس القيمة الحالية، ويحسب أيضا على أساس القيمة الاسمية وقيمته أقل من الخصم التجاري ونرمز له بـ (ER).

$$ER=\frac{Va*t*j}{36000}$$

ونحسب الخصم الحقيقي بدلالة القيمة الاسمية:

$$Va=VN-ER$$

$$Va=VN-(\frac{Va*t*j}{36000})$$

$$VN=Va+ER$$

$$VN=Va+\frac{Va*t*j}{36000}$$

$$VN=Va*[1+\frac{t*j}{36000}]$$

$$VN=Va*[\frac{36000+t*j}{36000}]$$

$$Va=VN*[\frac{36000}{36000+t*j}]$$

$$ER=\frac{VN*[\frac{36000}{36000+tj}]*t*j}{36000}$$

$$ER=VN*(\frac{\frac{36000*t*j}{36000+t*j}}{36000})$$

$$ER=VN*(\frac{36000*t*j}{36000+t*j}*\frac{1}{36000})$$

$$ER=VN*(\frac{t*j}{36000+t*j})$$

ونحسب القيمة الحالية بالخصم الحقيقي كما يلي:

$$Va=VN-ER$$

$$Va=VN-VN*(\frac{t*j}{36000+t*j})$$

$$Va=VN(1-\frac{t*j}{36000+t*j})$$

مثال 9:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 22500 دينار، تاريخ استحقاقها 31 جويلية، تم خصمها لدى البنك بتاريخ 11 ماي من نفس السنة بمعدل خصم 6 %.

أحسب الخصم التجاري والخصم الحقيقي، ثم القيمة الحالية والقيمة الحالية التجارية؟

الحل:

حساب الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

لحساب الخصم لابد من احتساب المدة الزمنية:

المدة الزمنية = (ماي (31-11) + جوان (30) + جويلية (31))= 81 يوم

$$EC=\frac{Vn*t*j}{36000}$$

$$EC=\frac{22500*6*81}{36000}$$

$$EC=303.75$$

$$ER=VN*(\frac{t*j}{36000+t*j})$$

$$ER=22500*(\frac{6*81}{36000+6*81})$$

$$ER=299.70$$

حساب القيمة الحالية التجارية والقيمة الحالية:

$$VAC=VN-EC$$

$$VAC=22500-303.75=22196.25$$

$$Va=VN-ER$$

$$Va=22500-299.7=22200.3$$

العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

عن طريق عملية الطرح (EC-ER) نحصل على ما يلي:

$$EC-ER=(\frac{Vn*t*j}{36000})-(VN*(\frac{t*j}{36000+t*j}))$$

$$EC-ER=VN[(\frac{t*j}{36000})-(\frac{t*j}{36000+t*j})]$$

$$EC-ER=VN*(\frac{(36000+tj)*(tj)-(tj)*(36000)}{(36000)*(36000+tj)})$$

$$EC-ER=VN*(\frac{(36000tj+tj^2)-(36000tj)}{36000tj+36000^2})$$

$$\mathbf{EC-ER=Vn*(\frac{tj^2}{36000tj+36000^2})}$$

مثال 10:

بتاريخ 22 جويلية تم خصم ورقة تجارية قدرها 45000 دينار، تاريخ استحقاقها 15 سبتمبر، مع شروط الخصم التالية: معدل الخصم 4 %، عمولة ثابتة 200 دينار، والرسم على القيمة المضافة هو 19 %.

أحسب صافي القيمة لهذه الورقة؟

الحل:

حساب القيمة الصافية للورقة:

القيمة الحالية الصافية = القيمة الاسمية (قيمة الورقة التجارية) – الأجيو.

مدة الخصم من 22 جويلية إلى 15 سبتمبر = (جويلية (31-22)+ أوت (31)+ سبتمبر(15))= 55 يوم

$$(VAC)=(Vn)-(Agio)$$

$$(Agio_{HT})=(EC)+(Com)$$

$$(EC)=(Vn*t*j/36000)$$

$$(EC)=((45000*4*55)/36000)$$

$$(EC)=(275)$$

$$(Agio_{HT})=(275)+(200)= 475$$

$$(VAC)=(Vn)-(Agio_{TTC})$$

$$(Agio_{TTC}) =(Agio_{HT})+(TVA)$$

$$(Agio_{TTC}) =(475)+(475*0.19)=565.25$$

$$(VAC)= 45000-565.25=44434.75$$

صافي القيمة الحالية يقدر بـ 44434.75 دينار.

تمهيد:

إن الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة، أن الفائدة البسيطة تحسب ولا تضاف إلى رأس المال، بل تدفع إلى صاحبها في نهاية مدة الاستثمار أو مدة القرض، ولا يجرى على الفائدة أي فائدة أخرى.

أما بالنسبة للفائدة المركبة فتحسب الفائدة المركبة كل فترة زمنية وتضاف إلى رأس المال في الفترة الزمنية التالية ويجرى عليها فائدة حسب معدل الفائدة المقررة لذلك، أي أن كل نهاية فترة زمنية تحسب الفائدة وتضاف إلى رأس المال مباشرة وتصبح جزء أساسي من رأس المال المفروض عليه الفائدة المقررة[1] .

وعادة ما تحتسب كلا من الفائدة البسيطة والفائدة المركبة في نهاية كل فترة زمنية أو وحدات زمنية محددة غالبا ما تكون سنة.

بعبارة أخرى الفائدة المركبة تحتسب على كل من أصل المبلغ وعلى مقدار الفائدة المتولدة عنه أيضا.

[1] غازي فلاح، المومني، (2016)، **"الرياضيات المالية المعاصرة"**، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ص 183.

فهناك الفائدة وجملة المبلغ، فجملة المبلغ هي عبارة عن المبلغ الأصلي مضافا إليه الفوائد مع فوائد على فوائد، أي أن هي عبارة عن المبلغ المستحق في نهاية المدة في كلا الحالتين، القرض أو المبلغ المستثمر.

تعريف الفائدة المركبة:

إن الفائدة المركبة تمثل مقدار من المبلغ يدفع لقاء إيداع مبالغ لدى جهات ومؤسسات مالية معينة أو نتيجة استخدام مبالغ تؤول عائديتها للآخرين. فهي تمثل عائدا على رأس المال للمبالغ التي تستثمر، وكذلك ثمنا لاستخدام المبالغ من قبل الآخرين والمتمثلة بالاقتراض[2].

إن العوامل التي تحدد الفائدة المركبة هي نفس العوامل التي تحدد الفائدة البسيطة، وهي عبارة عن ثلاثة عوامل:

- المبلغ الأصلي وهو عبارة عن أصل الدين أو المبلغ المستثمر ولنرمز له بالرمز (C).
- معدل الفائدة وهو عبارة عن نسبة مئوية، وتعطى عادة هذه النسبة المئوية سنويا، فإذا كانت تحسب الفائدة بفترات زمنية أقل من سنة كأن تكون نصف سنوية، فنقسم معدل الفائدة إلى قسمين وعادة يكون هذا المعدل ثابت خلال فترة الدين أو فترة الاستثمار. ونرمز له بالرمز (t).
- الفترة الزمنية للدين أو للمبلغ المستثمر، أما إذا كانت الفترة الزمنية لإقل من سنة فتحسب على أساس الفائدة البسيطة، ويمكن أن تحسب الفائدة كل شهر أي 12 مرة في السنة أو كل ثلاثة أشهر أي أربع مرات في السنة أو كل أربعة أشهر أي ثلاث مرات في السنة أو كل ستة شهور أي مرتين في السنة أو سنويا وتعطى الفائدة عادة سنويا كما ذكر سابقا فإذا لم تكن سنويا تقسم الفائدة على عدد المرات للفترات الزمنية خلال السنة.

قانون الجملة بفائدة مركبة:

كما ذكر سابقا أن هناك ثلاثة عناصر لتحديد الفائدة المركبة أو جملة المبلغ في نهاية مدة معينة وهي:

1- أصل المبلغ ونرمز له بالرمز (C).
2- معدل الفائدة السنوي ولنرمز له بالرمز (t).
3- الزمن ونرمز له بالرمز (n) إذا كانت المدة بالسنوات، وبالرمز (m) إذا كانت المدة بالأشهر، وبالرمز (j) إذا كانت المدة بالأيام.

ونرمز أيضا إلى جملة المبلغ بـ (Cn) وقيمة الفائدة بـ (I).

فإذا كان لدينا مبلغ معين وليكن (C) مستثمر لمدة زمنية ولتكن (n)، بمعدل فائدة وليكن (t) سنويا.

[2] راشد سلامة، خالد حسين عوني، (2007)، **"الرياضيات المالية"**، الطبعة الأولى، دار الخزامى للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ص 141.

فإن جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى هي $(C+I)$ والفائدة هي $(I=C*t*1)$.

حيث يكون جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى يقدر بـ $(Cn=C+C*t= C(1+t))$.

أي أن جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى هو عبارة عن المبلغ الأصلي مضروبا في المعامل $(1+t)$ وهو المبلغ الأصلي لبداية السنة الثانية.

حيث تكون جملة المبلغ في نهاية السنة الثانية هي $(Cn=C(1+t)*(1+t)=C(1+t)^2)$.

وهذا يكون المبلغ الأصلي لبداية السنة التالية.

حيث تكون جملة المبلغ في نهاية السنة الثالثة هي $(Cn=C(1+t)^2*(1+t)=C(1+t)^3)$.

وكذلك تكون جملة المبلغ في نهاية السنة الرابعة هي $(Cn=C(1+t)^3*(1+t)=C(1+t)^4)$.

وتكون جملة المبلغ في نهاية أي سنة ولتكن (n) من السنوات $(Cn=c*(1+t)^n)$.

ليصبح قانون جملة الفائدة المركبة على النحو الآتي $(Cn=c*(1+t)^n)$.

الفائدة = الجملة- المبلغ الأصلي.

$$(I) =(Cn-C)$$

$$(I)= (C*(1+t)^n -C)$$

$$(I)=(C(1+t)^n-1)$$

الفترات	رأس المال في بداية المدة	فائدة الفترة	القيمة المحصل عليها في نهاية الفترة (الجملة)
1	**C0**	**I1=C0*i*1**	**$(C1)= (C0*(1+i)^1)$**
2	**C0(1+i)**	**I2= C0(1+i)*i**	**$(C2)= (C*(1+i)^2)$**
3	**$C0(1+i)^2$**	**$I2=C0(1+i)^2*i$**	**$(C3)= (C*(1+i)^3)$**
n	**$C0(1+i)^{n-1}$**	**$In=C0(1+i)^{n-1}*i$**	**$(Cn)= (C0*(1+i)^n)$**

مثال 1:

أوجد جملة مبلغ 1000 دينار بمعدل فائدة 5% لمدة 3 سنوات.

الحل:

$$(Cn)= (C*(1+t)^n)$$

$$(Cn)=(1000*(1+0.05)^3)$$

$$(Cn)=(1000*1.05*1.05*1.05)$$

$= 1157.625$

مثال 2:

أوجد جملة مبلغ 8000 دينار بمعدل فائدة 10% لمدة 5 سنوات.

الحل:

$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$

$(Cn)=(8000*(1+0.1)^{5})$

$(Cn)=(8000*1.1*1.1*1.1*1.1*1.1)$

$= 12884.08$

مثال 3:

أوجد جملة مبلغ 4500 دينار بمعدل فائدة 6% لمدة 2 سنوات.

الحل:

$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$

$(Cn)=(4500*(1+0.06)^{2})$

$(Cn)=(1000*1.06*1.06)$

$= 5056.2$

نلاحظ نتيجة حل الأمثلة السابقة أنه تم حلها بواسطة الضرب وهي عملية طويلة وتحتمل الخطأ. لذا يمكن إيجاد الحل بواسطة حلول أخرى أسهل مثل جداول الفائدة المركبة أو اللوغاريتمات.

استخدام جداول الفائدة المركبة:

نلاحظ من خلال الأمثلة السابقة أن عملية الضرب تزيد تعقيدا كلما زادت قيمة (n) لذا أوجد بعض الدارسين جداول جاهزة يستطيع عن طريقها استخراج قيمة (1+t) لمدد مختلفة ولمعدل فائدة مختلف، كما هو وارد في الجدول الأول للفائدة المركبة.

مثال 4:

أوجد جملة مبلغ 2500 بفائدة مركبة 4% لمدة 10 سنوات.

الحل:

$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$

$(Cn)=(2500*(1+0.4)^{10})$

و بالبحث في جداول الفائدة المركبة نجد المعامل (1.480244) حيث تكون جملة المبلغ هي:

$(Cn)=(2500*1.480244)$

$= 3700.61$

مثال 5:

أوجد جملة مبلغ 3500 بفائدة مركبة 5% لمدة 15 سنوات.

الحل:

$$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$$

$$(Cn)=(3500*(1+0.5)^{15})$$

ومن جدول الفائدة المركبة تحت 5% أمام 15 سنة نجد المعامل (2.78928) حيث تكون جملة المبلغ هي:

$$(Cn)=(3500*2.78928)$$

$$= 9762.48$$

مثال 6:

قرض بمبلغ 9000 دينار، مدة القرض 9 سنوات، معدل الفائدة المركبة 5 % سنويا. أوجد قيمة القرض في نهاية مدة القرض.

الحل:

يمكن حل هذا السؤال بثلاث طرق:

- **بواسطة الضرب العادي:**

$$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$$

$$(Cn)=(9000*(1+0.05)^{9})$$

$$(Cn)=(1000*1.05*1.05*1.05*1.05*1.05*1.05*1.05*1.05*1.05)$$

$$=13961.95$$

- **بواسطة جداول الفائدة المركبة:**

$$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$$

$$(Cn)=(9000*(1+0.5)^{9})$$

$$(Cn)=(9000*1.55132)$$

$$= 13961.88$$

- **بواسطة اللوغاريتمات:**

$$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$$

$$(\text{Log } C_n) = \text{Log } C + n \text{ Log } (1+t)$$

$$(\text{Log } C_n) = \text{Log } 9000 + 9\text{Log } 1.05$$

$$(\text{Log } C_n) = 3.9542 + 9*0.0212$$

$$(\text{Log } C_n) = 3.9542 + 0.1908$$

$$(\text{Log } C_n) = 4.1450$$

$$(C_n) = 13961$$

مثال 7:

أودع شخص مبلغ من المال قدره 2000 دينار في أحد البنوك لمدة 7 سنوات، وفي نهاية المدة أصبحت جملة المبلغ 2544.558 دينار، فكم يبلغ معدل الفائدة المركبة؟

الحل:

$$(C_n) = (C*(1+t)^n)$$

$$(2544.558) = (2000*(1+t)^7)$$

$$1.2123 = (1+t)^7$$

ومن جدول الفائدة المركبة نجد أن العدد (1.2123) مقابل الزمن 7 يقع تحت معدل فائدة 3.5 % سنويا.

كذلك يمكن إيجاد معدل الفائدة المركبة عن طريق استخدام أسلوب اللوغاريتم وكما يلي:

$$(C_n) = (C*(1+t)^n)$$

$$(2544.558) = (2000*(1+t)^7)$$

$$1.2123 = (1+t)^7$$

وبأخذ القيمة اللوغاريتمية لكلا الطرفين نحصل على:

$$\text{Log } (1.2123) = 7*\log(1+t)$$

$$0.1045 = 7*\log(1+t)$$

$$\text{Log}(1+t) = 0.1045/7 = 0.0149$$

وبإدخال الدالة الأسية نجد:

$$1+t = \exp\ (0.0149)$$

$$1+t = 1.035$$

$$t = 0.035$$

وعليه معدل الفائدة المطبق هو 3.5 % سنويا.

مثال 8:

أودع مبلغ قيمته 80000 دينار بالبنك بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا لمدة 5 سنوات.

المطلوب:

- أحسب الفائدة المحققة في السنة الثالثة فقط؟
- ماهي الجملة المحصل عليها في نهاية المدة؟

الحل:

- حساب الفائدة المحققة في نهاية السنة الثالثة:

$$(I)= (C*(1+t)^{n-1}*i)$$

$$(I)= (80000*(1+0.06)^{3-1}*0.06)$$

$$(I)=5393.28$$

- حساب الجملة المحققة في نهاية المدة:

$$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$$

$$(Cn)=(80000*(1+0.06)^{5})$$

$$(Cn)= 107058.04$$

ملاحظة: تستخرج القيمة $(1+i)^n$ من الجدول المالي رقم 1.

مثال 9:

أودع شخص مبلغ من المال قدره 14500 دينار في أحد البنوك بمعدل فائدة 4.5 % سنويا، وبعد مرور فترة من الزمن أصبحت جملة المبلغ 30643.966 دينار، ماهي الفترة الزمنية التي أودع فيها الشخص المبلغ في البنك؟

الحل:

$$(Cn)= (C*(1+t)^{n})$$

$$(30643.966) = (14500*(1+0.045)^{n})$$

$$2.1134= (1.045)^{n}$$

وباستخدام جدول الفائدة المركبة تحت معدل فائدة (4.5 %) نجد أن العدد (2.1134) يقع أمام فترة زمنية (n=17). إذا الفترة الزمنية التي أودع فيها المبلغ بالبنك تبلغ 17 سنة.

إيجاد الجملة عندما تحتسب الفائدة أكثر من مرة في السنة:

يمكن أن تحتسب الفائدة سنويا أو شهريا أو كل ثلاثة شهور أي أربع مرات في السنة أو كل أربعة أشهر أي ثلاث مرات في السنة.

يجب في هذه الحالة أن تجزأ الفائدة السنوية إلى عدد المرات المراد حسابها خلال السنة، وكذلك فإن (n) تكون مضروبة في عدد المرات المراد حسابها خلال السنة، لنفرض أن عدد المرات المراد حساب الفائدة على أساسها هو (m). حيث يصبح قانون جملة المبلغ للفائدة المركبة على النحو التالي:

$$(Cn)= (C*(1+t/m)^{n*m})$$

مثال 10:

أحسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ 2000 دينار لمدة أربع سنوات بفائدة مركبة 6 % إذا علمت أن الفائدة تحسب كل ستة شهور.

الحل:

$$(Cn)= (C*(1+t/m)^{n*m})$$

$$(Cn) = (2000*(1+0.06/2)^{4*2})$$

$$(Cn)=(2000*(1+0.03)^{8})$$

$$(Cn)=(2000*1.266770)$$

$$= 2533.54$$

القيمة الحالية لرأسمال أو القيمة الحالية بجملة مركبة:

القيمة الحالية هي العملية العكسية للرسملة، فرسملة مبلغ ما تعني تحديد وبمعدل معين القيمة المستقبلية لجملة ذلك المبلغ، أي يتم إضافة الفوائد المركبة إلى المبلغ الأصلي أما الحالية فهي تحديد القيمة الحالية، بمعدل معين لمبلغ يستحق في المستقبل بحيث أن الفوائد المركبة تطرح من ذلك المبلغ. وتعطى القيمة الحالية بالقانون التالي:

$$C0=Cn(1+t)^{-n}$$

ملاحظة: تستخرج هذه القيمة $(1+t)^{-n}$ من الجدول المالي رقم 2.

مثال 11:

أودع أحد الأشخاص مبلغ (C) في بنك ما بمعدل فائدة 10 % سنويا وبعد أربع سنوات وجد أن الرصيد في البنك قد وصل إلى 50000 دينار. أحسب المبلغ الذي أودعه هذا الشخص؟

الحل:

$$C0=Cn*(1+t)^{-n}$$

$$C0=50000*(1+0.1)^{-4}$$

$$C0=34150.67$$

حساب الفائدة أو مجموع الفوائد:

$$I=Cn-C$$

$$I= C(1+i)^n-C$$

$$I= C[(1+i)^n-1]$$

مثال 12:

قرض بقيمة 600000 دينار لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة 6 % لكل سداسي.

أحسب الجملة في نهاية المدة، ثم الفوائد المحصل عليها في هذه المدة؟

الحل:

- **حساب الجملة:**

بما أن المعدل سداسي فإن المدة ستضرب في 2 لتصبح (2*4=8).

$$Cn=C\ (1+t)^n$$

$$Cn=600000(1+0.06)^8$$

$$Cn=956308.84$$

- **حساب الفوائد المحصل عليها:**

$$I=Cn-C$$

$$I= C(1+i)^n-C$$

$$I= 600000[(1+0.06)^8-1]$$

$$I= 356308.84$$

ملاحظة: عند حساب الفائدة المركبة يجب أن يكون هناك توافق بين معدل الفائدة المطبق وعدد الوحدات الزمنية التي تحسب فيها الفائدة (معدل فائدة سداسي يوافق وحدات زمنية سداسية).

مثال 13:

وظف شخص مبلغ 150000 دينار بفائدة مركبة لمدة 8 سنوات وبمعدل 9 %.

أوجد القيمة المحصلة في نهاية مدة التوظيف إذا كانت رسملة الفوائد سنوية، سداسية، فصلية، شهرية؟

الحل:

- **حساب الجملة في حالة رسملة سنوية:**

$$Cn=C\ (1+t)^n$$

$$Cn=150000(1+0.09)^8$$

$$Cn=325784$$

- **حساب الجملة في حالة رسملة سداسية:**

$$Cn=C\ (1+t)^n$$

$$Cn=150000(1+0.09)^{16}$$

$$Cn=649145.02$$

- **حساب الجملة في حالة رسملة فصلية:**

$$Cn=C\ (1+t)^{n}$$

$$Cn=150000(1+0.09)^{32}$$

$$Cn=2809261.74$$

- **حساب الجملة في حالة رسملة شهرية:**

$$Cn=C\ (1+t)^{n}$$

$$Cn=150000(1+0.09)^{96}$$

$$Cn=985358109.76$$

المحاضرة رقم 04

تكافؤ الأوراق التجارية أو استبدال الديون (تسوية الدريون القصيرة الأجل)

مثال 14:

- ✓ اقترضت مؤسسة مبلغ 800000 دينار لمدة معينة بمعدل فائدة مركبة سنوي 9 % (رسملة سداسية)، فبلغت الفوائد المترتبة على هذه المؤسسة في نهاية مدة القرض 442375.2 دينار. أحسب مدة القرض.
- ✓ اقترض شخص مبلغ 145000 دينار على أن يسدد بعد 3 سنوات وذلك بمعدل فائدة مركبة سنوي (t) برسملة فصلية، فبلغت الفوائد المترتبة على هذا الشخص في نهاية مدة القرض 47738.06 دينار. أحسب معدل الفائدة؟

الحل:

- **حساب مدة القرض:**

$$I=Cn-C$$

$$I= C(1+i)^{n}-C$$

$$I= C[(1+i)^{n}-1]$$

$$442375.2= 800000[(1+0.09)^{2n}-1]$$

$$(1.09)^{2n}=1.552969$$

$$2n=5$$

$$n=2.5$$

وعليه فإن مدة القرض تقدر بسنتين ونصف.

- **حساب معدل الفائدة:**

$$I=Cn-C$$

$$I= C(1+i)^{n}-C$$

$$I= C[(1+i)^{n}-1]$$

$$47438.06= 145000[(1+i)^{6}-1]$$

$$(1+i)^{6} =1.3271590345$$

$$(1+i)= (1.3271590345)^{1/6}$$

$$(1+i) =1.0483038$$

$$i= 0.048= 4.8\%$$

مثال 15:

أودعت مؤسسة مبلغ 84500 دينار ببنك، بمعدل فائدة مركبة 8 % سنويا، لمدة 6 سنوات. أحسب:

- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع.

- الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة فقط.
- الجملة الناتجة عن الإيداع في نهاية المدة.

الحل:

- حساب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى من الإيداع:

$$I=Cn-C$$

$$I= C(1+i)^{n}-C$$

$$I= 84500[(1+0.08)^{1}-1]$$

$$I= 6760$$

- حساب الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة فقط:

$$In=C0(1+i)^{n-1}*i$$

$$In=84500(1+0.08)^{4-1}*0.08$$

$$In= 8515.65$$

- حساب الجملة الناتجة عن الإيداع في نهاية المدة:

$$Cn=C\ (1+t)^{n}$$

$$Cn=84500(1+0.08)^{6}$$

$$Cn=134090.88$$

مثال 16:

تم إيداع مبلغ يقدر بـ 10000 دينار لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 10 % سنويا.

- أحسب جملة هذا المبلغ في نهاية المدة؟
- إذا كانت جملة المبلغ بعد 5 سنوات من الإيداع 17821 دينار، ما هو معدل الفائدة المركبة المطبق؟
- إذا افترضنا أن جملة مبلغ معين في نهاية المدة 20000 دينار، ما هو المبلغ المودع؟
- إذا كان المبلغ المودع اليوم هو 10000 دينار، ماهي مدة الإيداع إذا كانت جملة المبلغ 23580 دينار؟

الحل:

- حساب جملة هذا المبلغ في نهاية المدة:

$$Cn=C\ (1+t)^{n}$$

$$Cn=10000(1+0.1)^{5}$$

$$Cn=16105.1$$

- حساب معدل الفائدة المطبق:

$$Cn=C\ (1+i)^n$$

$$17821=10000(1+i)^5$$

$$(1+i)^5=1.7821$$

$$(1+i)=(1.7821)^{1/5}$$

$$(1+i)=1.1225$$

$$i=0.1225=12.25\%$$

- حساب المبلغ المودع:

$$C0=Cn*(1+t)^{-n}$$

$$C0=20000*(1+0.1)^{-5}$$

$$C0=12418.42$$

- حساب مدة الإيداع:

$$Cn=C\ (1+t)^n$$

$$23580=10000(1+0.1)^n$$

$$(1.1)^n=2.358$$

$$n=9$$

وعليه بعد 9 سنوات تصبح الجملة تقدر بـ 23580 دينار.

إيجاد الجملة في حالة الأس غير صحيح:

- **المعدل الاسمي والمعدل الحقيقي للفائدة:**

من المتعارف عليه أن معدلات الفائدة التي تفرض على المعدلات المالية عموما تحتسب بشكل عام على أساس سنوي. فيقال مثلا أن معدل الفائدة على حسابات التوفير هي 6 %، ويقصد بـ 6 % سنويا، أو أن معدل الفائدة على منح القروض القصيرة الأجل هي 11 %، أي أن 11 % سنويا. وهذا يعني أن احتساب الفائدة يتم على أساس السنة الواحدة وتحسب الفائدة على الإيداع عند اكتمال مدة سنة. ولكن في أحيان أخرى يتم احتساب معدل الفائدة على أساس غير سنوي وعادة ما يكون على أساس وحدات زمنية تمثل أجزاء من السنة كأن تحسب الفائدة شهريا أو كل شهرين أو كل ثلاث شهور أو ستة أشهر وهكذا. ففي الحالة الأولى والتي تحتسب فيها الفوائد على أساس سنوي فيعبر عن معدل الفائدة بالمعدل الاسمي للفائدة، وفي الحالة الثانية والتي تحتسب فيها الفوائد على أساس أجزاء السنة فيطلق على معدل الفائدة مصطلح المعدل الحقيقي للفائدة. إن هذا التمييز بين النوعين من الفوائد موضح كما في أدناه[1]:

[1] راشد سلامة، وخالد عوني، **مرجع سبق ذكره**، ص 155.

إذا رمزنا لمعدل الفائدة الاسمي بالرمز (t) فإن جملة وحدة النقد للفترة الزمنية (n) تساوي (Cn)، ولو رمزنا إلى معدل الفائدة الحقيقي بالرمز (t_r) فإن جملة وحدة النقد حسب وحدات الزمن (أي عدد المرات في السنة وللفترة (n)) فتساوي $(1+\frac{t}{m})^{mn}$ وهي تساوي $(1+t_r)^n$. وعليه فإن معدل الفائدة الحقيقي السنوي (t_r) يساوي:

$$tr = (1+\frac{t}{m})^m-1$$

حيث (m) تمثل عدد المرات التي تدفع فيها الفائدة في السنة الواحدة.

وبذلك يصبح حساب جملة المبلغ () على أساس الفائدة الحقيقي وفق العلاقة التالية:

$$Cn= c(1+\frac{t}{m})^{mn}$$

$$Cn= c(1+t_r)^n$$

مثال 17:

أودع شخص مبلغ من المال مقداره 80000 دينار في بنك ما بمعدل فائدة اسمية مركبة معدلها 9 % سنويا ولمدة 5 سنوات. فاذا كانت الفائدة تحتسب في نهاية كل أربعة أشهر، أوجد معدل الفائدة الحقيقي وأوجد جملة هذا المبلغ؟

الحل:

بما أن الفائدة تحتسب في نهاية كل أربعة أشهر فإن (m=12/4=3):

إيجاد معدل الفائدة الحقيقي:

$$tr = (1+\frac{t}{m})^m-1$$

$$tr = (1+\frac{0.09}{3})^3-1$$

$$tr = (1.03)^3-1$$

$$tr = 0.0927= 9.27\ \%$$

إيجاد جملة المبلغ باستخدام معدل الفائدة الحقيقي:

$$Cn= c(1+t_r)^n$$

$$Cn= 80000(1+0.0927)^5$$

$$Cn= 124637.39$$

إيجاد جملة المبلغ باستخدام معدل الفائدة الاسمي:

$$Cn= c(1+\frac{t}{m})^{mn}$$

$$Cn= 80000(1+\frac{0.09}{3})^{3*5}$$

$$Cn= 124637.39$$

حساب الجملة على أساس سنوي:

$$Cn=C(1+t)^{n}$$

$$Cn=80000\ (1+0.09)^{5}$$

$$Cn= 123089.91$$

يلاحظ أن الجملة إذا احتسبت على أساس سنوي تقدر بـ 123089.91 دينار و هي أقل من الجملة باستخدام معدل الفائدة الحقيقي بمقدار 155 دينار.

مثال 18:

اقترض شخص مبلغ 150000 دينار من أحد المقرضين بفائدة مركبة اسمية معدلها 12 % سنويا ولمدة 10 سنوات. اتفق الطرفان على أن تحسب الفائدة في نهاية كل ستة أشهر، فكم تبلغ جملة المبلغ في نهاية مدة القرض؟ وكم تبلغ نسبة الفائدة الحقيقية؟

الحل:

إيجاد معدل الفائدة الحقيقي:

$$tr = (1+\frac{t}{m})^{m}-1$$

$$tr = (1+\frac{0.12}{2})^{2}-1= (1.06)^{2}-1=0.1236$$

$$tr=12.36\ \%$$

إيجاد جملة المبلغ (Cn):

$$Cn= c(1+\frac{t}{m})^{mn}$$

$$Cn= 150000(1+\frac{0.12}{2})^{2*10}$$

$$Cn= 481070.3208$$

$$Cn= c(1+t_{r})^{n}$$

$$Cn= 150000(1+0.1236)^{10}$$

$$Cn=481070.3208$$

تعريف تكافؤ الأوراق التجارية:

غالبا ما يتم في المعاملات التجارية الاتفاق بين المدين والدائن على استبدال ورقة تجارية أو عدة أوراق تستحق في تاريخ معين أو تواريخ مختلفة بورقة أو أوراق تختلف في قيمتها الاسمية وتواريخ استحقاقها

كأن يطلب المدين تأخير تسديد دينه أو تسديده على عدة مبالغ بدل مبلغ واحد أو العكس .على أن يتم ذلك بالاتفاق بين المدين والدائن وعلى أساس التكافؤ في القيم (الديون) في تاريخ التكافؤ.

1- تكافؤ ورقتين تجاريتين:

تكافؤ ورقتين تجاريتين أو رأسمالين، يعني تساوي قيمتهما الحالية في تاريخ معين عندما يتم خصمهما بنفس معدل الخصم. فإذا كانت (A1) و (A2) القيمة الاسمية لورقتين تجاريتين، وتاريخ استحقاقهما (n1) و (n2) على التوالي (حيث (j1) و (j1) تمثل المدتين الفاصلتين بين تاريخ التكافؤ وتاريخ الاستحقاق)، فنقول عن (A1) و (A2) أنهما متكافئتين إذا تساوت قيمتهما الحالية، ومنه نحصل على العلاقة التالية:

2- تكافؤ ورقة مع عدة أوراق تجارية:

في هذه العملية يستعمل نفس المبدأ في حالة تكافؤ ورقتين مع تغيير في عدد الأوراق بحيث: القيمة الحالية للورقة المكافئة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى، ومنه يمكن تحديد القيمة للورقة المكافئة (Vn).

تسوية الديون القصيرة الأجل (تكافؤ الأوراق التجارية أو استبدال الديون):

1- مفهوم تكافؤ الأوراق التجارية: يسمى أيضا بتسوية الديون أو خصم الديون، ويقصد به تطبيق أو استخدام كل من قانون الجملة والقيمة الحالية، ففي الحياة العملية الشخص المدين بورقة أو عدة أوراق تجارية (دين) تستحق في تاريخ استحقاق معين يمكن له تغيير أو استبدال تاريخ استحقاق هذه الورقة أو الأوراق التجارية، سواء بتاريخ سابق أو بتاريخ لاحق لتاريخ الاستحقاق الأصلي، ففي حالة أراد المدين استبدال تاريخ الاستحقاق بتاريخ سابق (تعجيل دفع الدين) ففي هذه الحالة يدفع ما يسمى القيمة الحالية للدين (القيمة الاسمية للدين- الخصم)، أما إذا أراد استبدال تاريخ الاستحقاق بتاريخ لاحق (تأجيل دفع الدين) ففي هذه الحالة يدفع ما يسمى جملة الدين (المبلغ الأصلي للدين + الفوائد).

وفي حالة استبدال المدين تاريخ استحقاق أوراقه التجارية يمكن له في هذه الحالة استبدال ورقته بورقة تجارية أخرى يكون تاريخ استحقاقها سابق أو لاحق لتاريخ استحقاق الورقة الأصلية، كما يمكن له استبدال ورقته بعدة أوراق تجارية تكون تواريخ استحقاقها سابقة أو لاحقة لتاريخ استحقاق الورقة الأصلية والعكس، كما يمكن له استبدال عدة أوراق تجارية بعدة أوراق تجارية تكون تواريخ استحقاقها سابقة أو لاحقة لتواريخ استحقاق الأوراق التجارية الأصلية.

2- شرط التكافؤ: لتحقيق التكافؤ أو التسوية لورقة تجارية قديمة بورقة تجارية أخرى جديدة لا بد من تحقيق شرط أساسي وهو تساوي القيمة الحالية للورقة التجارية القديمة بالقيمة الحالية للورقة التجارية الجديدة.

أي (VAC_1) للورقة التجارية القديمة تساوي (VAC_2) للورقة التجارية الجديدة.

3- استبدال أو تكافؤ ورقة تجارية بورقة تجارية أخرى:

1-3 في حالة عدم وجود تاريخ التسوية:

مثال 1: شخص مدين بمبلغ 40000 دينار يستحق السداد بعد 8 أشهر، أراد استبداله بدين جديد يستحق بعد 6 أشهر، ما قيمة الدين الجديد إذا كان معدل الخصم 5 % سنويا؟

الحل:

الملاحظ أن تاريخ اتفاق المدين مع الدائن على تغيير تاريخ الدين أو استبداله، أي تاريخ التسوية غير موجود، لكن مدة الدين القديم أو الجديد محددة.

إذن شرط التكافؤ هو:

$$VAC1= VAC2$$

$$VN1-EC1=VN2-EC2$$

$$VN1[1-((t*m1)/1200)]= VN2[1-((t*m2)/1200)]$$

$$40000[1-((5*8)/1200)]= VN2[1-((5*6)/1200)]$$

$$38666.66=VN2*0.975$$

$$VN2=39658.12$$

وعليه قيمة الدين الجديد هو 39658.12 دينار.

2-3 في حالة وجود تاريخ التسوية:

مثال 2:

بتاريخ 08 مارس اتفق أحد التجار مع مورده على استبدال كمبيالة قيمتها الاسمية 54000 دينار تستحق السداد في 28 مارس بورقة تجارية جديدة تستحق بعد 50 يوم من تاريخ الاستبدال (تاريخ التسوية)، فإذا كان معدل الخصم 5 % سنويا. أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

الحل:

يمثل 08 مارس تاريخ الاستبدال أو التسوية، أي يوم اتفاق المدين والدائن على استبدال الكمبيالة القديمة بواحدة أخرى جديدة تاريخ استحقاقها بعد 50 يوم من 08 مارس أي 27 أفريل.

احتساب المدة الزمنية للورقتين: المدة الزمنية في حالة التكافؤ هي المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ التسوية وتاريخ الاستحقاق.

بالنسبة للورقة الأولى:

المدة = مارس (28-8) = 20 يوم.

بالنسبة للورقة الثانية:

المدة= (مارس (31-8)+ أفريل (17))= 50 يوم

$$VAC1= VAC2$$

$$VN1-EC1=VN2-EC2$$

$$VN1[1-((t*j1)/36000)]= VN2[1-((t*j2)/36000)]$$

$$54000[1-((5*20)/36000)]= VN2[1-((5*50)/36000)]$$

$$53850=VN2*0.9930555$$

$$VN2=54226.57$$

وعليه القيمة الاسمية للورقة الجديدة 54226.57 دينار.

مثال 3:

كمبيالة قيمتها الاسمية 4500 دينار تستحق السداد بتاريخ 30 أفريل 2010، تم استبدالها بكمبيالة أخرى تستحق السداد بتاريخ 31 ماي 2010.

أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة علما أن معدل الخصم 7 % إذا كان:

1- تاريخ التسوية هو 10 فيفري 2010.

2- تاريخ التسوية هو 10 أفريل 2010.

الحل:

حساب المدة الزمنية لكل ورقة إذا كان تاريخ التسوية هو 10 فيفري 2010:

بالنسبة للكمبيالة الأولى:

المدة= (فيفري (28-10)+ مارس (31)+ أفريل (30))= 79 يوم

بالنسبة للكمبيالة الثانية:

المدة= (فيفري (28-10)+ مارس (31)+ أفريل (30)+ ماي(31))= 110 يوم

$$VAC1=VAC2$$

$$VN1*(1-(6*110/36000))= 4500*(1-(6*79/36000))$$

$$VN1= 4440.75/0.9816$$

$$VN1=4524$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة هي 4524 دينار.

حساب المدة الزمنية لكل ورقة إذا كان تاريخ التسوية هو 10 أفريل 2010:

بالنسبة للكمبيالة الأولى:

المدة= (أفريل (30-10))= 20 يوم

بالنسبة للكمبيالة الثانية:

المدة= (أفريل (30-10)+ ماي(31))= 51 يوم

$$VAC1=VAC2$$

$$VN1*(1-(6*51/36000)) = 4500*(1-(6*20/36000))$$

$$VN1= 4485/0.9915$$

$$VN1=4523.44$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة هي 4523.44 دينار.

4- استبدال أو تكافؤ عدة أوراق تجارية بورقة أو بعدة أوراق تجارية:

1-4 في حالة وجود تاريخ التسوية:

مثال 4: بتاريخ 01 مارس قرر مدين استبدال الأوراق التجارية التالية:

الورقة التجارية الأولى قيمتها الاسمية 4000 دينار تستحق في 13 أفريل،

الورقة التجارية الثانية قيمتها الاسمية 3000 دينار تستحق في 10 ماي،

الورقة التجارية الثالثة قيمتها الاسمية 2000 دينار تستحق في 25 جوان،

بورقة تجارية تستحق السداد في 10 جوان، فإذا كان معدل الخصم 9 % سنويا، أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة؟

الحل:

يمثل 01 مارس تاريخ التسوية أو التكافؤ للأوراق التجارية القديمة بورقة وحيدة جديدة، والملاحظ أيضا أن تاريخ التسوية يسبق جميع تواريخ استحقاق الأوراق التجارية بما فيها الورقة الجديدة إذن في تاريخ التسوية ستكون القيمة الحالية للورقة الجديدة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية القديمة.

احتساب المدة الزمنية للأوراق التجارية: المدة الزمنية في حالة التكافؤ هي المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ التسوية وتاريخ الاستحقاق.

بالنسبة للورقة الأولى:

المدة = (مارس (31-1)+ أفريل (13)) = 43 يوم.

بالنسبة للورقة الثانية:

المدة= (مارس (31-1)+ أفريل (30)+ ماي (10))= 70 يوم.

بالنسبة للورقة الثالثة:

المدة= (مارس (31-1)+ أفريل (30)+ ماي (31)+ جوان (25))= 116 يوم.

بالنسبة للورقة المكافئة:

المدة= (مارس (31-1)+ أفريل (30)+ ماي (31)+ جوان (10))= 101 يوم.

$$VAC= VAC1+VAC2+VAC3$$

$$VN-EC=(VN1-EC1) +(VN2-EC2) +(VN3-EC3)$$

$$VN[1-((t*j)/36000)]= VN1[1-((t*j1)/36000)]+ VN2[1-((t*j2)/36000)]+ VN3[1-((t*j3)/36000)]$$

$$VN[1-((9*101)/36000)]= 4000[1-((9*43)/36000)]+ 3000[1-((9*70)/36000)]+ 2000[1-((9*116)/36000)]$$

$$VN[0.97475]= 4000[0.98925]+ 3000[0.9825]+ 2000[0.971]$$

$$VN=3957+2947.5+1942=9075.66$$

وعليه القيمة الاسمية للورقة المكافئة 9075.66 دينار.

مثال 5: بتاريخ 1 يناير 2010 كان للمدين الأوراق التجارية التالية:

الورقة التجارية الأولى قيمتها الإسمية 1800 دينار تستحق في 16 فيفري 2010،

الورقة التجارية الثانية قيمتها الإسمية 2500 دينار تستحق في 6 فيفري 2010،

الورقة التجارية الثالثة قيمتها الإسمية 3700 دينار تستحق بعد 40 يوم،

وبتاريخ 1 فيفري 2010 قرر المدين استبدال هذه الأوراق بكمبيالة تدفع أو تستحق في نفس اليوم، فإذا كان معدل الخصم 7.5 % سنويا، أحسب قيمة مبلغ الكمبيالة الجديدة.

الحل:

يمثل 1 فيفري 2010 تاريخ التسوية أو التكافؤ للأوراق التجارية القديمة بكمبيالة أو ورقة وحيدة جديدة، وفي نفس الوقت تاريخ استحقاق الورقة الجديدة (الكمبيالة تدفع في نفس اليوم) ، أما التاريخ 1 يناير 2010 فهو تاريخ يستعمل لحساب تاريخ استحقاق الورقة التجارية الثالثة (بعد 40 يوم من 1 يناير 2010).

تاريخ استحقاق الورقة الثالثة = (يناير(31-1)+فيفري (10))= 40 يوم.

وعليه تاريخ استحقاق الورقة الثالثة هو 10 فيفري 2010.

احتساب المدة الزمنية للأوراق التجارية: المدة الزمنية في حالة التكافؤ هي المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ التسوية وتاريخ الاستحقاق.

بالنسبة للورقة الأولى:

المدة = (فيفري (16-1)) = 15 يوم.

بالنسبة للورقة الثانية:

المدة= (فيفري (6-1)) =5 أيام

بالنسبة للورقة الثالثة:

المدة= (فيفري (10-1)) = 9 أيام.

بالنسبة للورقة المكافئة:

المدة= (فيفري (1-1)) = 0 يوم.

$$VAC= VAC1+VAC2+VAC3$$

$$VN-EC=(VN1-EC1) +(VN2-EC2) +(VN3-EC3)$$

$$VN[1-((t*j)/36000)]= VN1[1-((t*j1)/36000)]+ VN2[1-((t*j2)/36000)]+ VN3[1-((t*j3)/36000)]$$

$$VN[1-((7.5*0)/36000)]= 1800[1-((7.5*15)/36000)]+ 2500[1-((7.5*5)/36000)]+ 3700[1-((7.5*9)/36000)]$$

$$VN[1]= 1800[0.9968]+ 2500[0.9989]+ 3700[0.9981]$$

$$VN=1794.37+2497.25+3692.97= 7984.6$$

وعليه القيمة الاسمية للورقة المكافئة 7984.6 دينار.

مثال 6:

ثلاث أوراق تجارية، قيمتها الاسمية وآجال استحقاقها على التوالي:

10000 دينار تستحق في 31 ماي.

40000 دينار تستحق في 30 جوان.

32000 دينار تستحق في 30 جويلية.

إذا رغب صاحب هذه الأوراق استبدالها بورقة واحدة في أول ماي وأجل استحقاقها 20 جوان.

ماهي القيمة الاسمية لهذه الورقة الوحيدة؟ المعدل هو 6 % سنويا.

الحل:

احتساب المدة الزمنية للأوراق التجارية: المدة الزمنية في حالة التكافؤ هي المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ التسوية وتاريخ الاستحقاق.

بالنسبة للورقة الأولى:

المدة = (ماي (31-1)) = 30 يوم.

بالنسبة للورقة الثانية:

المدة= (ماي (31-1)+ جوان (30))= 60 يوم.

بالنسبة للورقة الثالثة:

المدة= (ماي (31-1)+ جوان (30)+ جويلية (30))= 90 يوم.

بالنسبة للورقة المكافئة:

المدة= (ماي (31-1)+ جوان (20))= 50 يوم.

$$VAC= VAC1+VAC2+VAC3$$

$$VN-EC=(VN1-EC1) +(VN2-EC2) +(VN3-EC3)$$

$$VN[1-((t*j)/36000)]= VN1[1-((t*j1)/36000)]+ VN2[1-((t*j2)/36000)]+ VN3[1-((t*j3)/36000)]$$

$$VN[1-((6*50)/36000)]= 10000[1-((6*30)/36000)]+ 40000[1-((6*60)/36000)]+ 32000[1-((6*90)/36000)]$$

$$VN[0.9916]= 10000[0.995]+ 40000[0.99]+ 32000[0.985]$$

$$VN=9950+39600+31520=81756.75$$

وعليه القيمة الاسمية للورقة المكافئة 81756.75 دينار.

المحاضرة رقم 05

الدفعات

2-4 في حالة عدم وجود تاريخ التسوية: في حالة عدم وجود تاريخ التسوية أو التكافؤ فإنه يعتبر تاريخ استحقاق الورقة الجديدة أو الورقة المكافئة بمثابة تاريخ للتسوية، وعليه تكون قيمة الورقة الجديدة مساوية للقيمة الحالية أو جملة الأوراق التجارية القديمة (حسب موقعها من تاريخ التسوية، أي قبل أو بعد تاريخ التسوية).

مثال 7: قرر مدين استبدال الأوراق التجارية التالية:

الورقة التجارية الأولى قيمتها الاسمية 4000 دج تستحق في 13 أفريل.

الورقة التجارية الثانية قيمتها الاسمية 3000 دج تستحق في 11 ماي.

الورقة التجارية الثالثة قيمتها الاسمية 2000 دج تستحق في 25 جوان.

بورقة تجارية تستحق السداد في 10 جوان، فإذا كان معدل الخصم 9% سنويا.

أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة؟

الحل:

بما أن تاريخ التسوية غير موجود إذن نعتبر تاريخ استحقاق الورقة الجديدة هو نفسه تاريخ التسوية أي 10 جوان، وبالتالي لا توجد مدة فاصلة بين تاريخ التسوية وتاريخ استحقاق الورقة الجديدة، أي (n=0) يوم.

إذن قيمة الورقة الجديدة (Vn) هي جملة الورقة الأولى (لأن تاريخ التسوية يأتي بعد تاريخ استحقاق الورقة) + جملة الورقة الثانية (لأن تاريخ التسوية يأتي بعد تاريخ استحقاق الورقة) +القيمة الحالية للورقة الثالثة (لأن تاريخ التسوية يأتي قبل تاريخ استحقاق الورقة).

أي:

$$VN=S1+S2+VAC3$$

نقوم باحتساب المدة الزمنية لكل ورقة:

بالنسبة للورقة الأولى:

المدة = (أفريل (30-13) + ماي (31)+ جوان(10)) = 58 يوم.

بالنسبة للورقة الثانية:

المدة= (ماي (31-11)+ جوان (10)) =30 يوم.

بالنسبة للورقة الثالثة:

المدة= (جوان (25-10)) = 15 يوم.

بالنسبة للورقة المكافئة:

المدة= (جوان (10-10)) = 0 يوم.

$$VN=4000(1+(9*58/36000))+3000(1+(9*30/36000))+2000(1-(9*15/36000))$$

$$VN=4058+3022.5+1992.5$$

$$VN=9073$$

وعليه فالقيمة الاسمية للورقة المكافئة هي 9073 دينار.

مثال 8:

في1 مارس استبدل دين يستحق في 29 جوان بدين آخر يستحق في 28 أوت، فإذا كان معدل الخصم 6 % والقيمة الاسمية للدين الجديد 56448 دج.

المطلوب :كم كانت القيمة الاسمية للدين الأصلي؟

الحل:

1 مارس يعتبر تاريخ التسوية أو تاريخ التكافؤ.

نقوم باحتساب المدة الزمنية لكل ورقة:

بالنسبة للدين الأصلي:

المدة = (مارس (31-1) + أفريل (30)+ ماي (31)+ جوان(29)) = 120 يوم.

بالنسبة للدين الجديد:

المدة= (مارس (31-1) + أفريل (30)+ ماي (31)+ جوان(30)+ جويلية (31)+ أوت (28)) =180 يوم.

$$VAC1=VAC2$$

$$VN1(1-(6*120/36000)) =56448(1-(6*180/36000))$$

$$VN1(0.98) =54754.56\ 55$$

وعليه قيمة الدين الأصلي هو 56448 دينار.

مثال 9:

تاجر مدين بالمبالغ التالية:

المبلغ الأول 2000 دينار يستحق بعد عام.

المبلغ الثاني 3000 دينار يستحق بعد 3 سنوات.

المبلغ الثالث 1000 دينار يستحق بعد 4 سنوات.

المبلغ الرابع 4000 دينار يستحق بعد 7 سنوات.

أراد هذا التاجر استبدال هذه الديون بدين وحيد يسدد بعد 5 سنوات.

أحسب مبلغ هذا الدين الوحيد؟ مع العلم أن المعدل المطبق هو 7 % سنويا.

الحل:

ليكن (A) هو القيمة الاسمية لهذا الدين.

التكافؤ في التاريخ صفر يعطى بالعلاقة التالية:

$$A(1.07)^{5-5}=2000(1.07)^{5-1}+3000(1.07)^{5-3}+1000(1.07)^{5-4}+4000(1.07)^{5-7}$$

$$A(1.07)=2000(1.07)^{4}+3000(1.07)^{2}+1000(1.07)+4000(1.07)^{-2}$$

$$A(1.07)=2000(1.310796)+3000(1.1449)+1000(1.07)+4000(0.873439)$$

$$A=10620.05$$

القيمة الاسمية للدين الجديد هي 10620.05 دينار.

1- تعريف الدفعات:

تعرف الدفعات بأنها عبارة عن مبالغ مالية، تودع أو تسحب أو تقترض أو تقرض أو تستثمر أو تسدد، وعلى مدى عدة فترات زمنية، أس على شكل دفعات دورية منتظمة أو غير منتظمة، وتفصل بينها فترات زمنية منتظمة وغير منتظمة [1].

1-1 تعريف الدفعات المتساوية:

يمكن تعريف الدفعات المتساوية بأنها مبالغ متساوية تدفع بصفة دورية. وهناك أمثلة كثيرة عن الدفعات في حياتنا اليومية منها شراء السلع المعمرة، المعاشات، المرتبات، أقساط التأمين، استهلاك السندات، ايجار الأراضي أو المباني.

وتسمى الفترة الزمنية بين دفعتين متتاليتين (فترة سداد)، كما يسمى الزمن بين بدء أول فترة سداد ونهاية أخر فترة سداد بـ (مدة الدفعة) ويسمى المبلغ الذي يدفع بصفة دورية باسم (مبلغ الدفعة) [2].

وتعرف كذلك الدفعات المتساوية بأنها دفعات متساوية المبالغ التي تتقدم أو تتحول من عون اقتصادي إلى آخر، أو من شخص إلى آخر في فترات زمنية متساوية والفترة التي تفصل بين دفعتين متتابعتين هي الدورة، ويمكن أن تكون سنة، سداسي، أو ثلاثي أو شهر [3].

2-1 تصنيف الدفعات:

يمكن تصنيف الدفعات حسب تواريخ السداد، أو حسب مددها أو حسب بداية دفعها.

---

[1] خالد المشهداني، عباس الجنابي، مرجع سبق ذكره، ص 63.

[2] امتثال حسن، عادل حلاوة و لبيبة العطار، (2009)، **"الرياضيات المالية والبحتة للتجاريين"**، مؤسسة رؤية للطباعة والنشر والتوزيع، الإسكندرية، مصر، ص 83.

[3] بوجنان خالدية، (2016)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، مطبوعة مقدمة لطلبة السنة الثانية ل م د، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة ابن خلدون بتيارت، ص 66.

1-2-1 تصنيف الدفعات حسب تواريخ دفعها: ويمكن تصنيف الدفعات إلى نوعين وفقا لتواريخ دفعها:

- **الدفعات العادية:** وهي التي يتم سداد مبالغها في آخر كل فترة، وتسمى أيضا دفعة سداد أو دفعة استهلاك أو بدفعات نهاية المدة أو مؤخرة السداد.

هذا النوع من الدفعات يقدم بنهاية كل فترة، وعادة ما تكون لتسديد دين أو تغطية التزام سابق بحيث في نهاية مدة الدفعات أي عند تقديم آخر دفعة يكون قد تكون رأسمال وهو هدف العملية، بينما يمكن تحديد قيمة مجموع هذه الدفعات في نقطة الصفر، أي في بداية الفترة الأولى التي تتطابق مع بداية مدة الدفع الكلية.

أ- القيمة المكتسبة للدفعات مؤخرة السداد أو الدفعات المتساوية أو العادية:

الجملة لدفعات نهاية الفترة هي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية مدة الدفعة. وبالتالي فهي تشمل كل المبالغ الدورية وكذلك فوائدها المركبة.

لحساب جملة الدفعات العادية أو المتساوية، نجد جملة كل دفعة مع الأخذ بعين الاعتبار أن الدفعة تدفع في نهاية المدة. مجموع هذه الدفعات هو عبارة عن جملة هذه الدفعات وفائدتها حتى نهاية مدة الدفعات مجتمعة. فمثلا لو كان عدد الدفعات خمس دفعات فيكون هنالك خمس فترات زمنية [4].

حيث نرمز إلى:

(Vn): جملة الدفعات في الزمن (n).

(a): مبلغ الدفعة الثابتة.

(i): معدل الفائدة المركبة لدينار واحد.

(n): عدد الدفعات.

لو فرضنا أن قيمة الدفعة الواحدة هو واحد دينار وأن هنالك خمس فترات زمنية وأن هذه الدفعات تدفع في نهاية كل فترة زمنية أي أنها دفعات عادية وأن معدل الفائدة المركبة السنوية هو (i) حيث تكون:

---

[4] غازي المومني، **مرجع سبق ذكره**، ص 214.

الفترة الزمنية للدفعة الأولى هي أربع فترات.

الفترة الزمنية للدفعة الثانية هي ثلاث فترات.

الفترة الزمنية للدفعة الثالثة هي فترتين.

الفترة الزمنية للدفعة الرابعة هي فترة واحدة.

الفترة الزمنية للدفعة الخامسة هي صفر فترة من الزمن.

حيث تكون جملة الدفعة الأولى = $1*(1+i)^4$

جملة الدفعة الثانية = $1*(1+i)^3$

جملة الدفعة الثالثة = $1*(1+i)^2$

جملة الدفعة الرابعة = $1*(1+i)^1$

جملة الدفعة الخامسة = $1=1*(1+i)^0$

ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الدفعة أو الفترة	**المدة للدفعة**	**الجملة (Vn) عن الدفعة**
الأولى	(n-1) فترة	$a*(1+i)^{n-1}$
الثانية	(n-2) فترة	$a*(1+i)^{n-2}$
الثالثة	(n-3) فترة	$a*(1+i)^{n-3}$
....	....	…………….
....	....	…………….
ما قبل الأخيرة (n-1)	1 فترة	$a*(1+i)^1$
الأخيرة (n)	0 فترة	$a*(1+i)^0=a$

وعلى ضوء ما سبق فإن جملة الدفعات كاملة نرمز لها بالرمز (Vn) فتكون ابتداءا من آخر دفعة.

$$Vn= 1+1(1+i)^1+1(1+i)^2+1(1+i)^3+1(1+i)^4$$

وبصفة عامة يمكننا حساب جملة الدفعات كاملة بتطبيق القانون التالي:

$$Vn= a+a(1+i)^1+a(1+i)^2+a(1+i)^3+a(1+i)^4+\ldots\ldots a(1+i)^{n-1}$$

وبملاحظة عناصر هذه الجملة نجد أن طرفها الأيمن عبارة عن متتالية هندسية حدها الأول (a) وأساسها (1+i) وعدد حدودها (n).

وبتطبيق قانون المتتالية الهندسية، فإن مجموع المتوالية الهندسية التصاعدية (S) يقدر بـ:

$$S= a*\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}$$

تكون جملة مجموع الدفعات (Vn):

$$Vn= a*\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}$$

وبالتالي نتحصل على العلاقة التالية:

$$Vn= a*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

ملاحظة:

- عند الزمن (0) لا تكون هناك أي دفعة.
- الدفعة الأولى تكون نهاية الدورة الأولى.
- آخر دفعة تكون في الزمن (n).
- الدفعة الأخيرة لا تنتج فوائد.

ولحساب جملة الدفعات نستعين بالجدول المالي رقم (3) الذي يقدم العلاقة ($\frac{(1+i)^n-1}{i}$) بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول، وفي حالة عدم وجود معدل نلجأ لعملية الحساب.

✓ **في حالة وجود المعدل في الجدول:** في هذه الحالة يستعمل الجدول رقم (3) بدون مشكل (تطبق قيمة الجدول في معادلة الجملة مباشرة).

مثال 1:

مؤسسة تودع في نهاية كل سنة 60000 دينار في بنك معين لمدة 12 سنة، أحسب جملة ما ترسمل لهذه المؤسسة في نهاية المدة مع العلم أن المعدل المطبق يقدر بـ 8.5 % سنويا.

الحل:

لحساب الجملة سنستعين بالجدول المالي رقم (3) والذي سنبحث فيه عن المقدار ($\frac{(1+i)^n-1}{i}$) عند 12 دفعة ومعدل 8.5 % والذي يقدر بـ 19.549249.

$$Vn= a*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$Vn= 60000*\frac{(1+0.085)^{12}-1}{0.085}$$

$$Vn= 60000*19.549249$$

$$Vn=1172954.94$$

- ✓ **في حالة عدم وجود هذا المعدل في الجدول:**

مثال 2:

شخص يودع في نهاية كل سنة 50000 دينار في بنك ما لمدة 8 سنوات، أحسب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية المدة المذكورة إذا علمت أن البنك يطبق معدل يقدر بـ 6.8 % سنويا.

الحل:

لو اعتمدنا على الجدول المالي رقم (3) لحساب المقدار ($\frac{(1+i)^n-1}{i}$) نجد أن المعدل 6.8 % غير موجود في الجدول المالي ونجد فقط المقدار السابق عند 6.75 % و7 %.

وفي هذه الحالة سنعتمد على طريقة الأجزاء للمعدل وهي على النحو التالي:

ولحساب المقدار السابق عند معدل 6.8 %، نبحث عن المقدار عند 6.75 % وعند 7 %.

$$\text{at } i=0.0675 \rightarrow \frac{(1+0.0675)^8-1}{0.0675} =10.167880$$

$$\text{at } i=0.07 \rightarrow \frac{(1+0.07)^8-1}{0.07} = 10.259803$$

$$\text{at } i=0.0025\ (0.07-0.00675) \rightarrow \frac{(1+0.0025)^8-1}{0.0025} = 10.259803-10167880=0.091923$$

$$\text{at } i=0.068 \rightarrow \frac{(1+0.068)^8-1}{0.068} = 10.167880$$

$$Vn= a*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$\frac{(1+0.068)^8-1}{0.068} = 10.167880 + \frac{0.091923}{0.25} = 10.2414184$$

Vn=50000*10.2414184

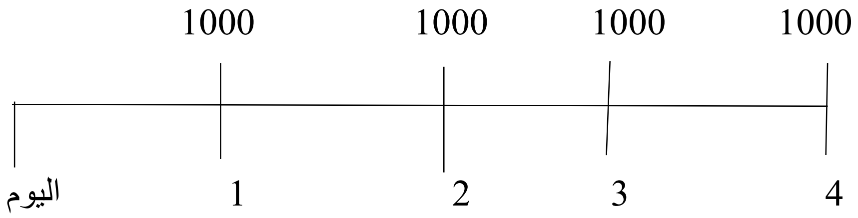
Vn=512070.92

مثال 3:

أودع شخص مبلغ 10000 دينار في نهاية كل سنة في أحد البنوك، فإذا كان معدل الفائدة 5 % سنويا، أوجد رصيد هذا الشخص بعد أربع سنوات بعد دفع المبلغ الرابع مباشرة، ثم أحسب الفوائد الكلية.

الحل:

نحن بصدد دراسة دفعة عادية تدفع في آخر كل سنة.



ومن الشكل يتضح أن مبلغ الدفعة الرابعة يدفع في نهاية مدة الدفعة لذلك لا يدفع عليها فوائد. أما مبلغ الدفعة الثالثة فيدفع عليه فوائد مركبة لسنة واحدة. أما مبلغ الدفعة الثانية فيدفع عليه فوائد مركبة للسنتين الباقيتين. وأخيرا مبلغ الدفعة الأولى تدفع عليه فوائد مركبة للثلاث سنوات الباقية.

ومن ثم تكون جملة هذه الدفعات:

$$Vn= a*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$Vn= 10000*\frac{(1+0.05)^{4}-1}{0.05}$$

وباستخدام الجدول المالي الخاص بالجملة بفائدة مركبة تحت معدل 5، تصبح جملة الدفعة كما يلي:

$$Vn= 10000*3.310125$$

$$Vn=33101.25$$

رصيد الشخص بعد أربع سنوات يقدر بـ 33101.25 دينار، أما الفوائد الكلية ماهي إلا الجملة المكتسبة مطروحا منها المبلغ الأصلي وتحسب كما يلي:

$$I=Vn-a=33101.25-10000=23101.25$$

مثال 4:

أحسب القيمة المكتسبة من إيداع 12 دفعة عادية في بنك، مبلغ كل دفعة 7000 دينار وبمعدل فائدة 5.5 % سنويا.

الحل:

$$Vn= a*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$Vn= 7000*\frac{(1+0.055)^{12}-1}{0.055}$$

$$Vn=114699.1345$$

ب-تحديد عناصر جملة الدفعات لنهاية المدة:

باستخدام العلاقة العامة لجملة الدفعات المتساوية أو نهاية المدة يمكن استنتاج مختلف عناصرها:

تحديد قيمة الدفعة (a):

من قانون جملة الدفعات يمكننا استنتاج قيمة الدفعة (a):

$$Vn= a*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$a= Vn*\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$$

ونلاحظ أن قيمة الدفعة (a) هي جملة الدفعات (Vn) مضروبة في مقلوب العلاقة المستخرجة من الجدول المالي رقم 3 [5].

مثال 5:

من أجل تسديد دين في نهاية 7 سنوات بمبلغ 42041.87 دينار. أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك والمودعة في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 9.5 % سنويا.

الحل:

$$a= Vn*\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

$$a=Vn/\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$a=42041.87 /\frac{(1+0.095)^7-1}{0.095}$$

$$a=42041.87/9.3426382979=5000$$

من الجدول المالي المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ بمعدل 9.5 % ولمدة أربع سنوات يقدر بـ (9.3426382979) وبتعويض هذا المقدار في المعادلة السابقة نجد أن قيمة الدفعة السنوية تقدر بـ 5000 دينار.

مثال 6:

نريد تكوين رأسمال قدره 10000 دينار بواسطة 5 دفعات سنوية ثابتة في نهاية كل سنة علما بأن معدل الفائدة هو 7 %. ما هو مبلغ كل دفعة.

الحل:

لإيجاد قيمة الدفعة نعتمد على العلاقة التالية:

$$a= Vn*\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

$$a=Vn/\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$a=10000/\frac{(1+0.07)^5-1}{0.07}$$

$$a=10000/5.75073901$$

[5] شقيري موسى ووليد صافي، محمود نور، (2009)، **"الرياضيات المالية"**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الطبعة الأولى، ص 96.

$$a=1738.90$$

وعليه مبلغ كل دفعة هو 1738.90 دينار حتى نتمكن من تكوين رأسمال قدره 10000 دينار في نهاية الخمس سنوات.

المحاضرة رقم 06

الدفعات

مثال 7:

أودع شخص مبلغا معينا في أحد البنوك في نهاية كل عام، وبعد إيداع مبلغ الدفعة العاشرة مباشرة وجد أن رصيده في البنك يقدر بـ 130180.795 دينار. فإذا كان معدل الفائدة 6 % سنويا، فكم كان المبلغ الذي أودعه الشخص سنويا في البنك؟

الحل:

$$a= Vn*\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$$

$$a=Vn/\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$a=130180.795/\frac{(1+0.06)^{10}-1}{0.06}$$

$$a=130180.795/13.180794$$

$$a=9876.49$$

تحديد معدل الفائدة (i):

انطلاقا من العلاقة العامة للجملة نحصر المقدار وبعد حساب قيمته من العلاقة نبحث في الجدول رقم 3 فنجد (i) بمعلومية (n). وفي حالة عدم الحصول على قيمة لهذا المقدار في الجدول نقوم بعملية الحل بالأجزاء المتناسبة للمعدل [1].

$$\frac{(1+i)^{n}-1}{i} = \frac{Vn}{a}$$

مثال 8:

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ 12000 دينار كل 6 شهور. فإذا أراد أن يحصل على مبلغ 1200000 دينار بعد 20 سنة، فماهو معدل الفائدة السنوي الذي يدفع مرتين في السنة؟

الحل:

بتطبيق العلاقة العامة للجملة:

$$Vn= a*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{Vn}{a} = \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^{40}-1}{i} = \frac{1200000}{12000}= 100$$

---

[1] ناصر دادي عدون، (2010)، **"الرياضيات المالية"**، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، ص 101.

من الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذه القيمة تقابل؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟

مثال 9:

من أجل تكوين رأسمال يقدر بـ 150000 دينار بدفعات نهاية المدة قيمة كل منها 13000 دينار لمدة 9 سنوات. أحسب معدل الفائدة المركبة الواجب تطبيقه عليها.

الحل:

بتطبيق العلاقة العامة للجملة:

$$Vn= a*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{Vn}{a} = \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^{9}-1}{i} = \frac{150000}{13000}= 11.538461$$

من الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذه القيمة غير موجودة في الجدول لهذا سنتبع الخطوات التالية:

$$\text{at } i=0.06\rightarrow 11.491316$$

$$\text{at } i=0.065\rightarrow 11.731852$$

$$\text{at } i=0.005\rightarrow 0.240536$$

بين القيمة (11.538461) والقيمة (11.491316) هناك فرق يقدر بـ 0.047145.

ومنه:

$$i= 0.06+\frac{0.005*0.047145}{0.240536}$$

$$i=0.06096=6.096\%$$

تحديد عدد الدفعات (المدة):

نفس الخطوات التي اعتمدناها في البحث عن معدل الفائدة (i) فقد لا نجد عدد الدفعات (n) في الجدول المالي أو لا يكون عددا كاملا، هنا لا يمكن أن توجد (n) في هذه الحالة بما أن (n) هي عدد الفترات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإن هناك حلين:

- إبقاء نفس عدد الدفعات (n) كاملة وإعادة حساب قيمة الدفعة الجديدة.
- تعديل في عدد الدفعات (n) لتصبح (n+1) أو (n-1) مع تعديل قيمة الدفعة الأخيرة لتصبح أقل أو أكبر من الدفعات المتساوية الأخرى [2].

[2] منصر الياس، (2016)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة البويرة، ص 132.

مثال 10:

حتى يستطيع شخص تسديد دين جملته 42710 دينار بدفعات لنهاية كل سنة قيمتها 5000 دينار لكل منها. فكم يلزمه من سنة إذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10 % سنويا.

الحل:

من قانون العلاقة العامة لاحتساب الجملة:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+0.1)^n-1}{0.1} = \frac{Vn}{a} = \frac{42710}{5000} = 8.542$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذه القيمة محصورة بين (n=6) و (n=7) وبالتالي فهناك حلان:

إذا اخترنا (n=7):

في هذه الحالة يتم دفع 6 دفعات متساوية قيمة كل منها 5000 دينار والدفعة السابعة والأخيرة تكون بالمبلغ المتبقي بحيث مجموع الدفعات الستة بـ 5000 دينار يكون:

$$Vn= 5000*\frac{(1+0.1)^6-1}{0.1}$$

$$Vn=38578.05$$

أما في الفترة السابعة فيتم دفع مبلغ قيمته (4131.95) وهو الفرق بين (42710-38578.05)

واذا اخترنا (n=6):

في هذه الحالة يتم دفع 5 دفعات متساوية قيمة كل منها 5000 دينار والدفعة السادسة تكون بالمبلغ المتبقي بحيث مجموع الدفعات الخمسة بـ 5000 دينار يكون:

$$Vn= 5000*\frac{(1+0.1)^5-1}{0.1}$$

$$Vn=30525.5$$

أما في الفترة السادسة تكون بقيمة المبلغ المتبقي من الجملة وقيمته (12184.5) وهو الفرق بين (42710-30525.5).

وهنا الحل يتم عند بقاء مبلغ بسيط بعد الدفعة الأخيرة مما يستوجب دفعهما معا.

وقد يتم إعادة حساب الدفعة مع (n=6) و (n=7):

إذا أخذنا (n=7):

$$Vn= a*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$a=Vn/\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$a=42710/\frac{(1+0.1)^7-1}{0.1}$$

$$a= 4501.86$$

إذا أخذنا (n=6):

$$a=Vn/\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$a=42710/\frac{(1+0.1)^6-1}{0.1}$$

$$a= 5535.53$$

مثال 11:

شخص يريد تكوين رأسمال يقدر بـ 60878.7425 دينار خلال عدد من السنوات بدفعات سداسية تقدر بـ 1700 دينار بمعدل فائدة 11.5 %. فاحسب عدد هذه السنوات.

الحل:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i} = \frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+0.1)^n-1}{0.1} = \frac{Vn}{a} =\frac{60878.7425}{1700}= 35.811025$$

من الجدول المالي أن هذه القيمة في نقطة تقاطع بين (i=11.5) و (n=15)، ومادامت الدفعات نصف سنوية فإن عدد السنوات هو 7 سنوات ونصف أي (15/2=7.5).

مثال 12:

يودع أحد الأشخاص مبلغ 10000 دينار في أحد البنوك في نهاية كل سنة، وكان البنك يعطي فائدة 4 % سنويا. فماهي المدة التي يصبح بعدها جملة ايداعاته في البنك 1000000 دينار؟

الحل:

$$Vn = a * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{1000000}{10000} = 100$$

من الجدول المالي رقم 4 نجد أن 100 هي نقطة تقاطع بين (i=4%) و (n= 8.5) وعليه فإن عدد السنوات اللازمة لتكوين جملة تقدر بـ 1000000 دينار هي 8 سنوات و 6 أشهر.

أ- القيمة الحالية للدفعات نهاية المدة أو (مؤخرة السداد):

القيمة الحالية لسلسة دفعات نهاية المدة تساوي مجموع القيم الحالية لهذه الدفعات في التاريخ صفر أي فترة قبل الدفعة الأولى [3].

وتظهر أهمية حساب القيمة الحالية لعدة دفعات عند دراسة جدوى المشاريع التجارية أو شراء الآلات فالقيمة الحالية هي تكلفة الآلة حيث أنه المبلغ المراد دفعه الآن والدفعات تمثل قيمة التدفقات النقدية المقدرة للآلة السنوية خلال عمرها الإنتاجي.

حيث نرمز إلى:

(V0): القيمة الحالية للدفعات.

(a): مبلغ الدفعة الثابتة.

(i): معدل الفائدة المركبة لدينار واحد.

(n): عدد الدفعات.

لو فرضنا أن قيمة الدفعة الواحدة هو واحد دينار وأن هنالك خمس فترات زمنية وأن هذه الدفعات تدفع في نهاية كل فترة زمنية أي أنها دفعات عادية وأن معدل الفائدة المركبة السنوية هو (i) حيث تكون:

[3] شقيري موسى، **مرجع سبق ذكره**، ص 96.

يتم تحيين كل الدفعات إلى التاريخ (0).

إن القيمة الحالية للدفعة الأولى = $1*(1+i)^{-1}$

إن القيمة الحالية للدفعة الثانية = $1*(1+i)^{-2}$

إن القيمة الحالية للدفعة الثالثة = $1*(1+i)^{-3}$

إن القيمة الحالية للدفعة الرابعة = $1*(1+i)^{-4}$

إن القيمة الحالية للدفعة الخامسة = $1*(1+i)^{-5}$

ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الدفعة أو الفترة	المدة للدفعة	القيمة الحالية (V0) عن الدفعة
الأولى	(1) فترة	$a*(1+i)^{-1}$
الثانية	(2) فترة	$a*(1+i)^{-2}$
الثالثة	(3) فترة	$a*(1+i)^{-3}$
………………	………….	…………..
………………	………….	…………..
ما قبل الأخيرة (n-1)	(n-1) فترة	$a*(1+i)^{-(n-1)}$
الأخيرة (n)	(n) فترة	$a*(1+i)^{-n}$

وعلى ضوء ما سبق فإن القيمة الحالية للدفعات كاملة نرمز لها بالرمز (V0) فتكون على النحو التالي:

$$V0=1(1+i)^{-1}+1(1+i)^{-2}+1(1+i)^{-3}+1(1+i)^{-4}+1(1+i)^{-5}$$

وبصفة عامة يمكننا حساب جملة الدفعات كاملة بتطبيق القانون التالي:

$$V0= a(1+i)^{-1}+a(1+i)^{-2}+a(1+i)^{-3}+a(1+i)^{-4}+\ldots\ldots+a(1+i)^{-(n-1)}+1(1+i)^{-n}$$

وبملاحظة عناصر هذه الجملة نجد أن طرفها الأيمن عبارة عن متتالية هندسية حدها الأول $a(1+i)^{-1}$ وأساسها $(1+i)^{-1}$ وعدد حدودها (n).

وبتطبيق قانون المتتالية الهندسية، فإن مجموع المتوالية الهندسية التنازلية (S) يقدر بـ:

$$S= a(1+i)^{-1}* \frac{(1+i)^{-n}-1}{(1+i)^{-1}-1}$$

تكون جملة القيم الحالية للدفعات (V0):

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

والجدول المالي رقم 4 مخصص لحساب قيمة هذا الكسر.

ويمكن الوصول إلى نفس هذه العلاقة بحساب القيمة الحالية لجملة الدفعات بحيث:

$$V0=Vn(1+i)^{-n} = a*\frac{(1+i)^{n}-1}{i} * (1+i)^{-n}$$

$$V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

في حالة وجود المعدل في الجدول:

في هذه الحالة يستعمل الجدول رقم 4 في الجداول المالية بدون مشكل [4] .

مثال 13:

شخص يسدد في نهاية كل سنة مبلغ 20000 دينار بمعدل 5 سنويا ولمدة 7 سنوات. أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات ثم جملتها في نهاية المدة.

الحل:

$$V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V0= 20000*\frac{1-(1+0.05)^{-7}}{0.05}$$

$$V0=20000*5.786373=115727.46$$

وعليه القيمة الحالية لهذه الدفعات تقدر بـ 115727.46 دينار.

$$Vn= a*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

[4] Hamini Allal, (2005), « **Mathématiques financières** », office des publications universitaires, Ben Aknoun, Algerie, Tome 1, p 65.

$$Vn= 20000*\frac{(1+0.05)^7-1}{0.05}$$

$$Vn=162840.169$$

أما جملة هذه الدفعات تقدر بـ 162840.169دينار.

مثال 14:

أحسب القيمة الحالية لـ 10 دفعات سنوية مبلغ كل دفعة 11000 دينار، ومعدل الفائدة السنوي 7.5 %.

الحل:

$$V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V0= 11000*\frac{1-(1+0.075)^{-10}}{0.075}$$

$$V0= 11000*6.86480956=75504.89$$

وعليه القيمة الحالية تقدر بـ 75504.89 دينار.

في حالة عدم وجود المعدل في الجدول:

هذه الحالة يتم حساب الجملة باستعمال طريقة الأجزاء المتناسبة للقيم الجدولية مع المعدلات [5].

مثال 15:

مؤسسة تسدد قيمة عتاد بالتقسيط بدفعات ثابتة قدرها 12 دفعة، فإذا كانت قيمة الدفعة 5000 دينار وأن معدل الفائدة المطبق هو 5.1 %. أحسب قيمة شراء هذا العتاد؟

الحل:

قيمة شراء العقار تتوافق مع القيمة الحالية للدفعات.

$$V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V0= 5000*\frac{1-(1+0.051)^{-12}}{0.051}$$

لحساب هذه الجملة سوف نلجأ لاستعمال الأجزاء للمعدل، إذ نلاحظ أن المعدل المطبق هنا بين 5 % و5.25 % الموجودان في الجدول.

---

5 Hamini Allal, (2005), op cit, 90.

من الجدول المالي رقم 4 نجد:

$$\text{at } i=0.05 \rightarrow 8.863251$$

$$\text{at } i=0.0525 \rightarrow 8.739594$$

$$\text{at } i=0.0025 \rightarrow 0.123657$$

$$\text{at } i=0.01 \rightarrow n$$

نلاحظ أنه بارتفاع المعدل تنخفض قيمة الكسر الجدولية. وبالتالي كلما زادت المدة والمعدل تطرح القيمة الكسرية، وهنا يجب البحث عن الفرق في قيمة الكسر المقابلة للفرق في المعدل بين 5.1 % و5.25% والذي يقدر بـ 0.1 % باستعمال العلاقة الثلاثية وبوجوده يطرح من القيمة الكسرية المقابلة للمعدل 5 %.

$$8.863251-\frac{0.1*0.123657}{0.25}= 8.813789$$

$$V0= 5000*8.813789=44068.945$$

تحديد عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

باستعمال العلاقة العامة للقيمة الحالية للدفعات المؤخرة السداد نستطيع الوصول إلى حساب مختلف عناصرها:

✓ **تحديد قيمة الدفعة الثابتة:**

$$V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

وبالتالي تكتب العلاقة كالتالي:

$$a= V0*\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

من علاقة القيمة الحالية نجد (a)، والكسر ($\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$) موجود في الجدول المالي رقم 5.

مثال 16:

سلسلة من الدفعات الثابتة عددها 20 دفعة بمعدل فائدة 6.5 % سنويا، فكانت قيمتها الحالية تقدر بـ 32800.328 دينار. أحسب قيمة الدفعة؟

الحل:

$$a= V0*\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a= 32800.328*\frac{0.065}{1-(1+0.065)^{-20}}$$

$$a=2976.82656$$

✓ **تحديد معدل الفائدة:**

انطلاقا من العلاقة (V0) نحصر المقدار ($\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$) ونبحث عن (i) في الجدول المالي رقم 5، وعند الحصول على قيمة هذا الكسر بمعلومية (n) نقوم بعملية الحل بالأجزاء المتناسبة للمعدل.

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}= \frac{V0}{a}$$

مثال 17:

سلسلة دفعات ثابتة قيمة كل منها 3800 دينار لمدة 5 سنوات كانت قيمتها الحالية 17402.88 دينار. أوجد معدل الفائدة المطبق؟

الحل:

$$V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{(1+i)^{n}-1}{i} = \frac{17402.88}{3800} = 4.579705632$$

باللجوء إلى الجدول رقم 4 وعند (n=5) نجد أن المعدل هو (i=3%).

المحاضرة رقم 07

الدفعات

✓ **تحديد عدد الدفعات (المدة):**

حتى نحدد عدد الدفعات نحسب قيمة الكسر مثلما سبق وإذا كانت القيمة الكسرية المحسوبة من العلاقة:

$$\frac{V0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

وبمعلومية المعدل نبحث عن المدة في الجدول المالي رقم 4 عن (n) وإن لم نجدها، نلجأ إلى طريقة التناسب.

- **الدفعات الفورية (دفعات بداية المدة):** وهي التي يتم سداد مبالغها في بداية كل فترة، وتسمى أيضا دفعة غير عادية أو دفعة استثمار.

دفعات بداية المدة هي المبالغ التي تودع دوريا في بداية كل سنة أو فترة، الغرض منها تجميع أو تكوين رأسمال في نهاية مدة الإيداع، وما يجدر ملاحظته هنا أن هناك فرقا بين دفعات نهاية المدة ودفعات بداية المدة، حيث أن أول دفعة في النوع الأول تقدم في آخر الفترة أو السنة الأولى وآخرها يدفع في نهاية آخر مدة وفي نفس الوقت في نهاية مدة الإيداع الكلية [1]. أما النوع الثاني فإن أول دفعة تكون في بداية السنة الأولى وتتوافق مع أول مدة للإيداع أما آخر الدفعات في بداية السنة الأخيرة، أي سنة واحدة قبل نهاية مدة الإيداع.

1- القيمة المكتسبة للدفعات مقدمة السداد أو الفورية:

هذه الجملة هي عبارة عن ما ترسمل (تجمع) من الدفعات المتتالية في تاريخ نهاية مدة الإيداع أي بعد سنة أو فترة واحدة عن آخر دفعة [2]. حيث نرمز إلى:

(Vn): القيمة المكتسبة للدفعات.

(a): مبلغ الدفعة الثابتة.

(i): معدل الفائدة المركبة لدينار واحد.

(n): عدد الدفعات.

إذا افترضنا أن الدفعات هي ثابتة ومتساوية وتساوي (a)، الدفعات تكون في بداية المدة، ونريد حساب الجملة في نهاية الفترة (n).

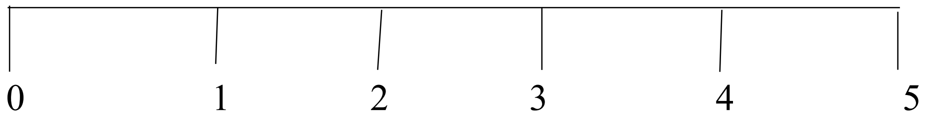
ويمكن حساب هذه الجملة:

✓ **باستعمال مجموع جمل الدفعات منفصلة:**

[1] منصر الياس، (2016)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة البويرة، ص 132.

[2] منصر الياس، **مرجع سبق ذكره**، ص 133.

لو فرضنا أن قيمة الدفعة الواحدة هو واحد دينار وأن هنالك خمس فترات زمنية وأن هذه الدفعات تدفع في بداية كل فترة زمنية وأن معدل الفائدة المركبة السنوية هو (i) حيث تكون:



الفترة الزمنية للدفعة الأولى هي 5 فترات.

الفترة الزمنية للدفعة الثانية هي 4 فترات.

الفترة الزمنية للدفعة الثالثة هي 3 فترات.

الفترة الزمنية للدفعة الرابعة هي فترتين.

الفترة الزمنية للدفعة الخامسة هي فترة واحدة.

حيث تكون جملة الدفعة الأولى = $1*(1+i)^5$

جملة الدفعة الثانية = $1*(1+i)^4$

جملة الدفعة الثالثة = $1*(1+i)^3$

جملة الدفعة الرابعة = $1*(1+i)^2$

جملة الدفعة الخامسة = $1*(1+i)^1$

ويمكن توضيح ذلك في الجدول التالي:

الدفعة أو الفترة	**المدة للدفعة**	**الجملة (Vn) عن الدفعة**
الأولى	(n) فترة	$a*(1+i)^n$
الثانية	(n-1) فترة	$a*(1+i)^{n-1}$
الثالثة	(n-2) فترة	$a*(1+i)^{n-2}$
....	....	……………….
....	....	……………….
ما قبل الأخيرة (n-1)	2 فترة	$a*(1+i)^2$
الأخيرة (n)	1 فترة	$a*(1+i)^1$

وعلى ضوء ما سبق فإن جملة الدفعات كاملة نرمز لها بالرمز (Vn) وهي مجموع الدفعات في الجدول. وبداية من آخر جملة نلاحظ متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a(1+i) وأساسها (1+i) وعدد حدودها (n).

$$Vn= 1(1+i)^1+1(1+i)^2+1(1+i)^3+1(1+i)^4+1(1+i)^5$$

وبصفة عامة يمكننا حساب جملة دفعات بداية المدة كاملة بتطبيق القانون التالي:

$$Vn= a(1+i)^1+a(1+i)^2+a(1+i)^3+a(1+i)^4+\dots a(1+i)^{n-1}+a(1+i)^n$$

$$Vn= a(1+i)[1+(1+i)^1+a(1+i)^2+a(1+i)^3+\dots a(1+i)^{n-2}+a(1+i)^{n-1}]$$

$$S=a(1+i)\,\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}= a(1+i) * \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$Vn= a(1+i) * \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

وبالمقارنة مع جملة الدفعات لنهاية المدة نجد أن جملة الدفعات لبداية المدة تساوي جملة الدفعات لنهاية المدة مضروبة في (1+i).

✓ **باستعمال جملة دفعات نهاية المدة:**

باعتبار أن مدة دفعات بداية الفترة تزيد في زمنها عن دفعات نهاية الفترة بفترة واحدة، فهذا يعني أن جملة الأولى هي جملة الثانية بعد فترة واحدة، ونصل إلى نفس النتيجة السابقة. وفي حساب هذه الجملة قد نصادف حالتين، حالة وجود المعدل في الجدول وحالة عدم وجود المعدل في الجدول، حيث أنه في هذه الحالة نلجأ إلى الأجزاء المتناسبة بنفس الطريقة في دفعات التسديد [3].

مثال 18:

شخص يودع دفعات ثابتة سنوية (بداية السنة) قيمة كل منها 170000 دينار بمعدل فائدة 8 % سنوية ولمدة 8 سنوات. أحسب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية المدة.

الحل:

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}$$

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

[3] Hammini Allal, Op Cit, p 150.

$$Vn= 170000(1.08)*\frac{(1+0.08)^{8}-1}{0.08}$$

$$Vn= 1952884.8325$$

القيمة المكتسبة أو الجملة هي مجموع الجمل، وهي تشكل متتالية هندسية عدد حدودها (n) وحدها الأول a(1+i)، وأساسها (1+i).

وعليه فإن جملة الدفعات بداية المدة تحسب بالعلاقة التالية:

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^{n}-1}{(1+i)-1}$$

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

مثال 19:

ما هي جملة 6 دفعات استثمار تدفع في أول كل عام قيمة كل منها 1000 دينار بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا.

الحل:

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^{n}-1}{(1+i)-1}$$

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$Vn= 1000(1.06)*\frac{(1+0.06)^{6}-1}{0.06}$$

$$Vn= 7393.8376$$

مثال 20:

مؤسسة تودع في بداية كل سنة مبلغ 60000 دينار في بنك لمدة 6 سنوات.

أحسب جملة ما تجمع لهذه المؤسسة، إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي 7 %.

الحل:

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^{n}-1}{(1+i)-1}$$

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$Vn= 60000(1+0.07)*\frac{(1+0.07)^6-1}{0.07}$$

$$Vn= 459241.26$$

2- تحديد عناصر جملة الدفعات لنهاية المدة:

باستخدام العلاقة العامة لجملة الدفعات بداية المدة يمكن استنتاج مختلف عناصرها:

- **تحديد قيمة الدفعة (a):**

من قانون جملة الدفعات يمكننا استنتاج قيمة الدفعة (a):

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$a= Vn(1+i)^{-1}*\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

مثال 21:

أحسب مبلغ الدفعة التي تسمح بتكوين رأسمال قدره 200000 دينار بعد 10 سنوات، بمعدل فائدة 8 % سنويا. حيث أن الدفعة الأولى تكون عند الانفاق.

الحل:

$$a= Vn(1+i)^{-1}*\frac{i}{(1+i)^n-1}$$

$$a= 200000(1+0.08)^{-1}*\frac{0.08}{(1+0.08)^{10}-1}$$

$$a= 5701.93$$

- **تحديد معدل الفائدة (i):**

من العلاقة العامة للجملة نحصر قيمة الكسر ونبحث عن قيمة (i) المقابلة عند (n=n+1).

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}(1+i) = \frac{Vn}{a}$$

وفي حالة عدم تساوي الكسر المحسوب في هذه العلاقة مع أي قيمة جدولية نلجأ إلى عملية التناسب بالجزاء لنصل إلى قيمة (i).

مثال 22:

كون أحد الأشخاص مبلغ 54684.09 دينار بعد 5 سنوات بدفعات ثابتة سنوية قيمتها 10000 دينار، فما هو معدل الفائدة المعمول به؟

الحل:

بتطبيق العلاقة العامة للجملة:

$$Vn= a(1+i)*\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$\frac{Vn}{a} = (1+i)\ \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^5-1}{i}\ (1+i) = \quad \frac{54684.09}{10000} = 5.468409$$

$$\frac{(1+i)^6-1}{i} - 1 = 5.468409$$

$$\frac{(1+i)^6-1}{i} = 6.468409$$

من الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذه القيمة تقابل المعدل (i=3 %).

- **تحديد عدد الدفعات (المدة):**

وعكس البحث عن المعدل، فبمعلومية المعدل نبحث عن (n+1) في الجدول المالي رقم 3 وهي القيمة ('n) المقابلة للمعدل عند قيمة الكسر الجدولية، واستخراج (n) يتم بطرح واحد صحيح من المدة ('n) المحصل عليها في الجدول.

مثال 23:

يريد تاجر معرفة المدة اللازمة لتكوين رأسمال قدره 137965.68 دينار بعد الدفعة الأخيرة بدفعات متساوية، تدفع بداية سنة قدرها 2000 دينار إذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 10 % سنويا.

الحل:

من قانون العلاقة العامة لاحتساب الجملة:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}\ (1+i) = \quad \frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+0.1)^n-1}{0.1}\ (1+0.1) = \quad \frac{Vn}{a} = \frac{137965.68}{2000} = 68.98284$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذه القيمة تقابلها 6 أي 6 دفعات.

أ- القيمة الحالية للدفعات نهاية المدة أو (مؤخرة السداد):

القيمة الحالية لسلسة دفعات بداية المدة تساوي مجموع القيم الحالية لهذه الدفعات في تاريخ أول مدة الإيداع أي عند الفترة صفر، ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات [4]. أي أن هناك ثلاث طرق لحسابها والمتمثلة في:

الطريقة 1: باستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات منفصلة:

حيث نرمز إلى:

(V0): القيمة الحالية للدفعات.

(a): مبلغ الدفعة الثابتة.

(i): معدل الفائدة المركبة لدينار واحد.

(n): عدد الدفعات.

باستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات نحسب زمن الدفعات من تاريخ تقديمها إلى نقطة الصفر أو بداية مدة الإيداع.

$$V0=a(1+i)^{-(n-1)}+a(1+i)^{-(n-2)}+1(1+i)^{-(n-3)}+1(1+i)^{-(n-4)}+\ldots a(1+i)^{-1}+a$$

وبملاحظة عناصر هذه الجملة نجد أن طرفها الأيمن عبارة عن متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+i)^{-(n-1)}$ وأساسها (1+i) وعدد حدودها (n).

وبتطبيق قانون المتتالية الهندسية، تكون جملة مجموع الدفعات (V0):

$$V0= a(1+i)^{-(n-1)}[\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1}$$

$$V0= a* [\frac{(1+i)-(1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

$$V0=a*[\frac{i}{i}+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

ومنه نتحصل على العلاقة التالية:

$$V0= a*[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

[4] منصر الياس، **مرجع سبق ذكره**، ص 155.

نلاحظ أن القيمة الحالية لدفعات بداية المدة تنقص في المدة بـ 1 فترة وتزيد في القيمة بـ واحد صحيح مقارنة مع علاقة القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة.

وقد أعد الجدول رقم 4 لأداء نفس الدور حتى في القيمة الحالية لدفعات بداية المدة بحيث نطرح 1 من المدة لاستخراج قيمة الكسر من الجدول ونضيف إليه قيمة 1 لنطبقه في المعادلة.

الطريقة 2: باستعمال علاقة جملة دفعات بداية المدة:

نقوم بالبحث عن القيمة الحالية بتقديم قيمة الجملة إلى نقطة الصفر حسب العلاقة العامة:

$$V0=Vn(1+i)^{-n}$$

$$V0= a(1+i) * \frac{(1+i)^n-1}{i} *(1+i)^{-n}$$

$$V0= a*(1+i)^{(1-n)}* \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$V0=a*[\frac{(1+i)-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$V0=a*[1+\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$V0=a*[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

الطريقة 3: باستعمال علاقة القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

باعتبار أن الفرق بين النوعين هو فترة زمنية واحدة، فيمكن الحصول على مايلي:

$$V0=V0(1+i)$$

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} *(1+i)$$

$$V0=a*[\frac{(1+i)-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$V0=a*[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

وبالتالي:

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} *(1+i)$$

مثال 24:

يودع شخص في حسابه للتوفير كل بداية شهر مبلغ 24000 دينار، وهذا لمدة 26 شهر، بمعدل فائدة شهري 0.7 %.

الحل:

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} *(1+i)$$

$$V0= 24000* \frac{1-(1+0.007)^{-26}}{0.007} *(1+0.007)$$

$$V0=572677.86$$

تحديد عناصر القيمة الحالية للدفعات بداية المدة:

تحديد قيمة الدفعة الثابتة:

من علاقة القيمة الحالية لدفعات بداية المدة نص إلى استخراج العلاقة التي تسمح بإيجاد قيمة الدفعة الثابتة:

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} *(1+i)$$

من علاقة القيمة الحالية نصل إلى استخراج الدفعة، والعلاقة ($\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$) تستخرج من الجدول المالي رقم 5 أما القوس $(1+i)^{-1}$ فنجد قيمته في الجدول المالي رقم 2.

وبالتالي نحصل على العلاقة التالية:

$$a= V0* \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} *(1+i)^{-1}$$

مثال 25:

القيمة الحالية لـ 8 دفعات سنوية متساوية مبلغها 70024.54 دينار تدفع الأولى في الزمن 0 بمعدل 4 % سنويا. أحسب قيمة الدفعة؟

الحل:

$$a= V0* \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} *(1+i)^{-1}$$

$$a= 70024.54* \frac{0.04}{1-(1+0.04)^{-8}} *(1+0.04)^{-1}$$

$$a=70024.54*0.148527*0.961538=10000$$

من الجدول المالي رقم 4 نجد أن ($\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$) تساوي 0.148527.

من الجدول المالي رقم 2 نجد أن $(1+i)^{-1}$ تساوي 0.961538.

تحديد معدل الفائدة:

للوصول إلى ذلك نستخدم قانون القيمة الحالية بالاستعانة بالجداول المالية لاستخراج المعدل بمعلومية المدة.

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} *(1+i)$$

$$V0=a*[1+\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$\frac{V0}{a}= [1+\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$\frac{V0}{a}-1=\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}$$

وفي حالة عدم وجود قيمة الكسر في الجدول المالي رقم 4 نلجأ إلى عملية التناسب.

مثال 26:

ماهي قيمة المعدل المطبق لـ 8 دفعات سنوية متساوية قيمة كل منها 2000 دينار، وبلغت القيمة الحالية 13164.76 دينار.

الحل:

$$\frac{V0}{a}-1=\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}$$

$$\frac{13164.76}{2000}-1=\frac{1-(1+i)^{(1-8)}}{i}$$

$$5.58238= \frac{1-(1+i)^{(1-8)}}{i}$$

من الجدول نجد أن (i=6%).

تحديد عدد الدفعات (المدة):

للوصول إلى ذلك نستخدم قانون القيمة الحالية بالاستعانة بالجداول المالية لاستخراج عدد الدفعات أو المدة بمعلومية المعدل.

$$V0= a* \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} *(1+i)$$

$$V0=a*[1+\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$\frac{V0}{a(1+i)}= [\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

المحاضرة رقم 08

تسوية واستبدال الديون طويلة الأجل بفائدة مركبة

مثال 27:

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة تقدر بـ 19081.38 دينار، حيث تم تحصيل هذه القيمة من خلال عدد من الدفعات بلغت الواحدة 3500 دينار بمعدل 4 % سنويا. أحسب عدد هذه الدفعات؟

الحل:

من العلاقة السابقة نجد:

$$\frac{V0}{a(1+i)}= [\frac{1-(1+i)^{(1-n)}}{i}]$$

$$\frac{19.081.38}{3500(1.04)}= [\frac{1-(1.04)^{(1-n)}}{0.04}]$$

$$5.24213736= [\frac{1-(1.04)^{(1-n)}}{0.04}]$$

من الجدول المالي نجد أن عدد الدفعات (n=6).

2-2-1 تصنيف الدفعات حسب مددها: يمكن تصنيف الدفعات حسب مددها إلى ثلاثة أنواع [1]:

- **الدفعات المؤكدة:** وهي التي تبدأ وتنتهي في تواريخ محددة.
- **الدفعات الدائمة:** وهي التي تبدأ مدتها في تاريخ محدد ولكنها لا تنتهي أبدا. ومثال ذلك ريع قطعة أرض، أو فوائد سند معين.
- **الدفعة المشروطة:** وهي التي تبدأ مدتها في تاريخ محدد، ولكن انتهاءها يتوقف على شرط معين يحدث في المستقبل. ومثال ذلك أقساط التأمين على الحياة التي تدفع عندما يكون الشخص المؤمن عليه على قيد الحياة وتتوقف عندما يموت.

3-2-1 تصنيف الدفعات حسب بداية دفعها:

- **الدفعة العاجلة:** وهي التي يستحق أول مبالغها في الفترة الأولى، فإذا كانت عادية فيستحق أول مبالغها في نهاية الفترة الأولى، وإذا كانت فورية يستحق أول مبالغها في بداية الفترة الأولى.
- **الدفعة المؤجلة:** وهي التي يستحق أول مبالغها بعد انقضاء فترة من الزمن.

في دراستنا للدفعات المتساوية، عندما نذكر لفظ دفعات متساوية نقصد بها دفعات عادية مؤكدة، إلا إذا ذكر العكس.

تسوية الديون:

المقصود في تسوية الديون هو سداد الديون في غير موعد استحقاقها، أو استبدال الديون بديون أخرى تستحق هذه الديون قبل موعد الاستحقاق الأصلية أو أن يكون بعد استحقاق الديون الأصلية.

---

[1] امتثال حسن و آخرون، **مرجع سبق ذكره**، ص 84.

استبدال الديون:

يقوم كثير من المدينين باستبدال ديونهم إلى دين أو ديون جديدة تستحق بتواريخ مختلفة عن تاريخ سداد الدين القديم قبل أو بعد استحقاق هذا الدين ففي الحالتين يكون للديون الجديدة قيمة تختلف عن قيمة الدين الأصلي أو الديون الأصلية ويعتمد هذا الاختلاف على الفترة الزمنية، وعلى تاريخ الاستحقاق الجديدة بعد تاريخ سداد الديون الأصلية أو قبلها.

- **تتغير القيمة الإسمية لأي دين بتغير تاريخ استحقاقه [2]:**

تزيد القيمة الاسمية إذا تأخر تاريخ استحقاق الدين الجديد عن تاريخ استحقاقه الأصلي، بينما تقل هذه القيمة إذا تم تقديم تاريخ استحقاقه الجديد عن تاريخ استحقاقه الأصلي.

- **معادلة القيمة والأشكال المتعددة لتسوية الديون:**

إذا كان هناك عدة ديون متساوية أو مختلفة القيمة تستحق في تواريخ محددة، وأراد استبدالها بدين واحد، أو بعدة ديون جديدة مختلفة سواء من حيث القيمة أو من حيث تاريخ الاستحقاق أو كلاهما معا، فإنه حتى لا يضار كل من المدين أو الدائن من عملية الاستبدال المشار إليها، يجب أن تتعادل مجموع قيم المبالغ أو الديون الأصلية (القديمة) في تاريخ محدد بمجموع قيم المبالغ أو الديون المعدلة أو (الجديدة) في نفس التاريخ، وهذه المعادلة تسمى معادلة القيمة ومن هذه المعادلة يمكننا إيجاد قيم المبالغ أو الديون المجهولة.

وستكون الصورة العامة لمعادلة القيمة:

قيمة المبالغ أو الديون (الأصلية أو القديمة) في تاريخ محدد= قيمة المبالغ أو الديون المعدلة (الجديدة) في نفس التاريخ.

ويختلف شكل التسوية، باختلاف التاريخ المحدد لإجراء التسوية، وبناء على ذلك تأخذ التسوية أحد الأشكال التالية:

أولا: أن تتم التسوية حالا، أو عند تاريخ أقصر دين (سواء للديون القديمة أو الديون الجديدة). هنا تعتمد معادلة القيمة على قانون القيمة الحالية عند إيجاد قيم كل من الديون القديمة والديون الجديدة في تاريخ التسوية. القيمة الحالية للديون الأصلية أي القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة.

ثانيا: أن تتم التسوية عند تاريخ أطول دين (سواء بالنسبة للديون القديمة أو الديون الجديدة). هنا تعتمد معادلة القيمة على قانون الجملة عند إيجاد قيم كل من الديون القديمة، أو الديون الجديدة في

[2] إبراهيم عبد ربه، (2006)، **"رياضيات التمويل والاستثمار"**، الدار الجامعية، الإسكندرية، ص247.

تاريخ التسوية. جملة الديون الأصلية (القديمة) في تاريخ التسوية= جملة الديون المعدلة (الجديدة) في نفس التاريخ.

فإذا استحق دفع الديون الجديدة قبل تاريخ الاستحقاق للديون الأصلية فإن قيمة الديون الجديدة تكون عبارة عن القيمة الحالية للديون الأصلية في تاريخ الاستحقاق الجديد.

وإذا استحق دفع الديون الجديدة بعد تاريخ الاستحقاق للديون الأصلية فإن قيمة الديون الجديدة تكون عبارة عن جملة مبالغ الديون الأصلية في تاريخ الاستحقاق الجديد [3].

I. حالة استبدال الدين أو الديون القديمة بدين جديد تاريخ استحقاقه يسبق تاريخ الدين القديم:

في بعض الحالات يتم الاتفاق بين المدين والدائن على استبدال الديون أو الدين بدين جديد يستحق الدفع بتاريخ سابق لتاريخ الدين القديم. وهذا يعني أن المدين يقوم بتسديد الدين قبل تاريخ استحقاقه المتفق عليه. وكما سبق ذكره فإن تاريخ الاستحقاق الجديد سيمثل النقطة الزمنية التي تتساوى عندها قيمة الدين أو الديون القديمة مع قيمة الدين أو الديون الجديدة. وبما أن التاريخ الجديد لدفع الدين يسبق تاريخ الدين القديم، أي أن المدين سيدفع التزاماته قبل موعد استحقاقه، بمعنى أن المدين سيستفيد من خفض القيمة بسبب تعجيل موعد استحقاق الدين الجديد. وهذا يعني حساب القيمة الحالية للدين أو الديون القديمة عند تاريخ الاستحقاق الجديد وفق الصيغة التالية:

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^{n}}$$

(Va): القيمة الحالية للدين.

(V0): قيمة الدين القديم.

(n): تمثل الفترة الزمنية ما بين تاريخ الاستحقاق القديم للدين وتاريخ الاستحقاق الجديد.

في حالة وجود أكثر من دين فتحسب القيم الحالية لكل دين عند تاريخ الاستحقاق الجديد بحيث يمثل مجموع القيم الحالية لهذه الديون قيمة الدين الجديد.

مثال 1:

قام تاجر بعقد عدة صفقات تجارية ترتب عنها ديون مستحقة على هذا التاجر وكما يلي:

دين مقداره 50000 دينار يستحق الدفع بتاريخ 2013/12/31.

دين مقداره 45000 دينار يستحق الدفع بتاريخ 2015/12/31.

دين مقداره 75000 دينار يستحق الدفع بتاريخ 2016/12/31.

[3] غازي المومني، **مرجع سبق ذكره**، ص 147.

فإذا اتفق التاجر على استبدال هذه الديون بدين جديد يستحق الدفع في نهاية عام 2011، فكم تبلغ قيمة الدين الجديد علما بأن معدل الفائدة المركبة المحسوبة تبلغ 6 % سنويا؟

الحل:

بما أن تاريخ استحقاق الدين الجديد هو نهاية عام 2011، وهو يسبق جميع تواريخ الديون القديمة، فإن ذلك يتطلب حساب القيمة الحالية للديون القديمة عند تاريخ الاستحقاق الجديد وهو نهاية عام 2011. وعليه فإن القيمة الحالية للديون القديمة تحتسب كما يلي:

الدين الأول:

المدة الزمنية بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد تساوي سنتان، (الفرق بين 2013 و2011).

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=50000*\frac{1}{(1+0.06)^2}$$

$$Va=44500$$

الدين الثاني:

المدة الزمنية بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد تساوي 4 سنوات، (الفرق بين 2015 و2011).

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=45000*\frac{1}{(1+0.06)^4}$$

$$Va=35645$$

الدين الثالث:

المدة الزمنية بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد تساوي 5 سنوات، (الفرق بين 2016 و2011).

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=75000*\frac{1}{(1+0.06)^5}$$

$$Va=56044$$

القيمة الحالية للدين الجديد = 44500+35645+ 56044= 136189 دينار.

مثال 2:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

20000 دينار تستحق الدفع بعد 3 سنوات من الآن.

15000 دينار تستحق الدفع بعد أربع سنوات من الآن.

25000 دينار تستحق الدفع بعد خمس سنوات من الآن.

32000 دينار تستحق الدفع بعد ست سنوات من الآن.

أراد المدين استبدال هذه الديون بدينين جديدين متساويين في القيمة بحيث يستحق دفع الأول بعد سنة من الآن، والثاني بعد سنتين من الآن. فكم تبلغ قيمة كل من الدينين الجديدين، علما بأن معدل الفائدة المحسوبة هي 4 % سنويا؟

الحل:

بما أن الديون الأربعة القديمة تستبدل بدينين جديدين وبتاريخين مختلفين فإن ذلك يتطلب تجميع هذه الديون الأربعة في تاريخ استحقاق واحد لكي يتم توزيعها على دينين متساويين بالقيمة ولكن بتواريخ مختلفة، عليه نجد قيمة هذه الديون القديمة محسوبة بتاريخ معين واحد. ويمكن أن نختار تاريخ استحقاق الدين الأول القديم، الذي يستحق الدفع بعد ثلاث سنوات من الآن، ليمثل النقطة الزمنية التي تحسب عندها قيم الديون القديمة الأخرى. وبذلك نحسب قيم الديون عند تاريخ استحقاق الدين الأول وكما يلي:

قيمة الدين الأول القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي 20000 دينار.

قيمة الدين الثاني القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي:

$$Va=15000*\frac{1}{(1+0.04)^1}$$

$$Va=14423$$

قيمة الدين الثالث القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي:

$$Va=25000*\frac{1}{(1+0.04)^2}$$

$$Va=23114$$

قيمة الدين الرابع القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي:

$$Va=32000*\frac{1}{(1+0.04)^3}$$

$$Va=28448$$

مجموع قيم الديون عند تاريخ استحقاق الدين الأول =20000+14423+23114+28448= 85985 دينار.

ولكي يتم استبدال قيمة هذه الديون القديمة بعد احتسابها في نقطة زمنية معينة (كأنها أصبحت دين واحد) بدينين جديدين متساويين نجعل هذه القيمة مساوية إلى قيمة الدينين الجديدين يستحقان الدفع بتاريخين مختلفين وكالآتي:

من الواضح أن الفترة الزمنية للدين الأول الجديد (وهي الفترة ما بين تاريخ استحقاقه وتاريخ استحقاق الديون السابقة تساوي سنتان، والفترة الزمنية للدين الثاني الجديد تساوي سنة واحدة، عليه فإن قيمة الديون الأربعة القديمة عند تاريخ استحقاق الدين الأول القديم تتمثل بالعلاقة التالية:

$$\sum Va= Nv\ (1+i)^2+Nv(1+i)$$

$$\sum Va= Nv(1+i)[1+i+1]$$

$$\sum Va= Nv(1+i)(2+i)$$

$$85985 = Nv(1+0.04)(2+0.04)$$

$$85985=Nv(1.04)(2.04)$$

$$Nv= 40528$$

وعليه قيمة الدين الواحد هي 40528 دينار.

مثال 3:

تاجر مدين بالمبالغ الآتية:

12000 دينار تستحق بعد 3 سنوات.

15000 دينار تستحق بعد 5 سنوات.

20000 دينار تستحق الدفع بعد 6 سنوات.

يريد استبدال الديون السابقة بدينين جديدين متساويين، يستحق الأول منهم بعد 4 سنوات والآخر بعد 7 سنوات، والمطلوب إيجاد قيمة كل من الدينين الجديدين إذا حسبت الفائدة المركبة بمعدل 9 % سنويا.

الحل:

المدة بين تاريخ التسوية وتاريخ أي دين يساوي **(تاريخ الدين- تاريخ التسوية).**

بما أن الديون الثلاث القديمة تستبدل بدينين جديدين وبتاريخين مختلفين فإن ذلك يتطلب تجميع هذه الديون الثلاث في تاريخ استحقاق واحد لكي يتم توزيعها على دينين متساويين بالقيمة ولكن بتواريخ مختلفة، عليه نجد قيمة هذه الديون القديمة محسوبة بتاريخ معين واحد. ويمكن أن نختار تاريخ استحقاق الدين الأول القديم، الذي يستحق الدفع بعد ثلاث سنوات من الآن، ليمثل النقطة الزمنية التي تحسب عندها قيم الديون القديمة الأخرى. وبذلك نحسب قيم الديون عند تاريخ استحقاق الدين الأول وكما يلي:

قيمة الدين الأول القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي 12000 دينار.

قيمة الدين الثاني القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي:

$$Va=15000*\frac{1}{(1+0.09)^2}$$

$$Va=12625$$

قيمة الدين الثالث القديم بتاريخ استحقاق الدين الأول القديم تساوي:

$$Va=20000*\frac{1}{(1+0.09)^3}$$

$$Va=15444$$

مجموع قيم الديون عند تاريخ استحقاق الدين الأول =12000+12625+15444 =40069 دينار.

مدة الدين الأول الجديد هي 4-3= 1 سنة.

مدة الدين الثاني الجديد هي 7-3= 4 سنوات.

$$\sum Va= Nv\ (1+i)^1+Nv(1+i)^4$$

$$\sum Va= Nv\ (1+0.09)^1+Nv\ (1+0.09)^4$$

$$40069 = Nv(1.09)+ Nv(1.41158161)$$

$$40069=Nv(2.50158161)$$

$$Nv= 16017.5$$

وعليه قيمة الدين الواحد هي 16017.5 دينار.

II. حالة استبدال الدين أو الديون القديمة بدين جديد تاريخ استحقاقه يلحق تاريخ الدين القديم:

في هذه الحالة يتم الاتفاق بين المدين والدائن على استبدال الدين أو الديون بدين جديد يستحق الدفع بتاريخ لاحق لتاريخ الدين أو الديون القديمة. وهذا يعني أن المدين يقوم بتمديد فترة استحقاق الدين، أي تأجيل الدين إلى تاريخ لاحق، مما يترتب على ذلك إضافة فوائد أي أعباء إضافية على المدين للفترة المضافة أو فترة التمديد.

وعليه فإن قيمة الدين الجديد يستحق الدفع بتاريخ لاحق يمثل حساب جملة ذلك الدين لفترة زمنية تمثل المدة ما بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد.

إذن قيمة الدين الجديد هي جملة الدين للمدة ما بين تاريخ الدين الأصلي وتاريخ الاستحقاق الجديد، ويمكن احتسابها بالعلاقة التالية:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

حيث:

(Vn): جملة المبلغ.

(a): قيمة أصل الدين.

(n): تمثل المدة الزمنية ما بين تاريخ نشوء أصل الدين وتاريخ الاستحقاق الجديد.

مثال 4:

شخص مدين بمبلغ 65000 دينار يستحق الدفع بتاريخ 15 سبتمبر 2013، فإذا اتفق هذا الشخص مع الدائن على استبدال الدين بدين آخر بنفس القيمة ولكن يستحق بتاريخ 15 سبتمبر 2015، فكم ستصبح قيمة الدين إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة تبلغ 8 % سنويا.

الحل:

بما أن تاريخ الدين الجديد هو لاحق لتاريخ الدين القديم فإن قيمة الدين الجديد تساوي:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=65000*(1+0.08)^2$$

$$Vn=75816$$

وعليه قيمة الدين الجديد هي 75816 دينار.

مثال 5:

دين قيمته 85000 دينار يستحق الدفع بعد أربع سنوات، فإذا اتفق المدين مع الدائن على استبدال أو تأجيل الدين لمدة إضافية تقدر بثلاث سنوات، فكمتبلغ قيمة الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة يبلغ 7 % سنويا؟

الحل:

بما أن تاريخ الدين الجديد هو لاحق لتاريخ الدين القديم فقد أضاف المدين ثلاث سنوات أحرى على مدة الدين القديم، وعليه قيمة الدين الجديد تصبح:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=65000*(1+0.07)^3$$

$$Vn=104128.655$$

وعليه قيمة الدين الجديد هي 104128.655 دينار.

مثال 6:

مدين دائن بثلاث مبالغ هي:

الدين الأول بمبلغ 15000 دينار يستحق الدفع بعد سنة من الآن.

الدين الثاني بمبلغ 35000 دينار يستحق الدفع بعد سنتين من الآن.

الدين الثالث بمبلغ 52000 دينار يستحق الدفع بعد ثلاث سنوات من الآن.

فاذا أراد المدين أن يستبدل هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع بعد خمس سنوات من الآن فكم تبلغ قيمة الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة 6.5 % سنويا؟

الحل:

مدة الدين الأول تساوي 5-1=4 سنوات.

مدة الدين الثاني تساوي 5-2= 3 سنوات.

مدة الدين الثالث تساوي 5-3= 2 سنوات.

قيمة الدين الأول بتاريخ الاستحقاق الجديد:

$$Vn=a*(1+i)^n$$
$$Vn=15000*(1+0.065)^4$$
$$Vn=19297$$

قيمة الدين الثاني بتاريخ الاستحقاق الجديد:

$$Vn=a*(1+i)^n$$
$$Vn=35000*(1+0.065)^3$$
$$Vn=42278$$

قيمة الدين الثالث بتاريخ الاستحقاق الجديد:

$$Vn=a*(1+i)^n$$
$$Vn=52000*(1+0.065)^2$$
$$Vn=58979$$

قيمة الدين الجديد= 19297+42278+58979 =120554 دينار.

III. حالة استبدال الديون القديمة بدين جديد تاريخ استحقاقه يقع بين تواريخ استحقاقات الديون القديمة:

في هذه الحالة يقوم الشخص باستبدال ديونه القديمة التي تستحق بتواريخ متباينة بدين جديد يستحق بتاريخ معين، بحيث يكون هذا التاريخ يقع بين تواريخ استحقاقات الديون القديمة. فبعضها ستكون لاحقة لتاريخ استحقاق الدين الجديد في حين هناك تواريخ تسبق هذا التاريخ الجديد. فهناك بعض الديون ستدفع بعد تواريخ استحقاقها الأصلية أي تأجيل دفعها في حين تدفع الديون الأخرى قبل موعد استحقاقها. فبالنسبة للديون التي تقع تواريخ استحقاقها قبل تاريخ استحقاق الدين الجديد فإنه يترتب عن ذلك إضافة فوائد للفترة ما بين تواريخ استحقاقاتها وتاريخ استحقاق الدين الجديد. أما بالنسبة للديون التي تقع تواريخ استحقاقاتها بعد تاريخ استحقاق الدين الجديد فإنه يترتب عن ذلك خصم لهذه الديون للفترة ما بين تواريخ استحقاقاتها وتاريخ الدين الجديد. ففي مثل هذه الحالات فإن

المدين سوف يستفيد من خصم عن الديون القديمة التي تقع تواريخ استحقاقاتها ما بعد تاريخ الدين الجديد في حين يتحمل عبء إضافي عن الديون القديمة التي تسبق تاريخ استحقاق الدين الجديد.
وعليه تحتسب قيمة الدين الجديد وفق الصيغة التالية:
قيمة الدين الجديد=جملة الديون التي تقع تواريخ استحقاقها قبل تاريخ الاستحقاق الجديد+ مجموع القيم الحالية للديون التي تواريخ استحقاقها تلي تاريخ الاستحقاق الجديد.

مثال 7:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

100000 دينار تستحق الدفع في بداية عام 2015.

75000 دينار تستحق الدفع في بداية عام 2016.

60000 دينار تستحق الدفع في بداية عام 2017.

45000 دينار تستحق الدفع في بداية عام 2012.

40000 دينار تستحق الدفع في بداية عام 2013.

فإذا اتفق المدين مع الدائن على استبدال الديون جميعها بدين جديد يستحق الدفع في بداية عام 2014 فكم تبلغ قيمة الدين الجديد إذا علمت بأن معدل الفائدة المركبة يبلغ 8 % سنويا؟

الحل:

الدين الجديد بتاريخ محدد= مجموع قيم الديون القديمة عند ذلك التاريخ المحدد.
بما أن التاريخ الجديد هو 2014 فعليه هناك 3 ديون تقع بعد 2014 وعليه تحتسب لها القيم الحالية عند تاريخ 2014. وعليه فإن القيمة الحالية للديون القديمة تحتسب كما يلي:

الدين الأول:

المدة الزمنية بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد تساوي سنة، (الفرق بين 2015 و2014).

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=100000*\frac{1}{(1+0.08)^1}$$

$$Va=92592.6$$

الدين الثاني:

المدة الزمنية بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد تساوي سنتين، (الفرق بين 2016 و2014).

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=75000*\frac{1}{(1+0.08)^2}$$

$$Va=64300.41$$

الدين الثالث:

المدة الزمنية بين تاريخ الاستحقاق القديم وتاريخ الاستحقاق الجديد تساوي ثلاث سنوات، (الفرق بين 2017 و2014).

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=60000*\frac{1}{(1+0.08)^3}$$

$$Va=47629.93$$

القيمة الحالية للدين الجديد = 92592.6+64300.41+ 47629.93 =204522.94 دينار.

أما كل من الدين الرابع والخامس يسبقان تاريخ الاستحقاق الجديد وعليه يتم احتساب جملتيهما عند هذا التاريخ.

مدة الدين الرابع تساوي 2014-2012= 2 سنوات.

مدة الدين الخامس تساوي 2014-2013= 1 سنة.

قيمة الدين الرابع بتاريخ الاستحقاق الجديد:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=45000*(1+0.08)^2$$

$$Vn=52488$$

قيمة الدين الخامس بتاريخ الاستحقاق الجديد:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=40000*(1+0.08)^1$$

$$Vn=43200$$

وعليه قيمة الدين الجديد =

92592.6+64300.41+47629.93+52488+43200=300210.94 دينار.

المحاضرة رقم 09

سداد الديون طويلة الأجل على أقساط متساوية منتظمة أو استهلاك القروض

مثال 8:

اقترض شخص في بداية عام 2015 المبالغ التالية من إحدى البنوك وفق الشروط التالية:

48000 دينار تدفع بعد مرور 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 9 % سنويا.

52000 دينار تدفع بعد خمس سنوات بمعدل فائدة مركبة 8 % سنويا.

32000 دينار تدفع بعد 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8.5 % سنويا.

عند تاريخ استحقاق الدين الأول وقبل تسديده اتفق الشخص مع البنك على دفع مبلغ 25000 دينار فورا من قيمة الدين الأول واستبدال ما تبقى عليه من ديون بدين جديد مدته ثلاث سنوات بفائدة مركبة مقدارها 10 % سنويا. أحسب قيمة الدين الجديد الذي سيدفعه الشخص للبنك؟

الحل:

نحسب أولا جملة الديون حسب مددها ومعدلات الفائدة السنوية:

قيمة الدين الأول:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=48000*(1+0.09)^3$$

$$Vn=62161.39$$

قيمة الدين الثاني:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=52000*(1+0.08)^5$$

$$Vn=76405.05$$

قيمة الدين الثالث:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=32000*(1+0.085)^8$$

$$Vn=56644.55$$

نحسب الآن القيم الحالية للديون الثلاث عند تاريخ استحقاق الدين الأول:

القيمة الحالية للدين الثاني:

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=76405.05*\frac{1}{(1+0.08)^2}$$

$$Va=65505.015$$

القيمة الحالية للدين الثالث:

$$Va=V0*\frac{1}{(1+i)^n}$$

$$Va=56644.55*\frac{1}{(1+0.085)^5}$$

$$Va=37671.2$$

أما القيمة الحالية للدين الأول عند تاريخ الاستحقاق هي نفسها قيمة الدين في ذلك التاريخ. وبما أن الشخص المدين قد دفع مبلغ 25000 دينار من قيمة القرض الأول لذلك فإن قيمة الديون المتبقية عليه هند تاريخ استحقاق الدين الأول تساوي: (قيمة الدين الثاني+ قيمة الدين الثالث+ ما تبقى من قيمة الدين الأول).

قيمة الديون المتبقية= 37671.2+65505.015+(25000-62161.39).

قيمة الديون المتبقية=140337.605 دينار.

قيمة الدين الجديد الذي سيدفعه الشخص للبنك يساوي:

$$Vn=a*(1+i)^n$$

$$Vn=140337.605*(1+0.1)^3$$

$$Vn=186789.35$$

يقصد باستهلاك القروض سداد قيمتها من قبل الشخص المقترض (المدين) إلى الشخص المقرض (الدائن)، وبتسديد قيمة القرض تبدأ ذمة المقترض من مديونته للمقرض (الدائن)، وبتسديد قيمة القرض تبدأ ذمة المقترض من مديونته للمقرض. وعقد القرض يعد وثيقة قانونية لذلك يجب تسجيلها في مصلحة الإشهار والتسجيل حتى تكون لها الصبغة القانونية الملزمة في التعاقد. ويتضمن عقد القرض عادة البيانات التالية:

مبلغ القرض، تاريخ عقد القرض، معدل الفائدة ونوعها، طريقة استهلاك القرض، نوع وقيمة الضمان، المحاكم المختصة للنظر في الدعاوى في حالة وجود خلاف[1].

من بين مصادر التمويل الخارجية للمؤسسات الاقتصادية، نجد الديون المتوسطة والطويلة الآجل، والتي تتحصل عليها المؤسسة في شكل مادي أو نقدي، نجد القروض ذات المصدر الوحيد.

القروض ذات المصدر الوحيد: وهي قروض متحصل عليها من مقرض وحيد، وعادة ما يكون مؤسسة مالية أو مصرفية، يتم تسديد هذا النوع من القروض، بطريقتين [2]:

1- طريقة الاستهلاك المتساوي:

---

[1] أحمد بركات، (2014)، **"الرياضيات المالية"**، دار بلقيس للنشر، دار البيضاء، الجزائر، ص 68.

[2] أحمد زيطوط، (2018)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك، جامعة زيان عاشور، الجلفة، ص 36.

وتتلخص هذه الطريقة في تقسيم أصل القرض إلى أجزاء متساوية بحيث يدفع المقترض في نهاية كل وحدة زمنية معينة إلى المقرض ما يلي:

- جزء ثابت من أصل القرض يعرف بالاستهلاك المتساوي ويحسب على أساس تقسيم مبلغ القرض (القيمة الحالية) (V0) على مدة السداد (n).
- الفائدة التي تستحق على رصيد أصل القرض في أول وحدة زمن. ويلاحظ في حساب الفائدة بأن النتائج لن تتغير سواء استخدمنا الفائدة البسيطة أو الفائدة المركبة.

يكون التسديد في هذه الطريقة بصفة دورية أو سنوية أو سداسية..... وباستهلاكات ثابتة، وبدفعات متناقصة، ويحسب الاستهلاك الثابت للفترة بقسمة أصل القرض على عدد الدفعات.

من أجل اعداد جدول استهلاك القرض باستهلاكات ثابتة، نقوم بحساب قيمة استهلاك الفترة الثابتة:

$$M=\frac{V0}{n}$$

أما مبلغ الدفعة المتغير: ($a=M+I$).

جداول استهلاك القروض:

يقوم بعض الدائنون بإعداد جداول لتلخيص قيمة استهلاك أي قرض حيث يتم تسجيل قيمة كل دفعة مجزئة إلى القيمة التي تخص القرض الأصلي والقيمة التي تخص الفائدة، ويمكن أن يحتوي جداول استهلاك القروض بالبيانات التالية [3]:

- ✓ الوحدة الزمنية وتكون كأرقام متسلسلة مثل الوحدة الزمنية الأولى ثم الوحدة الزمنية...إلخ.
- ✓ رصيد القرض في أول كل فترة زمنية.
- ✓ مقدار الفائدة المستحقة لكل فترة زمنية وتكون عادة في نهاية كل فترة زمنية.
- ✓ القسط السنوي المتساوي وهو عبارة عن جزء من القسط وقيمة الفائدة المستحقة لكل فترة زمنية.
- ✓ قيمة الجزء الذي يخص القرض أو قيمة استهلاك من أصل القرض.
- ✓ الباقي من الأصل في آخر كل فترة زمنية أو بعبارة أخرى الرصيد في نهاية كل فترة زمنية.

وجدول استهلاك القروض يأخذ الشكل التالي:

الفترة (n)	**الدين المتبقي في بداية الفترة (Vx)**	**فائدة الفترة (I)**	**الدفعة ($a_x=M+I_x$)**	**رصيد القرض أول المدة ($M=\frac{V0}{n}$)**	**الدين المتبقي في نهاية الفترة (Vx-M)**

[3] غازي المومني، (2006)، **"الرياضيات المالية المعاصرة"**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، ص 264.

(Vx-M)	**$(M=\frac{V0}{n})$**	$M+I_1$	$V0*i=I_1$	V_0	1
(Vx-M)	**$(M=\frac{V0}{n})$**	$M+I_2$	$V1*i=I_2$	$V_1=V_0-M_1$	2
…	…	…	…	…	...
…	…	…	…	…	...
(Vx-M)	**$(M=\frac{V0}{n})$**	$M+I_{n-1}$	$V_{n-2}*i=I_{n-1}$	V_{n-2}	n-1
(Vx-M)		$M+ I_n$	$V_{n-1}*i=I_{n-2}$	V_{n-1}	n
	$\sum M$	$\sum a=n*a$	$\sum I$	-	$\sum$

وفيما يلي مثال تطبيقي لتوضيح هذه الطريقة:

مثال 1:

احدى المؤسسات اقترضت مبلغ 50000 دينار من أحد البنوك على أن يسدد بطريقة الاستهلاكات المتساوية على 5 أقساط سنوية بمعدل فائدة 5 % سنويا.

المطلوب: اعداد جدول استهلاك القروض؟

الحل:

نقوم أولا باحتساب قيمة الاستهلاك الثابت أو المتساوي (أصل القرض/عدد الدفعات):

$$M=\frac{V0}{n}$$

$$M=\frac{50000}{5}$$

$$M=10000$$

جدول استهلاك القرض بالاستهلاك المتساوي:

السنة (n)	**رصيد القرض أول المدة (V0)**	**الفائدة (I)**	**الاستهلاك المتساوي (M)**	**القسط (a)**	**رصيد القرض آخر المدة (Vx)**
1	50000	2500	10000	12500	40000
2	40000	2000	10000	12000	30000
3	30000	1500	10000	11500	20000
4	20000	1000	10000	11000	10000
5	10000	500	10000	10500	0

المجموع	7500	50000	57500	

استنتاجات من جدول الاستهلاك:

أصل القرض=الاستهلاك المتساوي*عدد الأقساط.

أصل القرض= الفائدة (I)/معدل الفائدة (i).

القسط الأخير= الاستهلاك المتساوي+ فائدته.

= الاستهلاك المتساوي+ الاستهلاك المتساوي*معدل الفائدة.

(a=M+I)=

(a=M+M*i) =

مجموع الفوائد يشكل متتالية عددية حدها الأول فائدة القرض وحدها الأخير فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي وعدد حدودها هو عدد الأقساط وطبقا لقانون المتتالية فإن:

مجموع الفوائد= [(فائدة القرض +فائدة الاستهلاك) /2] * عدد الأقساط.

$$\sum I=[(I+In)/2]*n$$

مجموع الفوائد= ((500+2500) /2) *5

= (2/3000) *5=7500.

فائدة السنة الأولى (فائدة القرض)= فائدة الاستهلاك المتساوي*عدد الأقساط.

= 500*5=7500.

فائدة الاستهلاك المتساوي= الفرق بين قيمة قسطين متتاليين أو الفرق بين قيمة فائدتين متتاليتين

=12500-12000=500.

= 2500-2000=500.

معدل الفائدة= (فائدة القرض/أصل القرض) *100.

= (فائدة الاستهلاك المتساوي/ الاستهلاك السنوي) *100.

مثال 2:

تحصلت مؤسسة على قرض بقيمة 80000 دينار في 1 جويلية من السنة (N)، على أن يتم تسديده باستهلاكات ثابتة لمدة 4 سنوات، بداية من 1 جويلية من السنة (N+1)، بمعدل فائدة 8 % سنويا.

اعداد جدول استهلاك القروض بطريقة الاستهلاك المتساوي.

الحل:

جدول استهلاك القروض بطريقة الاستهلاك المتساوي:

الدين المتبقي في نهاية الفترة (Vx-M)	الاستهلاك المتساوي $(M=\frac{V0}{n})$	الدفعة الثابتة $(a_x=M+I_x)$	فائدة الفترة (I)	الدين المتبقي في بداية الفترة (Vx)	الفترة (n)
6000	20000	26400	6400	80000	N+1/7/1
40000	20000	24800	4800	60000	N+2/7/1
20000	20000	23200	3200	40000	N+3/7/1
0	20000	21600	1600	20000	N+4/7/1
-	80000	96000	16000	-	$\sum$

مثال 3:

اقترض شخص مبلغ قدره 25000 دينار من بنك ما في سنة 2005 وتم الاتفاق مع البنك على تسوية القرض والفوائد معا على أقساط سنوية متساوية من أصل القرض والفوائد معا وقد تم تحديد 10 أقساط لدفع هذا القرض علما أن معدل الفائدة المطبق هو 8 %.

الحل:

اعداد جدول استهلاك القروض بالاستهلاك المتساوي:

الدين المتبقي في نهاية الفترة (Vx-M)	الاستهلاك المتساوي $(M=\frac{V0}{n})$	الدفعة $(a_x=M+I_x)$	فائدة الفترة (I)	الدين المتبقي في بداية الفترة (Vx)	الفترة (n)
22500	2500	4500	2000	25000	1
20000	2500	4300	1800	22500	2
17500	2500	4100	1600	20000	3
15000	2500	3900	1400	17500	4
12500	2500	3700	1200	15000	5
10000	2500	3500	1000	12500	6
7500	2500	3300	800	10000	7
5000	2500	3100	600	7500	8

9	5000	400	2900	2500	2500
10	2500	200	2700	2500	0
∑	-	11000	36000	25000	-

مثال 4:

قرض يستهلك شهريا بطريقة الاستهلاكات المتساوية وقد بلغت قيمة القسط الرابع 6125 دينار في حين بلغت قيمة القسط التاسع 6000 دينار، هذا وقد بلغت الفوائد التي تحمل بها القرض عن الشهر الثالث فقط 250 دينار، أحسب كل من أصل المبلغ وعدد الأقساط ومعدل الفائدة السنوي.

الحل:

عدد الأقساط=فائدة القرض/فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي.

فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي= (القسط الرابع- القسط التاسع)/5.

فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي (الفائدة الأخيرة) = (6125-6000) /5=25 دينار.

فائدة القرض (الفائدة الأولى) = فائدة الشهر الثالث+ فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي*2.

= 250+(25*2)=300 دينار.

عدد الأقساط= 300/25=12 شهر أو قسط.

الاستهلاك المتساوي= القسط الرابع- الفائدة الرابعة.

الاستهلاك المتساوي= القسط الرابع- (الفائدة الثالثة-فائدة وحدة الاستهلاك المتساوي).

الاستهلاك المتساوي= 6125-(300-25)=5900 دينار.

أصل القرض= الاستهلاك المتساوي* عدد الأقساط=5900*12= 70800 دينار.

معدل الفائدة= فائدة القرض/ أصل القرض=300/70800=0.00437=0.437 %.

جدول استهلاك القروض بطريقة الاستهلاك المتساوي:

الفترة (n)	**الدين المتبقي في بداية الفترة (Vx)**	**فائدة الفترة (I)**	**الدفعة ($a_x=M+I_x$)**	**الاستهلاك المتساوي ($M=\frac{V0}{n}$)**	**الدين المتبقي في نهاية الفترة (Vx-M)**
1	70800	309.396	6209.396	5900	64900
2	64900	283.613	6183.613	5900	59000
3	59000	257.83	6157.83	5900	53100
4	53100	232.047	6132.047	5900	47200

5	47200	206.264	6106.264	5900	41300
6	41300	180.481	6080.481	5900	35400
7	35400	154.698	6054.698	5900	29500
8	29500	128.915	6028.915	5900	23600
9	23600	103.132	6003.132	5900	17700
10	17700	77.349	5977.349	5900	11800
11	11800	51.566	5911.566	5900	5900
12	5900	25.783	5925.783	5900	0
∑	-	2011.074	72811.074	70800	-

مثال 5:

قرض يستهلك سنويا بطريقة الاستهلاكات المتساوية فوجد أن مجموع أن مجموع الفوائد المدفوعة عن السنوات 4، 8، 12، 16 تبلغ 6400 دينار في حين بلغت فائدة السنة الحادية عشر 1400 دينار علما أن معدل الفائدة 4 % سنويا. أحسب أصل القرض ومدة الدين؟

الحل:

الفائدة الرابعة+ الفائدة الثامنة+ الفائدة الثاني عشر+ الفائدة السادسة عشر= 6400 دينار.

الفائدة للسنة الحادية عشر= 1400 دينار.

أصل القرض=الاستهلاك المتساوي*عدد الأقساط.

أصل القرض= الفائدة (I)/معدل الفائدة (i).

أصل القرض للسنة الحادية عشر= الفائدة للسنة الحادية عشر/معدل الفائدة (i).

أصل القرض للسنة الحادية عشر= 0.04/1400= 35000 دينار.

متوسط السنوات (4، 8، 12، 16) = مجموعها/ عدد السنوات.

متوسط السنوات= 4+8+12+16/4=10 سنوات.

فائدة السنة العاشرة= 6400/4= 1600 دينار.

فائدة الاستهلاك المتساوي= الفرق بين قيمة فائدتين متتاليتين.

فائدة الاستهلاك المتساوي= فائدة السنة العاشرة- الفائدة للسنة الحادية عشر.

فائدة الاستهلاك المتساوي= 1600-1400= 200 دينار.

معدل الفائدة= (فائدة الاستهلاك المتساوي/ الاستهلاك السنوي) *100.

100/4= 200/الاستهلاك السنوي.

الاستهلاك السنوي= 0.04/200= 5000 دينار.

عدد الاستهلاكات= (الفائدة العاشرة/فائدة وحدة الاستهلاك) + عدد الفوائد السابقة.

عدد الاستهلاكات= (200/1600)+9= 17 دفعة أي 17 سنة لأن الاستهلاك سنوي.

أصل القرض= الاستهلاك السنوي * عدد الاستهلاكات.

أصل القرض= 5000*17= 85000 دينار.

2- طريقة الأقساط المتساوية: يكون التسديد بصفة دورية، إما سداسية أو سنوية...، وبدفعة ثابتة، وفي نهاية الدفعات، يكون المقرض قد تحصل على أصل القرض مع الفوائد.

وهي الطريقة الشائعة من الناحية العملية لاستهلاك القروض طويلة الأجل لما تمثله مثل هذه الطريقة من تخفيف للعبء على المدين وفائدة لطرفي العقد ذلك أن سداد القرض وفوائده بالنسبة للمدين من خلال دفع قسط متساوي في نهاية كل فترة زمنية متساوية، يتفق عليها خلال مدة القرض أسلوب ملائم للسداد لكل منهما من ناحية، ومتابعة كل منهما لرصيد القرض المتبقي ومعرفته بصفة مستمرة خلال مدة القرض من ناحية أخرى [4].

طبقا لهذه الطريقة يقوم المقترض بسداد أصل القرض وفوائده (جملة القرض) على أقساط متساوية بحيث تكون جملة الأقساط في نهاية المدة مساوية لجملة القرض، وحيث أن كل قسط يتكون من جزء من أصل القرض وفائدته التي تتناقص من فترة لأخرى بصفة مستمرة وذلك لتناقص رصيد القرض، لذلك نجد أن الجزء الذي يستهلك من أصل القرض يزداد من فترة لأخرى بمقدار النقص في مبلغ الفائدة وذلك لثبات قيمة القسط المتساوي ويطلق على الجزء الذي يستهلك من أصل القرض بالاستهلاك ويكون غير متساوي.

العناصر الأساسية المحددة لاستهلاك القرض:

- ✓ قيمة أصل القرض في بداية السنة الأولى للتسديد (V0).
- ✓ القسط المتساوي المتكون من الاستهلاك والفائدة أو دفعة سداد (a).
- ✓ الاستهلاك للفترة يمثل الفرق بين الدفعة الثابتة وفائدة الفترة (M).
- ✓ فائدة الفترة تساوي أصل القرض للفترة مضروب في معدل الفائدة (I).
- ✓ عدد الدفعات أو مدة القرض (n).

ويتم تحديد قيمة الدفعة الثابتة من خلال علاقات الدفعات المتساوية لنهاية المدة:

$$V0 = a * \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

[4] إبراهيم عبد ربه، (2004)، **"أساسيات الرياضيات البحتة والمالية"**، الدار الجامعية، الإسكندرية، ص 306.

$$a= V0*\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

يلاحظ أن القسط المتساوي هو عبارة عن مقلوب القيمة الحالية لدفعات السداد.

وفيما يلي سنوضح جدول استهلاك القرض بطريقة الأقساط المتساوية:

الفترة (n)	الدين المتبقي في بداية الفترة (V)	فائدة الفترة (I)	الدفعة الثابتة	الاستهلاك للفترة (M)	الدين المستهلك ($\sum$M)	الدين المتبقي في نهاية الفترة (V-M)
1	V_0	$V0*i=I_1$	a	M1=a-I1	M1	(V0-M1)
2	$V_1=V_0-M_1$	$V1*i=I_2$	a	M2=a-I2	M1+M2	(V1-M2)
...	...	...	a		...	...
...	...	...	a		...	...
n-1	V_{n-2}	$V_{n-2}*i=I_{n-1}$	a	Mn-1=a-In-1	$\sum$M1+Mn-1	(Vn-2-Mn-1)
n	V_{n-1}	$V_{n-1}*i=I_{n-2}$	a	Mn=a-In	$\sum$M1+Mn	(Vn-1-Mn-2)
$\sum$	-	$\sum$I	a=n $\sum$*a	$\sum$M	-	-

المحاضرة رقم 10

اختيار الاستثمارات

مثال 6:

تحصلت مؤسسة على قرض بقيمة 80000 دينار في 1 جويلية من السنة (N)، على أن يتم تسديده باستهلاكات ثابتة لمدة 4 سنوات، بداية من 1 جويلية من السنة (N+1)، بمعدل فائدة 8 % سنويا.

اعداد جدول استهلاك القروض بطريقة الأقساط المتساوية.

الحل:

احتساب قيمة الدفعة (a):

$$a= V0*\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a= 80000*\frac{0.08}{1-(1+0.08)^{-4}}$$

$$a= 24153.66$$

الفترة (n)	الدين المتبقي في بداية الفترة (V)	فائدة الفترة (I)	الدفعة الثابتة	الاستهلاك للفترة (M)	الدين المتبقي في نهاية الفترة (V-M)
1/7/N+1	**80000**	**6400**	**24153.66**	**17753.66**	**62246.33**
1/7/N+2	**62246.33**	**4979.70**	**24153.66**	**19173.95**	**43072.37**
1/7/N+3	**43072.37**	**3445.79**	**24153.66**	**20707.86**	**22364.50**
1/7/N+4	**22364.50**	**1789.16**	**24153.66**	**22364.50**	**0**
$\sum$	**-**	**16614.65**	**96614.65**	**80000**	**-**

مثال 7:

اقترض شخص مبلغ 1000000 دينار من بنك معين على أن يستهلك سنويا على أربعة أقساط بطريقة الأقساط المتساوية بمعدل فائدة مركبة 8 % سنويا. ما هو جدول الاستهلاك لهذا القرض؟

الحل:

احتساب قيمة الدفعة (a):

$$a= V0*\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a= 1000000*\frac{0.08}{1-(1+0.08)^{-4}}$$

a= 301921

الفترة (n)	الدين المتبقي في بداية الفترة (V)	فائدة الفترة (I)	الدفعة الثابتة (a)	الاستهلاك للفترة (M)	الدين المتبقي في نهاية الفترة (V-M)
1	**1000000**	**80000**	**301921**	**221921**	**778078**
2	**778078**	**62246.24**	**301921**	**239674.76**	**538403.24**
3	**538403.24**	**43072.2592**	**301921**	**258848.7408**	**279554.5**
4	**279554.5**	**22364.36**	**301921**	**279554.5**	**0**
$\sum$	**-**	**207682.8592**	**1207684**	**1000000**	**-**

علاقة الدفعات والقرض:

قيمة أصل القرض في بداية التسديد هو القيمة الحالية للدفعات ($V0= a*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$).

جملة الدفعات = جملة القرض ($V0+\sum I=\sum a$).

مجموع الدفعات = أصل القرض + مجموع الفوائد ($n*a=\sum M+\sum I$).

رصيد القرض في أول أي وحدة زمنية =فائدة هذه الوحدة/ المعدل.

مثلا رصيد القرض في أول السنة الثالثة = فائدة السنة الثالثة/0.08.

538403.24= 0.08/43072.2592=538403.24.

معدل الفائدة = فائدة أي وحدة زمنية/ رصيد القرض في أول الزمن.

مثلا معدل الفائدة = 43072.2592/538403.24=0.08.

العلاقة بين الاستهلاكات:

من خلال جدول استهلاك القرض بطريقة الأقساط المتساوية، نلاحظ أن الاستهلاكات للفترات المتتالية، تشكل فيما بينها متتالية هندسية أساسها (1+i)، حدها الأول (M1)، وعدد حدودها (n).

وطبقا لذلك نستخلص العلاقات التالية:

أي استهلاك = الاستهلاك السابق له*(1+i).

الاستهلاك الثاني=الاستهلاك الأول*(1+i) =221921*(1.08) =239674.68

أي استهلاك= الاستهلاك الأول* $(1+i)^{n-1}$.

مثلا الاستهلاك الثالث=الاستهلاك الأول*$(1+i)^{n-1}$ =221921*$(1.08)^2$ = 258848.6544

القسط المتساوي= الاستهلاك الأخير*(1+i).

.301921 =(1.08)*279554.5 =301921

القسط المتساوي= الاستهلاك الأول+ فائدة السنة الأولى.

.301921 =80000+221921 =301921

الفرق بين استهلاكين= الفرق بين فائدتيهما مع عكس الترتيب.

مثلا الاستهلاك الرابع- الاستهلاك الثاني= الفائدة الثانية- الفائدة الأولى.

39881.88=22364.36-62246.24=39879.82=239674.68-279554.5

مثال 8:

قرض يستهلك على أربعة أقساط متساوية سنوية، وقد بلغت قيمة الاستهلاك الثاني والثالث على الترتيب 97445 و102317 دينار. أحسب معدل الفائدة، أصل القرض، قيمة القسط المتساوي.

الحل:

الاستهلاك الثالث= الاستهلاك الثاني*(1+i).

97445/102317= (1+i) وعليه (1+i)*97445 =102317

(1+i) =1.049 وعليه معدل الفائدة يقدر بـ 4.9 %.

القسط المتساوي= الاستهلاك الأخير*(1+i).

القسط المتساوي= الاستهلاك الرابع*(1+i).

الاستهلاك الرابع= الاستهلاك الثالث*(1+i).

الاستهلاك الرابع= 102317*(1.049)=107422.61 دينار.

القسط المتساوي= 107422.61*(1.049)=112589.72 دينار.

الاستهلاك الرابع= الاستهلاك الأول* $(1+i)^{n-1}$.

الاستهلاك الأول= الاستهلاك الرابع/ $(1+i)^{n-1}$.

الاستهلاك الأول= $107422.61/(1.049)^3$

الاستهلاك الأول= 93061.32 دينار.

الاستهلاك الأول= القسط المتساوي- الفائدة الأولى.

الفائدة الأولى= القسط المتساوي- الاستهلاك الأول.

الفائدة الأولى= 112589.72-93061.32=19528.4.

أصل القرض في بداية الفترة= الفائدة الأولى/معدل الفائدة.

أصل القرض= 19528.4/0.049= 400000 دينار.

تمهيد

يطلق على هذه الدراسة أحيانا التحليل المالي (Financial Analysis)، وهي تركز على تقويم ربحية المشروع من وجهة النظر الخاصة، وذلك باعتبار أن الهدف الأساسي لصاحب المشروع هو تعظيم الربح. ولذا فهي تستخدم الأسعار السوقية عند تقييمها للمنافع والتكاليف المباشرة المتولدة عن المشروع. ويتولى التحليل المالي تقويم الأداء من عدة جوانب تتمثل في:

- تحليل الدخل.
- تحليل التدفقات النقدية.
- تحليل الاستثمار.

1- تحليل الدخل (Income Analysis)

ويهدف تحليل الدخل إلى تقويم أداء المشروع في سنة عادية، ويستخدم في التقويم نسبة صافي الربح من تكاليف الاستثمار، ومن الايراد الكلي ومن رأس مال الملكية. ويتم مقارنة هذه المعدلات بمعدلات مشروعات أخرى مناظرة أو بمعدلات العائد من مصادر مالية أخرى، وذلك للوقوف على مدى ربحية المشروع بالنسبة للبدائل الأخرى [1].

وتوضح الميزانية المعروضة في الجدول التالي، البيانات المختلفة اللازمة لإجراء مختلف التحليلات المالية.

جدول رقم (1)

ميزانية الدخل

م	بند	سنوات الانشاء		سنوات الإنتاج					
		2-	1-	1	2	3	4	5	6
	أولا: الإيرادات								
1	إيرادات نقدية من المبيعات			*	*	*	*	*	*
2	مزايا عينية أخرى للمشروع (الاستهلاك)			*	*	*	*	*	*

[1] عطية، عبد القادر، (2005)، **"دراسات الجدوى التجارية والاقتصادية والاجتماعية مع مشروعات BOT"**، الدار الجامعية للنشر، الإسكندرية، مصر، ص 66.

	الذاتي من المشروع)								
3	متحصلات نقدية أخرى (اعانات، قيمة خردة)			*	*	*	*	*	*
	اجمالي الإيرادات			***	***	***	***	***	***
	ثانيا: التكاليف								
4	رأس المال الثابت	*	*						
5	رأس المال العامل			*	*				
6	تكاليف التشغيل			*	*	*	*	*	*
7	ضرائب			*	*	*	*	*	*
	اجمالي التكاليف	*	*	***	***	***	***	***	***
	ثالثا: التمويل								
8	متحصلات من أموال الملكية	*	*						
9	متحصلات من قروض	*	*	*	*		*		
10	**اجمالي متحصلات تمويلية**	**	**	**	**		**		
11	- مدفوعات فوائد وأقساط		*	*	*	*	*	*	*
12	صافي أموال التمويل	**	**	**	**	**	**	**	**
13	**صافي العائد= اجمالي الإيرادات- اجمالي التكاليف**	**	**	**	**	**	**	**	**

14	**فائض (عجز) نقدي = 13-12+2**	**	**	**	**	**	**	**	**

يحتاج تحليل الدخل إلى حساب القيم التالية من الجدول السابق:

صافي الربح في سنة ما= صافي العائد- المتحصلات النقدية من غير الإنتاج- الاستهلاك الرأسمالي- الفوائد.

تكاليف الاستثمار= رأس المال الثابت+ رأس المال العامل.

ومن ثم:

$$\text{معدل العائد على الملكية} = \frac{\text{صافي الربح}}{\text{حقوق الملكية}}$$

$$\text{معدل العائد على الاستثمار} = \frac{\text{صافي الربح}}{\text{تكاليف الاستثمار}}$$

$$\text{معدل الربح} = \frac{\text{صافي الربح}}{\text{اجمالي الايرادات}}$$

ثم نقوم بمقارنة هذه المعدلات بمعدلات أخرى مناظرة على مستوى النشاط الذي ينتمي إليه المشروع أو على مستوى المجتمع. ويلاحظ أن صافي الربح يحدد على أساس الايراد المتولد من المشروع فقط ويستبعد الايراد من مصادر أخرى كالإعانات.

2- تحليل التدفقات النقدية

تعتبر هذه المرحلة من أهم المراحل في تقييم المشروعات الاستثمارية ومساعدة متخذي القرارات الاستثمارية في اختيار المشروع الأفضل، ويقصد بالتدفقات النقدية أن كل فترة مالية تتحمل التكاليف المدفوعة خلالها، وكذلك كل فترة مالية تستفيد بما تم تحصيله خلالها من إيرادات [2].

1-2 مفهوم التدفقات النقدية: إن مفهوم التدفق النقدي يختلف من وجهة نظر المشروع والمساهمين فيه.

-من وجهة نظر المساهمين: التدفقات النقدية عبارة عن كل التدفقات النقدية سواء كان مصدرها القروض أو المساهمات ويتم إعدادها بهدف حساب العائد عليها.

-من وجهة نظر المشروع: فالتدفقات النقدية عبارة عن التدفقات النقدية الداخلة من المساهمين والخارجة منهم فقط، و يتم استبعاد القروض المعاملة كتدفقات نقدية داخلة و الأقساط و الفوائد المترتبة كتدفقات نقدية خارجة حتى يمكن حساب العائد على أموال المساهمين.

[2] القريشي، مدحت، (2009)، **"دراسات الجدوى وتقييم المشروعات الصناعية"**، دار وائل للنشر، الأردن، ص 57.

2-2 مكونات التدفقات النقدية: يمكن التمييز بين نوعين من التدفقات:

1-2-2 التدفقات النقدية الداخلة: هذه التدفقات تتضمن العناصر التالية:

- الإيرادات السنوية الجارية والتي تمثل قيمة المبيعات السنوية المتوقعة للمشروع المقترح خلال عمره الإنتاجي.
- قيمة رأس المال العامل في نهاية العمر الإنتاجي المتوقع، والذي يتضمن قيمة المخزون المتبقي من المواد الخام ومستلزمات الإنتاج وقطع الغيار.
- قيمة ما تبقى من الأصول في نهاية العمر الإنتاجي المتوقع سواء كانت قابلة للإهلاك أو غير قابلة للإهلاك.

2-2-2 التدفقات النقدية الخارجة: هذه التدفقات النقدية الخارجة تتضمن العناصر التالية:

- التدفقات النقدية المتعلقة بالتكاليف الاستثمارية والتي تتضمن كل ما يتعلق بالتكاليف الاستثمارية الملموسة والغير ملموسة إضافة إلى رأس المال العامل لأول دورة تشغيلية وهذه التكاليف الاستثمارية ليس بالضرورة أن تكون إنفاقا نقديا كحق المعرفة، أو براءة الاختراع.
- الفوائد على القروض الاستثمارية والتي لا تدرج كتدفق نقدي خارج إذا كان الهدف هو قياس كفاءة الاستثمارات في المشروع المقترح.
- أقساط القروض.
- الضرائب المباشرة والتي تشمل الضرائب على الدخول والثروات والتي تكون على صافي الربح المحاسبي.

3-2 المشاكل المتعلقة بحساب صافي التدفق النقدي [3]:

1-3-2 الإهلاك والضريبة: نقصد بالإهلاك التناقص السنوي لقيمة كل أصل من الأصول الثابتة للمشروع وذلك نتيجة دخولها في العملية الإنتاجية أو استعمالها، لذا فلابد على المستثمر أن يقوم بتقدير الإهلاك وذلك عن طريق أقساط سنوية. لذا فإن المؤسسة عند شرائها للأصول الثابتة، فإنها تعتبرها كتكلفة رأسمالية، يتم توزيع عبئها على سنوات العمر الاقتصادي لكل أصل. ولحساب الإهلاك لابد من معرفة:

- القيمة النقدية للأصل وعمره الإنتاجي، إضافة إلى قيمته المتبقية في نهاية المشروع أو العمر الإنتاجي لذلك الأصل.

[3] زردق، أحمد عبد الرحيم وبسيوني، محمد سعيد، (2011)، **"مبادئ دراسات الجدوى الاقتصادية"**، برنامج محاسبة البنوك والبورصات، كلية التجارة، جامعة بنها.، ص 52.

ويسجل الإهلاك في دفاتر المشروع على أساس أنه تكلفة، تحمل على الايراد في حساب الأرباح والخسائر، ولا يمثل أي تدفق خارج باعتباره لا يمثل إلا قيد محاسبي في الدفاتر والعلاقات التالية تبين لنا الإهلاك:

القيمة المتبقية من الأصل= قيمة الأصل-القيمة.

$$\text{نسبة اهلاك الأصل} = \frac{\text{القيمة المستهلكة}}{\text{قيمة الاصل}} * 100$$

$$\text{معدل الإهلاك السنوي} = \frac{\text{نسبة الإهلاك}}{\text{االعمر الافتراضي}}$$

$$\text{قسط الاهلاك السنوي} = \frac{\text{القيمة المستهلكة}}{\text{العمر الافتراضي}}$$

- بالنسبة للضريبة فلابد من طرح التدفق النقدي الخارج (المدفوعات أو المصاريف) من التدفق النقدي الداخل (المقبوضات أو الإيرادات)، فالتدفق النقدي الخارج يشمل على تكاليف التشغيل والضريبة على الأرباح التي تحصل عليها الشركات الصناعية والتجارية والتي نسميها "الضريبة على أرباح الشركات". وبالتالي نستنتج العلاقة التالية:

الربح المحاسبي = الإيرادات – تكاليف التشغيل – الإهلاك.

الضريبة = الربح المحاسبي*معدل الضريبة.

ومنه:

صافي التدفق النقدي السنوي = الإيرادات السنوية- تكاليف التشغيل- ضريبة الأرباح.

كما أنه يمكن لنا توضيح هذه العلاقة من خلال الجدول التالي:

جدول رقم (2)

حساب الربح السنوي

البيان/ السنوات	1	2
1- الإيرادات		
2- التكاليف		
-تكاليف التشغيل		
-مستلزمات		
-الإهلاك		
-مجموع تكاليف التشغيل		
3- هامش الربح		
-فوائد القروض		
4- صافي الربح قبل الضريبة		

- الضريبة		
5- الربح السنوي		

هذا الجدول يبين لنا أنه في حالة اقتراض المؤسسة للأموال بفوائد فإن علاقة الإيراد تصبح:

صافي التدفق النقدي السنوي= الإيرادات السنوية- تكاليف التشغيل- فوائد القروض- ضريبة الأرباح.

2-3-2 التضخم: نقصد بالتضخم انخفاض القوة الشرائية للنقود، أو ارتفاع الأسعار في السوق والتضخم يرتبط بعدة ظواهر اقتصادية، كظاهرة عدم توفر العملات الصعبة أو الأجنبية. وارتفاع سعر الاقتراض، وعدم السيولة المالية للمشروعات، تدهور الأنظمة المصرفية للدولة والتدفقات النقدية المتأثرة بالتضخم نسميها التدفقات النقدية الاسمية. وللحصول على التدفقات النقدية الحقيقية للمشروع نطبق العلاقة التالية:

التدفقات النقدية الحقيقية= التدفقات النقدية الاسمية / المستوى العام للأسعار.

المستوى العام للأسعار= (١٠٠ + نسبة التضخم).

3-3-2 القيمة الحالية: إن قيمة النقود تختلف من سنة لأخرى، لذا فالمستثمر يقوم بحساب القيمة الحالية قبل الاستثمار وذلك من أجل تقييم مداخيله المستقبلية المنتظرة من هذا الاستثمار، وهذا المعدل يحسب على أساس معدلات التوظيف الممكنة في السوق المالية لأنه يمثل تكلفة الفرصة المضاعة لرأس المال المستثمر في المشروع، وهذه التكلفة توافق أدنى معدل للمردودية ولاختيار هذا المعدل عند المؤسسات التي تقوم بالتمويل الذاتي، فإنه يؤخذ كمعدل خصم ويضاف إليه في بعض الأحيان معامل الخطر. أما بالنسبة للمؤسسات التي تقوم بالاقتراض فإن هذا المعدل يكون عبارة عن معدل الفائدة السائدة في السوق. وعليه فإن علاقة حساب القيمة الحالية:

$$S_n = S_0(1+i)^n$$

$$\frac{Sn}{S0} = (1+i)^n$$

حيث:

S_0: مبلغ نقدي، S_n: مبلغ مستقبلي، n: عدد السنوات، i: معدل الخصم.

والجدول التالي يبين لنا التدفقات النقدية الداخلة والخارجة لمشروع استثماري:

جدول رقم (3)

التدفقات النقدية الداخلة والخارجة

البيان/ السنوات		
التدفقات النقدية الخارجة		
أ- التكاليف الاستثمارية		
قيمة الأراضي		
قيمة الآلات والمعدات		
قيمة الأصول غير الملموسة		
رأس المال العامل لأول دورة تشغيلية		
أثاث ومفروشات		
مصاريف دراسة الجدوى		
ب- التكاليف الجارية السنوية		
المواد الأولية ومستلزمات قطع الغيار		
مصروفات الصيانة والأجور		
المصروفات الإدارية		
أقساط وفوائد القروض		
ضرائب على ما تبقي من أصول		
التدفقات النقدية الداخلة		
القروض الاستثمارية		
مبيعات سلع وخدمات		
متبقى الأصول		
الإيرادات الأخرى		

المحاضرة رقم 11

اختيار الاستثمارات

4-2 تقدير صافي التدفقات النقدية واعداد جدول التدفقات النقدية: يستخرج صافي التدفقات النقدية بمقابلة التدفقات النقدية الداخلة بالتدفقات النقدية الخارجة على أن يراعى العديد من الاعتبارات أهمها [1] :

- يتم ترصيد القيمة المتبقية للاستثمار في آخر سنة من سنوات العمر الاقتصادي للمشروع وخضوعها للضرائب شأنها شأن بقية بنود الإيرادات المتوقعة.
- تعتبر قيمة القروض الممنوحة من البنوك أو أحد الدائنين من التدفقات النقدية الداخلة بينما تعتبر قيمة الأقساط التي يسددها المشروع وفاء لقيمة الدين من التدفقات النقدية الخارجة عند السداد.
- عدم اعتبار الإهلاك من بنود التدفقات الخارجة باعتبار بندا محاسبيا ويستخدم الإهلاك فقط عند حساب قيمة الضرائب المستحقة على المشروع، ويتم إضافته في نهاية الجدول للحصول على صافي التدفقات النقدية.
- مراعاة عدم وضع قيمة الضرائب خلال السنوات الأولى للمشروع في حالة وجود أحد القوانين المشجعة للاستثمار مثلا، ثم حساب الضرائب المستحقة بعد انتهاء سنوات الإعفاء واحتسابها مع التدفقات النقدية الخارجة، وللوصول إلى صافي التدفقات النقدية نتبع الخطوات التالية كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول رقم (4)

حساب صافي التدفقات النقدية

البيان	سنوات عمر المشروع					
	1	2	3	4	5	6
التدفقات النقدية الداخلة						
+القيمة المتبقية للاستثمار						
-التدفقات النقدية الخارجة						
=صافي التدفقات النقدية قبل الضريبة						
- الضريبة (معدل الضريبة*صافي التدفقات النقدية قبل الضريبة)						

[1] عبد المطلب، عبد الحميد، (2000)، **"دراسات الجدوى الاقتصادية للمشروعات الاستثمارية وقياس الربحية التجارية والقومية"**، مكتبة ومطبعة الاشعاع الفنية، مصر، ص 242.

+الاهتلاك						
= صافي التدفق النقدي						

3- تحليل الاستثمار

ويعتبر تحليل الاستثمار من أهم أنواع التحليلات، ويحتاج اجراءه إلى حساب قيمة صافي العائد لجميع سنوات العمر الاقتصادي للمشروع والتي تبدأ مع بداية الإنتاج، ولحساب صافي العائد خلال سنوات العمر الاقتصادي نستخدم الصيغة التالية:

صافي العائد= الإيراد الكلي- تكاليف التشغيل-الضرائب.

وفيما يتعلق بالإيراد الكلي فهو يحتوي على الإيرادات المحققة من المبيعات والإعانات التي يحصل عليها المشروع من مصادر حكومية أو غير حكومية، والقيمة المتبقية من رأس المال الثابت ورأس المال العامل في نهاية العمر الاقتصادي للمشروع. ولا يتعين إضافة الإيرادات المالية المحققة من إيداع مخصصات الشركة بالبنوك كالفوائد وذلك لأنها لا تعتبر إيرادات إنتاجية. وان كان يتعين إضافة المزايا العينية التي يحققها المشروع ضمن الإيرادات.

أما عن جانب التكاليف فهو يتضمن تكاليف التشغيل بالإضافة إلى الضرائب والتي تعتبر تكاليف من وجهة النظر الخاصة. ولكن لا يتعين إضافة تكلفة الاستهلاك الرأسمالي لتكاليف التشغيل وذلك لأن مجموع تكاليف الاستهلاك الرأسمالي هي عبارة عن التكاليف الاستثمارية التي نقارنها بالعوائد الصافية لنحدد مقدرة المشروع على استردادها خلال فترة زمنية محددة. كما لا يتعين إضافة الفوائد إلى تكاليف التشغيل عند استخدام طريقتي صافي القيمة الحالية أو معدل العائد الداخلي أو أي طرق مشتقة منها لأنهما يأخذان معدل الفائدة أو معدل تكلفة الأموال في الحسبان بأسلوب أو بآخر.

ويتم استخدام عدد من المعايير في تحليل الاستثمار لتقويم الربحية الخاصة للمشروع تسمى بمعايير الاستثمار، أو ما يطلق عليها مقاييس قيمة المشروع المالية، ومن أهم هذه المعايير وأكثرها استخداما هي [2]:

- ✓ المعدل المتوسط للعائد.
- ✓ فترة الاسترداد.
- ✓ صافي القيمة الحالية.

[2] عسكر، محمد كمال، (1994)، **"المرشد إلى اعداد وتقييم دراسات الجدوى للمشروعات الصناعية"**، منظمة الخليج للاستشارات الصناعية، الدوحة، ص 232.

- ✓ نسبة المنفعة إلى التكلفة المخصومة.
- ✓ معدل العائد الداخلي.

1-3 المعدل المتوسط للعائد: المعدل المتوسط للعائد هو عبارة عن النسبة المئوية لمتوسط صافي الربح السنوي بعد خصم الإهلاك والضرائب إلى متوسط قيمة الاستثمار للمشروع (مجموع الأصول). وواضح من هذا المعيار لا يقوم على التدفقات النقدية الداخلة أو الخارجة بل يقوم على الأساس المحاسبي. ويمكن استخدام المعادلة التالية في حسابه:

$$\text{المعدل المتوسط للعائد} = \frac{\text{متوسط صافي الربح السنوي بعد خصم الاهتلاك و الضرائب}}{\text{متوسط قيمة الاستثمار}} * 100$$

يتميز المعدل المتوسط للعائد بالبساطة والسهولة في الحساب، لذا يستخدم من قبل العديد من المؤسسات كأداة لتقييم استثماراتها، إلا أنه ينطوي على الكثير من العيوب ونقاط الضعف وأهمها:

- تجاهل القيمة الزمنية للنقود والتضخم النقدي.
- تجاهل العمر الافتراضي للمشروع.
- تجاهل توقيت مكونات المكاسب النقدية.

2-3 فترة الاسترداد (المعيار الزمني): تشير فترة الاسترداد إلى طول الفترة الزمنية اللازمة لتساوي التدفق النقدي الصافي الداخل من إنفاق رأسمالي معين مع التدفق النقدي الخارج للمشروع المقترح. وبعبارة أخرى الفترة الزمنية المتوقع استرداد قيمة الانفاق الأصلي خلالها.

وطبقا لهذا المعيار يفضـل الأسـلوب الرأسـمالي الذي تغطي تدفقاته النقدية الداخلة قيمة الانفاق الرأسـمالي بطريقة أسـرع من الأسـلوب الرأسـمالي الذي يسـتغرق وقتا أطول. كما يعتبر أكثر ملائمة خاصــة في حالة المشـروعات التي تخضــع لعوامل التقلب السـريعة وعدم التأكد، أو التي تتعرض لتغيرات تكنولوجيه سريعة. كما يمكن اعتبار هذا المعيار معيارا لقياس درجة المخاطرة التي يمكن أن يتعرض لها كل مال مســـتثمر. وعلى الرغم من المزايا التي يتميز بها معيار فترة الاسترداد، إلا أنه يواجه بعض الانتقادات:

- إهماله للمكاســب الإضــافية التي يمكن أن يحققها المشــروع خلال عمره الإنتاجي حيث يركز هذا المعيار على السـنوات التي يسـتطيع فيها المشـروع اسـترداد رأسـماله الأصـلي ويهمل المكاسـب التي يمكن أن يحققها المشروع بعد استرداد رأسماله.
- إهماله للقيمة الزمنية للنقود أي إهماله للتوقيت الزمني للتدفقات النقدية وما يترتب على ذلك الإهمال من اختلافات كبيرة.

وتحسب فترة الاسترداد بقسمة الاستثمار المبدئي على صافي التدفق النقدي السنوي وذلك في حالة تساوي صافي التدفقات السنوية. أما في حالة عدم تساويها فيتم تجميعها سنة بعد سنة حتى نتوصل إلى المجموع الذي يتعادل مع الاستثمار المبدئي.

ويمكن احتساب فترة الاسترداد بالمعادلة:

$$\text{فترة الاسترداد} = \frac{\text{الاستثمار المبدئي}}{\text{صافي التدفق النقدي السنوي}}$$

مثال 1: إذا كانت التكاليف الاستثمارية الأولية لمشروع معين 48000 دينار، عمره الإنتاجي 5 سنوات، مجموع التدفقات النقدية خلال السنوات الخمس:

جدول رقم (5)

السنة	الكلفة المبدئية	التدفقات
0	**48000**	-
1		6000
2		9000
3		10000
4		15000
5		20000
المجموع	**48000**	**60000**

كما نلاحظ أن التدفقات السنوية غير متساوية وفي هذه الحالة تحسب فترة الاسترداد كمايلي:

$$\text{التكلفة المبدئية للاستثمار} = \sum_{0}^{\text{فترة الاسترداد}} \text{صافي الأرباح السنوية}$$

$$48000 = (6000+9000+10000+15000)+8000$$

نلاحظ أن اجمالي التدفقات السنوية حتى السنة الرابعة هو 40000 وعلية نحتاج إلى 8000 دينار من إيرادات السنة الخامسة، وما يجب معرفته كم من أشهر نحتاج من السنة الخامسة لنحقق 8000 دينار.

والفترة المقدرة بالأشهر = $\frac{8000*12}{20000}$ = 4.8 شهر = 4 أشهر و 24 يوم.

إذن فترة استرداد المشروع تقدر بـ 4 سنوات و4 أشهر و24 يوم.

3-3 صافي القيمة الحالية (Net present value): يشير صافي القيمة الحالية للمشروع الاستثماري إلى الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة للمشروع والقيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة فإذا كان صافي القيمة الحالية موجب (أي القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة تزيد عن القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة) كان المشروع الاستثماري مربحا. وعلى العكس من ذلك يعتبر المشروع الاستثماري غير مربح إذا كان صافي القيمة الحالية سالبا (أي القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة تقل عن القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة). وفي حالة أكثر من مشروع يفضل المشروع الذي يعطي أكبر صافي قيمة حالية.

ويتم إيجاد صافي القيمة الحالية عن طريق خصم التدفقات النقدية المرتبطة بالاستثمار (الداخلة والخارجة) بمعدل يمثل تقدير الإدارة لتكلفة الأموال، ويمثل هذا المعدل الحد الأدنى لعائد الاستثمار.

يتصف معيار صافي القيمة الحالية بالدقة والموضوعية إضافة إلى أنه معيار يعتمد على خصم التدفقات النقدية وصولا إلى القيم الحالية. كما يعتبر أحد المعايير الدولية التي تستخدم في تقييم المشروعات وحتى على مستوى مؤسسات التمويل الدولية. إلا أن نقطة الضعف فيه، أنه ينظر إلى العوائد المتحققة، دون الأخذ بعين الاعتبار مقدار رأس المال المستثمر الذي استخدم في تحقيق تلك العوائد.

مثال 2: إذا توفرت لديك المعلومات التالية عن البديلين (أ، ب):

جدول رقم (6)

المعلومات	البديل(أ)	البديل(ب)
القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلية	1500	2700
-القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجية	1000	2000
وأن العمر الإنتاجي متساوي لكلا البديلين		
صافي القيمة الحالية	500	700

استنادا إلى معيار صافي القيمة الحالية يعتبر المشروع (ب) هو الأفضل، لأنه حقق صافي قيمة حالية أكبر من المشروع (أ).

4-3 تحليل التكلفة والمنفعة (Profit index): يطلق عليه أيضا معدل العائد إلى التكلفة، ويقصد بتحليل التكلفة والمنفعة أو ما يسمى بمؤشر الربحية حاصل قسمة القيمة الحالية للتدفقات النقدية

الداخلة في المشــروع الاســتثماري على القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة لهذا المشــروع، ويقيس هذا المعيار العلاقة بين مدخلات المشروع ومخرجاته في شكل نسبة بدلا من قيمة مطلقة كما هو الحال في معيار صـــافي القيمة الحالية [3]. فإذا كانت النتيجة أقل من الواحد الصـــحيح فإن هذا يعني أن التدفقات النقدية الداخلة أقل من الخارجة وبالتالي فالمشـــروع غير مربح. وعلى العكس من ذلك إذا كانت النسـبة أكبر من الواحد الصـحيح فهذا يعني بلا شـك أن التدفقات النقدية الداخلة أكبر من الخارجة وبالتالي يصيح المشروع الاستثماري مربحا.

5-3 معدل العائد الداخلي (Internal Rate of Return): يعتبر معيار معدل العائد الداخلي من أهم المعايير المستخدمة في المفاضلة بين المشروعات الاستثمارية المختلفة ويستخدمه البنك الدولي حاليا في كل أنواع التحليل المالي والاقتصادي للمشروعات وكذلك تستخدمه معظم مؤسسات التمويل الدولية عند قبولها أو رفضها للمشروعات المقدمة إليها بغرض التمويل. ويتمثل هذا المعيار في المعدل الذي تتساوى عنده القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة للمشروع الاستثماري. وبمعنى أخر هو معدل الخصم الذي عنده تكون صافي القيمة الحالية للمشروع الاستثماري مساوية للصفر.

مثال 3: تدرس شركة العربية للإسمنت عدة اقتراحات بديلة بشأن تشغيل فرع انتاجي جديد. وفيما يلي البيانات التي قدمتها الإدارة الهندسية للشركة لاستخدامها في عملية التقييم والمفاضلة بين العروض المختلفة التي تلقتها والتي حازت قبولها من الناحية الفنية.

جدول رقم (7)

البيان	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
التكلفة الأصلية (ألف وحدة نقدية)	270	400	600
العمر الافتراضي	3	4	5
القيمة الاهتلاكية للعمر الافتراضي (ألف وحدة نقدية)	30	60	100
صافي الربح السنوي النقدي قبل الاهتلاك والضرائب (ألف وحدة نقدية)	100	145	180

[3] العجلوني، محمد والحلاق، سعيد، سامي، 2010، **"دراسة الجدوى الاقتصادية وتقييم المشروعات"**، دار اليازوري، عمان، الأردن، ص 320.

فإذا علمت:

- تستخدم الشركة طريقة الإهلاك الثابت في إهتلاك الآلات.
- معدل ضريبة الدخل هو 25%.
- معدل تكلفة الأموال هو 10%.

المطلوب: المفاضلة بين هذه العروض المقترحة باستخدام المعايير التالية: فترة الاسترداد، المعدل المتوسط للعائد، صافي القيمة الحالية، تحليل التكلفة والمنفعة، معدل العائد الداخلي.

1- احتساب فترة الاسترداد:

الاستثمار المبدئي:

جدول رقم (8)

البيان	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
التكلفة الأصلية	270	400	600

التدفقات النقدية السنوية: ويقصد بها الربح دون خصم الاهلاك وبعد خصم الضرائب.

جدول رقم (9)

البيان	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
التدفقات النقدية قبل خصم الاهتلاك والضرائب	100	145	180
الاهتلاك	80	85	100
صافي الربح المحاسبي الخاضع للضريبة	20	60	80
الضرائب	5	15	20
صافي الربح المحاسبي بعد الضريبة	15	45	60
+ الاهتلاك	80	85	100
التدفق النقدي السنوي	95	130	160

جدول رقم (10)

البيان	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
التكلفة الأصلية	270	400	600
/			
التدفق النقدي السنوي	95	130	160
فترة الاسترداد	2.8	3.07	3.75
الترتيب	1	2	3

2- احتساب المعدل المتوسط للعائد:

تحديد متوسط صافي الربح المحاسبي السنوي بعد خصم الإهتلاك والضرائب:

جدول رقم (11)

البيان	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
التدفقات النقدية قبل خصم الإهتلاك والضرائب	100	145	180
الإهتلاك	80	85	100
صافي الربح المحاسبي الخاضع للضريبة	20	60	80
الضرائب	5	15	20
متوسط صافي الربح المحاسبي بعد الضريبة	15	45	60
قيمة الاستثمار في بداية الفترة	270	400	600
قيمة الاستثمار في نهاية الفترة	30	60	100
المجموع	300	460	700
متوسط قيمة الاستثمار (المجموع/2)	150	230	350
المعدل المتوسط للعائد (متوسط صافي الربح	%10	%19.56	%17.14

المحاسبي/ متوسط قيمة الاستثمار)			
الترتيب	3	1	2

3- احتساب القيمة الحالية:

جدول رقم (12)

القيمة الحالية للوحدة النقدية بمعدل 10%	المجموعة الأولى		المجموعة الثانية		المجموعة الثالثة	
	التدفق النقدي	القيمة الحالية	التدفق النقدي	القيمة الحالية	التدفق النقدي	القيمة الحالية
1	(270)	(270)	(400)	(400)	(600)	(600)
0.909	95	86.355	130	118.17	160	145.44
0.826	95	78.47	130	107.38	160	132.16
0.751	125	93.875	130	97.63	160	120.16
0.683	-	-	190	129.77	160	109.28
0.621	-	-	-	-	260	161.46
صافي القيمة الحالية		270-		400-		600-
-		258.7+		452.95+		668.5+
		11.3-		52.95		68.5
القرار المبدئي		مرفوض		مقبول		مقبول
الأفضلية				(2)		(1)

4- تحليل التكلفة والمنفعة:

جدول رقم (13)

البيان	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة	258.7	452.95	668.5
القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة	270	400	600

القيمة/ المنفعة	0.95	1.1323	1.1141
القرار المبدئي	مرفوض	مقبول	مقبول
الأفضلية		(1)	(2)

5- احتساب معدل العائد الداخلي:

وباستعراض ما تقدم من معايير يمكن أن نخلص إلى أن معيار معدل العائد الداخلي هو تقريبا المعيار الذي تتوافر فيه الخصائص الواجب أن يتضمنها معيار التقييم السليم. وعلى هذا الأساس نوصي باستخدامه عند تقييم الجدوى الاقتصادية للمشروعات الاستثمارية. ولكن يجب ألا يفهم من هذا أننا نجعل من معيار معدل العائد الداخلي هو المعيار الوحيد في دراسات الجدوى الاستثمارية، وإنما لابد من ابراز المعيار المحاسبي لأنه سيظل المعيار الرئيسي الذي سيتم به تقييم أداء المشروع عند بدء عمله أو باعتباره وعاء الأرباح الموزعة على المساهمين المحتملين للمشروع. كذلك يتعين أن توضح الدراسة الفترة الزمنية التي يتوقع أن يسترد قيمة المشروع الاستثماري خلالها.

المحاضرة رقم 12

اختيار الاستثمارات

جدول رقم (14)
تقدير معدل العائد الداخلي

السنوات	المجموعة الأولى			المجموعة الثانية			المجموعة الثالثة		
	التدفق النقدي	القيمة الحالية للتدفق النقدي عند معدل خصم 6%	القيمة الحالية للتدفق النقدي عند معدل خصم 10%	التدفق النقدي	القيمة الحالية للتدفق النقدي عند معدل خصم 10%	القيمة الحالية للتدفق النقدي عند معدل خصم 16%	التدفق النقدي	القيمة الحالية للتدفق النقدي عند معدل خصم 10%	القيمة الحالية للتدفق النقدي عند معدل خصم 15%
0	**(270)**	**(270)**	**(270)**	**(400)**	**(400)**	**(400)**	**(600)**	**(600)**	**(600)**
1	**95**	**89.62**	**86.355**	**130**	**118.17**	**112.06**	**160**	**145.44**	**139.13**
2	**95**	**84.54**	**78.47**	**130**	**107.38**	**96.61**	**160**	**132.16**	**120.98**
3	**125**	**104.95**	**93.875**	**130**	**97.63**	**83.28**	**160**	**120.16**	**105.20**
4	**-**	**-**	**-**	**190**	**129.77**	**104.93**	**160**	**109.28**	**91.48**
5	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**260**	**161.46**	**129.26**
المجموع		**279.112**	**+258.7**		**+452.95**	**+396.88**		**+668.5**	**+586.05**
صافي القيمة الحالية		**+9.112**	**-11.3**		**52.95**	**-3.12**		**68.5**	**-13.94**
معدل العائد الداخلي		**7.79%**			**15.66%**			**14.19%**	

كانت مناقشتنا السابقة تستند إلى فرض حالة التأكد، حيث يمكن التنبؤ على وجه اليقين بالتدفقات النقدية المستقبلية المرتبطة بالاقتراحات المختلفة. ومما لا شك فيه أن الافتراض على هذا النحو لا يتفق والواقع العملي حيث أنه يكون من النادر أن تصبح التدفقات النقدية الفعلية في حالة تنفيذ الاقتراح مطابقة تماما

للتدفقات النقدية التي سبق التنبؤ بها عند دراسة المشروع المقترح. وتبرز المشكلة في الأساس من عدم توافر البيانات التي تسمح بتقدير التدفقات النقدية بدقة وبذلك يواجه المشروع بحالة عدم التأكد (Uncertainty) فهناك مجموعة من الأحداث غير المتوقعة التي قد تؤثر على دقة التنبؤات ولا يكون للمشروع تأثير فيها من بينها:

- أحداث على المستوى الوطني: اقتصادية، سياسية واجتماعية.
- أحداث على المستوى الدولي كحدوث تغيرات غير متوقعة في العلاقات الخارجية بين الدول والعالم الخارجي.
- أحداث على مستوى الصناعة مثل التقدم التكنولوجي في مجال التصنيع.
- أحداث على مستوى المشروع مثل التغير في إدارة المشروع أو توجهات الاستثمار أو التوسع.

وهذه الأحداث غير المتوقعة هي منشأ المخاطرة (Risk) التي تواجه تنفيذ المشروع الاستثماري والتي تؤدي في حالة وقوعها إلى التغيرات التي تحدث في العوائد المستقبلية للمشروع. ومن الجدير بالذكر أنه كلما زادت هذه التغيرات للعوائد المتوقعة كلما كانت درجة المخاطرة أكبر. فهناك أساليب علمية تستخدم لكي تحد من تأثير تلك المخاطر ومن أهمها تحليل الحساسية.

سلسلة تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

مبلغ مالي قدره 20000 دينار أودع في بنك لمدة 6 سنوات وبمعدل فائدة 10 % سنويا.

أحسب الفائدة المحققة خلال المدة المذكورة.

التمرين الثاني:

أودع شخص مبلغ 40000 دينار في أحد البنوك لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة 10 % سنويا.

ماهو المبلغ المتجمع لهذا الشخص في نهاية هذه الفترة؟

التمرين الثالث:

أودع شخص مبلغ 23000 دينار في بنك لمدة 8 شهور بنسبة فائدة بسيطة تقدر بـ 10 سنويا. فما هي قيمة ما تجمع لهذا الشخص بعد نهاية هذه الفترة؟ وإذا وضع نفس المبلغ في بنك آخر لمدة 75 يوم بمعدل فائدة 12 سنويا.

أحسب جملة هذا المبلغ؟

التمرين الرابع:

أوجد الفائدة المحققة لمبلغ 1010.5 دينار موظف لدى بنك لمدة 120 يوم وبمعدل 6% سنويا.

التمرين الخامس:

أحسب الفائدة البسيطة والجملة لمبلغ 150000 دينار وظف لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة قدره 2 % لكل أربعة أشهر.

التمرين السادس:

أودع شخص مبلغا من المال لدى بنك بفائدة بسيطة 5 % سنويا وكان يسحب فوائده فور استحقاقها ويستثمرها لدى بنك ثاني بفائدة مركبة بمعدل 6 % سنويا وفي نهاية 5 سنوات من تاريخ الإيداع لدى البنك الأول تجمع له لدى البنك الثاني فقط مبلغ 2318.5464دينار. أحسب المبلغ المودع لدى البنك الأول.

التمرين السابع:

شخص مدين بمبلغ 8000 دينار يستحق الدفع في 2009/10/22، فما هو مقدار مبلغ المال الواجب أن يوظفه هذا الشخص لدى بنك بتاريخ 15 ماي من نفس السنة بمعدل فائدة بسيطة 9 % سنويا حتى يتمكن من تسديد الدين في ميعاد استحقاقه.

التمرين الثامن:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 15000 دينار، تاريخ استحقاقها 20 جوان 2012 وقدمت للخصم بتاريخ 5 جوان من نفس السنة، وبمعدل خصم 8 %.

أحسب عدد أيام الخصم.

أحسب مبلغ الخصم.

التمرين التاسع:

ورقة تجارية خصمت تجاريا بتاريخ 08/25/ 2008 بمعدل خصم 4 % سنويا فبلغت قيمتها الحالية عند الخصم 89371 دينار، ولكن لو خصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها بشهر واحد لنقص مبلغ الخصم بمقدار 330 دينار عن مبلغ الخصم في الحالة الأولى. أحسب القيمة الاسمية للورقة وتاريخ استحقاقها؟

التمرين العاشر:

تاجر يمتلك كمبيالة قيمتها 15000 دينار تستحق الدفع بتاريخ 2016/5/14، قدمت هذه الورقة للخصم بتاريخ 2016/2/14.

إذا كان معدل الخصم 6 % سنويا، أحسب مبلغ الخصم والمبلغ الذي يستفيد منه التاجر؟

التمرين الحادي عشر:

في 2 فيفري 2011 باع تاجر بضائع بمبلغ 75000 دينار، فتحصل على 3/1 المبلغ، والباقي حرر له ورقة تجارية تستحق الدفع في 29 أفريل 2011، لكنه احتاج إلى سيولة، فتقدم في 12 فيفري 2011 إلى البنك، فخصم الورقة بمعدل 9 %، وفي 1 مارس 2011، أضاف لما أعطاه البنك في 12 فيفري 2011 مبلغ 4950 دينار ووظفه بمعدل 12 % لمدة (n) يوم، حيث تحصل بعده على مبلغ قيمته 56160 دينار.

ماهو تاريخ سحب المبلغ؟

التمرين الثاني عشر:

خصم تاجر ورقتين تجاريتين بمعدل 4.5 %، الورقة الأولى تستحق بعد 34 يوم والثانية بعد 52 يوم، علما أن القيمة الاسمية للورقة الأولى تساوي 3/2 من القيمة الاسمية للورقة الثانية ومجموع الخصمين هو 224 دينار. أحسب القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية.

التمرين الثالث عشر:

بتاريخ 10 أفريل تم خصم ورقة تجارية بمعدل 7 %، فبلغت قيمتها الحالية التجارية 133582.5 دينار.

فلو خصمت هذه الورقة التجارية بـ 99 يوم قبل تاريخ استحقاقها لارتفعت قيمة الخصم بمبلغ 1181.25 دينار عن قيمة الخصم السابق.

- أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟
- ماهي مدة وتاريخ استحقاق الورقة؟
- أحسب الآجيو الإجمالي للورقة والمبلغ الصافي الذي يتحصل عليه صاحب الورقة، إذا كانت نسبة فائدة البنك على العملية 0.6 % والعمولة 10 دينار.
- حدد نسبة هذه العملية التي يتحملها صاحب الورقة التجارية؟

التمرين الرابع عشر:

بتاريخ 2007/2/5، تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 10800 دينار بمعدل 8 % وكان مبلغ الخصم التجاري 504 دينار.

- أوجد تاريخ استحقاقها؟
- إذا كانت فائدة البنك 0.5% على القيمة الاسمية وعمولته 10.8 دينار. أحسب الأجيو الإجمالي للورقة؟
- أحسب القيمة الحالية الصافية التي يتحصل عليها صاحب الورقة؟
- أحسب معدل الفائدة الحقيقي الذي حققه البنك في العملية؟

التمرين الخامس عشر:

ورقة تجارية تستحق الدفع بعد 60 يوم يمكن خصمها حسب الشروط التالية:

العرض الأول:

خصم بمعدل 4 %.

عمولة 8/1 %.

عمولة تحويل ¼ ٪.

العرض الثاني:

خصم بمعدل 4.5 %.

عمولة 10/1 %.

عمولة تحويل ½ ٪.

1- ماهو العرض المشجع؟
2- علما أن الفرق بين الخصمين هو 45 دينار. ماهي القيمة الاسمية للورقة التجارية؟

التمرين السادس عشر:

اشترى شخص محلا وكان له الاختيار على أن يدفع مبلغ 20000 دينار فورا ونقدا أو أن يدفع مبلغ 31000 دينار بعد 10 سنوات من تاريخ الشراء. ماذا تقترح عليه إذا كان معدل الفائدة المركبة 5 % سنويا.

التمرين السابع عشر:

وظف شخص مبلغ 12000 دينار لدى بنك لمدة 7 سنوات وبعد 4 سنوات و6 أشهر سحب ثلث الرصيد ووظفه في بنك ثاني. أحسب رصيد هذا الشخص بعد 7 سنوات إذا كان معدل الفائدة المركبة 6 % سنويا.

التمرين الثامن عشر:

توفي شخص وترك مبلغ 54719.5 دينار يوزع على ثلاثة إخوة أعمارهم 11 سنة، 12 سنة، 15 سنة على التوالي بحيث إذا استثمر نصيب كل منهم في البنك بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا تساوى ما يحصل عليه كل منهم عند بلوغ 21 سنة. أحسب نصيب كل أخ عند الوفاة.

التمرين التاسع عشر:

مبلغان من المال مجموعهما 17000 دينار وظف الأول بمعدل 5 % سنويا والثاني بمعدل 4 % سنويا، فبلغ مجموع جملتيهما بعد 5 سنوات 21000 دينار، أحسب كل مبلغ.

التمرين العشرون:

وظف شخص مبلغ 15000 دينار لدى البنك بمعدل فائدة مركبة 6 سنويا لمدة 8 سنوات وفي نهاية السنة الخامسة سحب نصف المبلغ ووظفه في بنك ثاني بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا وفي نهاية السنة السادسة أضاف مبلغ 3000 دينار لرصيده لدى البنك الأول. أحسب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية السنة الثامنة.

التمرين الواحد والعشرون:

رأس مال قدره 100000 دينار أودع في بنك بمعدل 6 % سنويا بفائدة مركبة. كم سيعطي بعد ثلاث سنوات.

التمرين الثاني والعشرون:

وظف مبلغ 90000 دينار في بنك معين بفائدة مركبة لمدة 10 سنوات بحيث بلغ معدل الفائدة السنوي 5.5 % للسنوات الأربعة الأولى و5.8 % للسنوات الثلاثة الموالية و7 % للسنوات الثلاثة الأخيرة.

أوجد القيمة المحصلة لهذا المبلغ في نهاية السنوات العشرة إذا كانت رسملة الفوائد سنوية للسنوات الأربعة الأولى، سداسية للسنوات الثلاثة الموالية وثلاثية للسنوات المتبقية؟

التمرين الثالث والعشرون:

وظف مبلغ ما بفائدة مركبة لمدة معينة وذلك بمعدل فائدة سنوي (t) برسملة سداسية، إذا علمت ان جملة هذا المبلغ في نهاية السنة الثانية بلغت 231730 دينار وجملة هذا المبلغ في نهاية السنة الخامسة بلغت 289008.8 دينار، كما بلغت فائدة السداسي الأخير 13028.152 دينار.

أوجد معدل الفائدة، المبلغ الموظف ومدة التوظيف؟

التمرين الرابع والعشرون:

أمام شخص 3 خيارات لاقتراض مبلغ معين لمدة 5 سنوات بفائدة مركبة:

- الاقتراض بمعدل سنوي 6 % ورسملة فصلية.
- الاقتراض بمعدل سنوي 6.6 % ورسملة شهرية.
- الاقتراض بمعدل سنوي 10 % ورسملة سنوية للسنة الأولى و4 % رسملة سنوية للسنوات المتبقية.

أوجد معدل الفائدة السنوي الفعلي لكل خيار وحدد أحسن خيار لهذا الشخص؟

التمرين الخامس والعشرون:

ثلاث أوراق تجارية، قيمتها الاسمية وآجال استحقاقها على التوالي:

1000 دينار تستحق في 31 ماي.

4000 دينار تستحق الدفع في 30 جوان.

3200 دينار تستحق الدفع في 30 جويلية.

إذا رغب صاحب هذه الأوراق استبدالها بورقة واحدة في أول ماي، وتاريخ استحقاقها في 20 جوان.

ماهي القيمة الاسمية لهذه الورقة الوحيدة؟ علما أن المعدل المطبق هو 6 %.

التمرين السادس والعشرون:

في 9 فيفري 2007 كان تاجر يملك الأوراق التالية:

الورقة الأولى قيمتها الاسمية 7500 دينار تستحق الدفع في 19 فيفري.

الورقة الثانية قيمتها الاسمية 5000 دينار تستحق الدفع في 24 فيفري.

الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 18250 دينار تستحق الدفع في 11 مارس.

الورقة الرابعة قيمتها الاسمية 9250 دينار تستحق الدفع في 23 مارس.

1- عوضت الورقتان الأولى والثانية بورقة وحيدة قيمتها الاسمية 12750 دينار. فما هو تاريخ استحقاقها؟
2- عوضت الورقتان الثالثة والرابعة بورقة واحدة تستحق الدفع بتاريخ 15 مارس. فما هي قيمتها الاسمية؟
3- حدد تاريخ الاستحقاق المتوسط للأوراق التجارية الأربعة؟

التمرين السابع والعشرون:

في بداية شهر جانفي 2011، فكر تاجر في شراء آلة وذلك في 20 مارس من نفس السنة، ولتسديد دينه عرضت عليه ثلاثة طرق:

الطريقة الأولى: دفع مبلغ 17500 دينار يوم الشراء و33500 دينار في 9 جوان من نفس السنة.

الطريقة الثانية: التسديد بثلاثة أوراق تجارية متساوية القيمة 15700 دينار وتستحق على الترتيب: 20 أفريل، 19 ماي، 18 جويلية من نفس السنة.

الطريقة الثالثة: دفع مبلغ مسبق 9500 دينار في 6 فيفري ثم مبلغ 8700 دينار يوم الشراء ومبلغ 34500 دينار في 18 جويلية من نفس السنة.

ماهي الطريقة التي تنصح بها التاجر إذا كان معدل التكافؤ 8 % وتاريخ التكافؤ هو تاريخ الشراء ولماذا؟

التمرين الثامن والعشرون:

أراد شخص شراء عقار فاتفق مع البائع على أن تكون طريقة الدفع كالتالي:

دفع مبلغ 1000 دينار فورا ثم تسديد الباقي على 5 دفعات متساوية، قيمة الدفعة الواحدة 3000 دينار تستحق أول دفعة سنة بعد تاريخ الشراء، فإذا علمت أن معدل الفائدة المطبق هو 6 سنويا، حدد ثمن بيع العقار يوم التعاقد.

التمرين التاسع والعشرون:

اتفق أحد المتعاملين بتاريخ 2004/1/1 على أن يدفع لإحدى شركات التأمين مبلغ سنوي قدره 2000 دينار لمدة 10 سنوات، يبدأ دفع مبلغ الدفعة الأولى في نهاية السنة، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركب السائد في السوق هو 4 %، أحسب ما يستحق للمِؤمن لدى شركة التأمين في نهاية المدة وتحديد مقدار الفوائد التي استحقت على ذلك. نفس السؤال بفرض أن الدفعات تدفع في بداية كل سنة؟

التمرين الثلاثون:

أراد شخص شراء أرض وكان له الاختيار بين أن يدفع ثمنها 1000000 دينار نقدا وفورا، أو أن يكون التسديد بورقتين تجاريتين متساويتين في القيمة الاسمية تستحق الأولى بعد 5 سنوات من تاريخ الشراء وتستحق الثانية بعد 10 سنوات من تاريخ الشراء، وإما أن يكون التسديد عن طريق 10 دفعات سنوية ثابتة يدفع أولها 3 سنوات بعد الشراء، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة يقدر بـ 10% سنويا. أحسب القيمة الإسمية المشتركة للورقتين وقيمة الدفعة الثابتة.

التمرين الواحد والثلاثون:

أودع شخص مبلغ 12500 دينار في أحد البنوك في آخر كل سنة. أوجد رصيد الشخص في السنة الرابعة إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة هو 5 % سنويا.

التمرين الثاني والثلاثون:

يودع شخص مبلغ 5500 دينار في أحد البنوك في آخر كل شهر. أوجد رصيد الشخص بعد سنتين وخمسة شهور، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 12 % سنويا.

التمرين الثالث والثلاثون:

مؤسسة تودع في نهاية كل سنة مبلغ 40000 دينار في بنك معين لمدة 8 سنوات.

أحسب الجملة المكتسبة لهذه المؤسسة في نهاية السنة الثامنة، إذا كان معدل الفائدة السنوي 6.8 % سنويا.

التمرين الرابع والثلاثون:

من أجل تسديد دين في نهاية 7 سنوات بمبلغ 21955.24 دينار. أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك والمودعة في نهاية كل سنة، بمعدل فائدة مركبة 9.5 %.

التمرين الخامس والثلاثون:

ما هي القيمة الحالية لدفعات الاستثمار تدفع في أول كل عام لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا بحيث قيمة كل دفعة 2000 دينار.

التمرين السادس والثلاثون:

اشترى تاجر بتاريخ 15 يناير بضاعة بمبلغ 1000000 دينار سدد منه ¼ المبلغ وحرر بالباقي كمبيالة تستحق الدفع في 15 مارس.

إلا أنه بعد مضي شهر اكتشف التاجر عدم قدرته على تسديد الكمبيالة في تاريخ استحقاقها فاتصل التاجر بدائنه بتاريخ 15 مارس واتفق معه على تسوية الدين على النحو التالي:

1- كمبيالة يتم تسديدها بتاريخ 31 مارس قيمتها الاسمية 50000 دينار.
2- كمبيالة ثانية يتم تسديدها بتاريخ 30 أفريل. إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية علما أن معدل الخصم المطبق هو 5 %.

قائمة المراجع

قائمة المراجع

- إبراهيم عبد ربه، (2004)، **"أساسيات الرياضيات البحثة والمالية"**، الدار الجامعية، الإسكندرية.
- إبراهيم عبد ربه، (2006)، **"رياضيات التمويل والاستثمار"**، الدار الجامعية، الإسكندرية.
- أحمد بركات، (2014)، **"الرياضيات المالية"**، دار بلقيس للنشر، دار البيضاء، الجزائر.
- أحمد زيطوط، (2018)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك، جامعة زيان عاشور، الجلفة.
- امتثال حسن، عادل حلاوة ولبيبة العطار، (2009)، **"الرياضيات المالية والبحتة للتجاريين"**، مؤسسة رؤية للطباعة والنشر والتوزيع، الإسكندرية، مصر.
- العجلوني، محمد والحلاق، سعيد، سامي، 2010، **"دراسة الجدوى الاقتصادية وتقييم المشروعات"**، دار اليازوري، عمان، الأردن.
- القريشي، مدحت، 2009، **"دراسات الجدوى وتقييم المشروعات الصناعية"**، دار وائل للنشر، الأردن.
- بوجنان خالدية، (2016)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، مطبوعة مقدمة لطلبة السنة الثانية ل م د، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة ابن خلدون بتيارت.
- خالد المشهداني، عباس الجنابي، (2013)، **"الرياضيات المالية"**، الطبعة العربية، دار الأيام للنشر والتوزيع، الأردن.
- راشد سلامة، خالد حسين عوني، (2007)، **"الرياضيات المالية"**، الطبعة الأولى، دار الخزامى للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.
- زردق، أحمد عبد الرحيم وبسيوني، محمد سعيد، 2011، **"مبادئ دراسات الجدوى الاقتصادية"**، برنامج محاسبة البنوك والبورصات، كلية التجارة، جامعة بنها.
- شقيري موسى ووليد صافي، محمود نور، (2009)، **"الرياضيات المالية"**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الطبعة الأولى.
- شقيري موسى وآخرون، (2016)، **"الرياضيات المالية"**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر.
- عبد المطلب، عبد الحميد، 2000، **"دراسات الجدوى الاقتصادية للمشروعات الاستثمارية وقياس الربحية التجارية والقومية"**، مكتبة ومطبعة الاشعاع الفنية، مصر.

- عبد المطلب، عبد الحميد، 2000، **"دراسات الجدوى الاقتصادية لاتخاذ القرارات الاستثمارية"**، الدار الجامعية للنشر والتوزيع، مصر.
- عسكر، محمد كمال، 1994، **"المرشد إلى اعداد وتقييم دراسات الجدوى للمشروعات الصناعية"**، منظمة الخليج للاستشارات الصناعية، الدوحة.
- عطية، عبد القادر، 2005، **"دراسات الجدوى التجارية والاقتصادية والاجتماعية مع مشروعات BOT"**، الدار الجامعية للنشر، الإسكندرية، مصر.
- علي محمد عكاشة، (2009)، **"الرياضيات المالية"**، دار الرضا للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر.
- غازي المومني، (2006)، **"الرياضيات المالية المعاصرة"**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.
- غازي فلاح، المومني، (2016)، **"الرياضيات المالية المعاصرة"**، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.
- منصر الياس، (2016)، **"محاضرات في الرياضيات المالية"**، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة البويرة.
- ناصر دادي عدون، (2010)، **"الرياضيات المالية"**، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر.
- يحي موسى حسين، (2011)، **"الرياضيات المالية"**، مركز التعليم المفتوح، برنامج مهارات التسويق والبيع، القاهرة، مصر.

•Hamini Allal, (2005), **« Mathématiques financières »**, office des publications universitaires, Ben Aknoun, Algerie, Tome 1, p 65.