وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة جيلالي ليابس-سيدي بلعباس

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

مطبوعة في مقياس:

تقنيات الكمية في التسيير

محاضرات وتطبيقات

موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر تخصص: مالية وتجارة دولية

من اعداد:

د. قازي أول محمد شكري

أستاذ محاضر -أ-

السنة الجامعية: 2019-2020

المقياس وفق نموذج عرض التكوين المعتمد بالوزارة

يعتبر مقياس تقنيات الكمية في التسيير من أهم مواد السنة الأولى ماستر تخصص مالية وتجارة دولية بحيث يهدف المقرر في المحاضرة الأولى والثانية الى تعريف اتخاذ القرار وخطوات وظروف اتخاذه ثم في المحاضرة الثالثة والرابعة والخامسة تطرق الى البرمجة الخطية وخوارزمياتها وفي المحاضرة السادسة والسابعة تطرق لمسائل النقل واختبار مثالية الحل الأساسي وفي المحاضرة الثامنة دراسة مشاكل التعيين.

محتوى المقياس: سيتم التطرق الى برنامج المقياس وفقا لمجموعة من المحاضرات مرتبة كالتالي:

المحاضرة الاولى: خطوات اتخاذ القرارات

المحاضرة الثانية: ظروف اتخاذ القرارات

المحاضرة الثالثة: نموذج البرمجة الخطية

المحاضرة الرابعة: طرق حل مسائل البرمجة الخطية

المحاضرة الخامسة: النموذج المقابل (المرافق.)

المحاضرة السادسة :نموذج النقل

المحاضرة السابعة: اختبار مثالية الحل الأساسي (الأولي)

المحاضرة الثامنة: مشاكل التعيين (التخصيص" Affectation«)

المقدمة العامة:

لقد أسهم التطور الصناعي والتقدم التقني في زيادة القدرة الإنتاجية حيث ظهرت وتوسعت العديد من المؤسسات، المنشآت والمصانع، مما أدى إلى ظهور مشاكل معقدة في مجال الإنتاج والتسويق والتسيير. وهنا ظهرت الحاجة إلى استخدام تقنيات كمية فعالة تحدد استعمال واستخدام الأفضل للموارد البشرية والمادية.

من هنا جاءت تقنيات الكمية في التسيير كتطبيق علمي للطرق الرياضية والإحصائية في حل مختلف المشاكل الإدارية والاقتصادية، التي تواجه متخذ القرار في أداء مهامه. كما تتميز تقنيات الكمية بالعديد من الأساليب لكل منها مجاله الخاص به، نذكر من بينها: البرمجة الخطية، نماذج النقل.... الخ

ومن هذا المنطلق تقدم هذه المطبوعة سلسلة من المحاضرات لبعض تقنيات الكمية المطبقة في التسيير. متوخين في ذلك البساطة والتعمق في تقديم الأمثلة التطبيقية بطريقة تمكن من فهم كل تقنية والتركيز على كيفية تطبيقها ومجالات استخدامها، وذلك على اعتبار أن هدفنا الأساسي في هذه المطبوعة هو تدريب الطالب على كيفية تطبيق التقنيات والاستفادة منها في مجالات مختلفة.

المحاضرة الأولى

مقدمة:

من المعروف بأن اتخاذ القرار هو جوهر ولب العملية الإدارية في أي مشروع، والقرار في حد ذاته هو اختيار حل من بين عدة حلول لمشكلة معينة، أو من بين سبل العمل المتاحة لتحقيق هدف معين. وعملية اتخاذ القرار هي مجموعة متتالية من الخطوات والإجراءات التي تؤدي في نهايتها إلى اختيار أفضل الحلول البديلة، وإصدار الأوامر الخاصة بتنفيذها. فمن الناحية الإدارية والعملية أيضا يوجد فرق بين اتخاذ القرار (Decision Taking) وصناعة القرار (Decision Making)، وبالتالي فإن المفهوم لكل منهما يجب أن يكون واضحا. وصناعة القرار هي الآن محور البحث العلمي لإصدار قرارات رشيدة ناتجة عن الصناعة. بمعنى أن لصناعة القرار مدخلات تقود إلى مخرجات، وهذا يعني دراسة مدخلات صناعة القرار ليكون رشيدا وقابلا للتنفيذ ومتمشيا مع ظروف الإنتاج السائدة. أما اتخاذ القرار فهو اختيار أحد البدائل من البدائل المتاحة في الخصوص بغية اتخاذ القرار الأمثل من حيث تحقيق الهدف والموضوعية. فيمكن تصور عمليات صناعة القرار على أنها كيفية الحصول على المدخلات مثل الموارد المادية والبشرية، والآلات والمعدات، المواد الخام والإمكانيات الإنتاجية الآلية، والاستثمارات اللازمة لتشغيل النظام الإنتاجي بما يتفق مع احتياجات هذا النظام، وتحويل هذه المدخلات إلى سلعة لها المواصفات والقيمة الزمنية والمكانية المقررة للمنتج. ولتحقيق الهدف الذي يسعى المشروع لتحقيقه وهو انتاج السلعة بأكبر كفاءة ممكنة ينبغي على إدارة المشروع الحصول على المدخلات التي تمكنه من تحقيق الإنتاج المطلوب بأقل تكلفة ممكنة.

يمكن الآن توضيح أهم القرارات التي تتخذها إدارة المشروع لصناعة القرار المتعلق بالعمليات الإنتاجية، والتي يمكن تحديدها في المجالات الرئيسية التي تعمل فيها هذه الإدارة، والتي تتعلق بتخطيط المنتج ويقصد به تحديد وتعريف المنتوج ذي القيمة الزمنية والمكانية وبالمواصفات التي يحتاج إليها مستعمل هذا المنتوج. والمجال الثاني هو تحديد أنواع المدخلات اللازمة والحصول عليها ثم مجال تحويل هذه المدخلات وتحقيق الإنتاج المطلوب.

القرار الأول: المرتبط بصناعة القرار هو دراسة السلعة التي يجب أن تنتج، فيهتم مدير إدارة العمليات الإنتاجية بأن يحقق المواصفات التي يطلبها مستعمل السلعة (المستهلك الأخير). ويمكن استخدام كلمة فاعلية (Effectiveness) الإنتاج للتعبير عن مدى النجاح الذي يحققه مدير الإنتاج في الوصول بالمنتوج إلى المواصفات التي يتطلبها المستهلك الأخير للسلعة. كما أن

كفاءة (Efficiency)الإنتاج تعبر عن المستوى النسبي للتكلفة التي يتحقق الإنتاج بموجبها. ولذلك نجد أن هذا المدير يسعى للوصول إلى أعلى درجة من الكفاءة والفاعلية في المنتوج الذي يقدم للمستهلك الأخير. ولكي يصل مدير إدارة العمليات الإنتاجية إلى هذا الهدف يبدأ بتحديد شكل وطبيعة المنتوج أو الخصائص التي يجب أن يتميز بها حتى يلاقي إقبالا لدى المستهلك الأخير والمتوقع.

القرار الثاني: المتعلق بصناعة القرار هو تحديد أنواع المدخلات وتحويلها (الموارد المختلفة، الآلات والمعدات، المواد الأولية وغيرها). بعد تحديد نوع وطبيعة السلعة ووضع المواصفات الفنية للإنتاج تتخذ إدارة العمليات الإنتاجية قرارات عمليات خلق المنتج ويتضمن ذلك تحديد أنواع المدخلات اللازمة وكيفية استخدامها.

القرار الثالث: المرتبط بصناعة القرار هو تحديد مقومات خلق المنتج قبل الوصول الى القرار الاقتصادي بمجموعة المدخلات التي تحقق أكبر كفاءة للمشروع يجب الانتهاء من اتخاذ القرار التقني (التكنولوجي) الذي يحدد البدائل الفنية التي يمكنها أداء العمل المطلوب.

القرار الرابع: المرتبط بصناعة القرار هو تحديد الكمية المطلوبة من عناصر المدخلات، يتم اختيار المدخلات في مجموعات متكاملة. ويتخذ القرار التقني الذي يحدد البدائل الممكنة من الناحية الفنية قبل الشروع في اتخاذ القرار الاقتصادي.

القرار الخامس: هو القرار تحديد القدرة الإنتاجية. ترتبط تكلفة الإنتاج لكل من البدائل المختلفة من مجموعات المدخلات بكمية الإنتاج. ومن المعروف ان التكلفة الكلية للإنتاج لا تتغير مباشرة مع تغير الكمية المنتجة.

القرار الأخير: يتعلق بالتخطيط الزمني لعناصر المدخلات، لا تنتهي وظيفة الإنتاج عند تحديد المنتج وتحديد أنواع المدخلات الازمة للعملية الإنتاجية. بل تتضمن الوظيفة قرار يتعلق بعنصر الزمن.

من خلال هذا المنطلق يمكن ان نحدد الخطوات أو المراحل التي يجب أن يتبعها متخذ القرار (المدير) عندما يرغب في اتخاذ قرار معين.

I. خطوات أو مراحل اتخاذ القرار:

1- تحديد طبيعة المشكلة أو الهدف المراد تحقيقه:

تحديد طبيعة المشكلة يعتبر بمثابة تحديد الطريق الذي يجب ان يسير عليه متخذ القرار، وهو امر في غاية الأهمية حيث يمكن إذا تعمقنا في جوانب المشكلة ان نكتشف نواحي من الأفضل اخدها بعين الاعتبار اثناء عملية اتخاذ القرار. ومع هذا

فيجب ان نتعرف على الظروف المحيطة بالمشكلة وذلك بسبب اختلاف الظروف التي ربما تؤدي الى اختلاف القرار. وبناء على ذلك يمكن تقسيم المشاكل حسب التصنيف التالي:

أ- مشاكل روتينية وهي المشاكل التي تتكرر.

ب- مشاكل الحيوية وهي المتعلقة بالخطط والسياسات المتبعة في المشروع.

ت- مشاكل طارئة وهي التي تحدث دون وجود مؤشرات على حدوثها، ويعتمد علاجها على قدرة المدير على اتخاذ القراره بسرعة وحزم.

2-تحديد البدائل (وضع المشكلة في صورة بدائل):

يجب تحديد عدة ادلة او براهين لأي عمل ويتم تحديدها تحديدا قاطعا عن طريق البحث العلمي المنظم.

3- تحليل وتقييم كل البدائل:

يتم تحليل وتقييم البدائل بواسطة تحديد المتغيرات التي يمكن قياسها بسهولة كالإيرادات، التكاليف، الزمن درجة الصعوبة وغيرها، ومحاولة وضع التخمين الدقيق لحدمن العناصر الأخرى، مثلا العلاقات العمالية او الظروف السياسية التي لا يمكن وضعها بصورة كمية.

4- اختيار البديل الأمثل من البدائل وإصدار القرار:

من الطبيعي انه يتم اختيار البديل الأمثل من خلال ثلاثة منطلقات وهي: الخبرة، التجربة، البحث والتحليل. والمنطلق الأخير هو الأسلوب الأكثر استخداما وتأثيرا بتحليل المشكلة واكتشاف العلاقات بين المتغيرات المهمة وكذلك القيود التي لها علاقة بالهدف الذي تسعى الى تحقيقه.

5- تنفيذ القرار ومتابعته وتقييمه:

حيث نجد انه لا تنتهي مهمة متخذ القرار عند تنفيذه بل تتعدى الى متابعة نتائج التنفيذ وذلك للتعرف على مدى نجاح البديل المختار أو الأمثل في علاج المشكلة او تحقيق الهدف المرغوب. ومما تجدر الإشارة اليه في هذا الصدد هو انه يمكن تقسيم الحالات (المناخ او الظروف) التي تتخذ فيها مختلف أنواع القرارات الى ثلاث حالات أساسية وهي:

أ- حالة التأكد التام:

وهي تتمثل في مجموعة من الظروف أو المتغيرات أو الحقائق التي تدفع متخذ القرار إلى الاعتماد التام بأن حالة ما من الحالات المتوقعة سوف تحدث وعلى وجه التأكيد، ومن ثم فإن مهمة متخذ القرار في هذه الحالة هي اختيار البديل الذي يحقق أكبر عائد ممكن في ظل هذه الحالة المؤكد وقوعها.

ب- حالة المخاطرة:

في كثير من الأحيان، يحدد متخذ القرار عددا من الحالات أو الأحداث المتوقع حدوثها في المستقبل وكذلك احتمالات حدوث كل حالة من هذه الحالات أو الأحداث، وغالبا ما يتم تحديد احتمالات وقوع هذه الأحداث بأحد الأسلوبين:

أولا: الاحتمالات الموضوعية _ أي التي يتم حسابها على أساس تحليل البيانات التاريخية المتاحة أو المتجمعة من سنوات سابقة وعلى أساس أن ما حدث في الماضي قد يتم حدوثه في المستقبل.

ثانيا: الاحتمالات التقديرية _ هذه يتم تحديدها على أساس الخبرة والتقدير الشخصي واستطلاع آراء الخبراء والمتخصصين. والمعايير المستخدمة في كلتا الحالتين تسمى بالاحتمالات التقديرية أو معايير ما يطلق عليه بالقيمة المتوقعة.

ت- حالة عدم التأكد:

في هذه الحالة لا يمكن لمتخذ القرار أن يحدد احتمالات حدوث كل حالة من الحالات المتوقعة حتى ولو أمكنه تحديد تلك الحالات فعلا. وبناء على ذلك لا يوجد معيار واحد متفق عليه كأساس لاتخاذ القرار، ولكن يتوقف الاختيار من بينهما على شخصية متخذ القرار نفسه ودرجة استعداده لتحمل المخاطر.

ومن خلال مختلف الظروف لعملية اتخاذ القرار، فإن متخذ القرار عندما يرغب في تنفيذ هذا القرار فإنه يلجأ إلى استخدام العناصر البشرية لتنفيذه، وهذا يتوقف على نوعية القرار الذي يرغب باتخاذه، ففي بعض الأحيان يلجأ إلى استخدام الأدوات الكمية المختلفة (بحوث العمليات، الإحصاء، الرياضيات، الحاسوب الآلي، نظم المعلومات الإدارية الخ) لمساعدته في عملية تنفيذ هذا القرار، وكذلك قبل تنفيذ هذا القرار عليه أن يقوم بدراسة ومتابعة التطورات البيئية المختلفة (المباشرة، وغير المباشرة)، والتي تؤثر على عملية اتخاذ القرار. الجدول التالي (1) يبين ذلك:

جدول (1): الإدارة وعملية اتخاذ القرار

الموارد البشرية	الأدوات الكمية	البيئة	
		البيئة الداخلية	البيئة الخارجية
(العلوم السلوكية، إدارة الأفراد أو إدارة الموارد البشرية، السلوك التنظيمي وغيرها)	(الحاسب الآلي، علم الإدارة أو بحوث العمليات، الإحصاء، نظم المعلومات الإدارية، الرياضيات وغيرها)	– الوظائف الإدارية – الإجراءات والسياسات الداخلية – الضوء والضوضاء وغيرها.	– العوامل السياسية. – العوامل الاقتصادية. – العوامل الاجتماعية والثقافية. – العوامل التقنية.

إن الجدول (1) يشير إلى الحقائق التالية وهي:

- هناك حاجة ماسة ومتزايدة لاستخدام علم الإدارة والإحصاء والأدوات التحليلية الكمية كأدوات مساعدة لمتخذ القرار حيث يمكن للمدير الاستفادة من التسهيلات المتاحة في علم الإدارة والاحصاء والأساليب الرياضية، وخاصة بعد ظهور الحاسبات الآلية وظهور برامج كمبيوتر جاهزة للاستخدام دون الحاجة إلى الإلمام بالنواحي الفنية المتخصصة في مجال تشغيل الحاسبات أو إعداد البرامج.
- العلوم السلوكية –لقد أصبحت تحتل أهمية خاصة في معالجة العديد من المشاكل الإدارية ومن ثم أصبح مطلوبا من المدير الإلمام بمبادئ هذا العلم وذلك لأن المعرفة المتحصل عليها من هذه العلوم تمكن من مساعدته في إيجاد الحلول المناسبة لعدد لا يستهان به من المشاكل الإنتاجية والإدارية.
- إن معظم القرارات الإدارية ترتبط بشكل مباشر أو غير مباشر بمشاكل إنسانية للأفراد، ولهذا فإن الأساليب الرياضية بمفردها لا تمثل أساسا صالحا لاتخاذ القرارات ما لم تكن مدعومة بالخبرة والتقدير الشخصي للمدير.
- القدرة على التنبؤ والمعرفة التامة بالمؤثرات البيئية المختلفة: وبناء على ذلك يستطيع متخذ القرار أن يطلب الأسلوب

الكمي في اتخاذ القرار على الأمور التي يمكن تطبيقها. ولعله من البديهيات أنه لا يمكننا وضع قائمة شاملة بالأساليب التي تصلح لمعالجة كل المشاكل المتعلقة بالإنتاج والعمليات. ولكن مع استمرار التقدم والتطور في مجال علم الإدارة والعلوم الأخرى وجدت مجموعة من النماذج التي شاع استخدامها كأساليب قياسية لحل الكثير من المشاكل التي تواجه العديد من المشروعات القائمة، ومع زيادة دور هذه النماذج في معالجة الكثير من المشاكل الإدارية فقد تعددت مجالات استخدام هذه النماذج. وخلاصة القول، يمكن أن نكتفي بالإشارة إلى بعض النماذج التي يمكن الاستعانة بها في اتخاذ القرارات المتعلقة بعلم الإدارة. والمثال (1) يبين بعض النماذج المستخدمة لحل بعض المشاكل الإدارية بصورة عامة:

نفرض أن الشركة العامة للنقل البحري ترغب في شراء سفن جديدة، وذلك لغرض توسيع وتحسين مجال خدماتها. ولكن هذه الشركة لم تقرر بعد ما هي النوعية اللازمة من هذه السفن التي يجب شراؤها. وبعد دراسة السوق العالمي، تبين لها بأنه يوجد ثلاثة أنواع من السفن التي يمكن الاختيار من بينها والتي تتلاءم مع متطلبات هذه الشركة (وجود قرارات بديلة لعملية المفاضلة) وهي:

البديل الأول – شراء سفن من الحجم الصغير (S)

البديل الثاني – شراء سفن من الحجم المتوسط (M)

البديل الثالث – شراء سفن من الحجم الكبير (L)

ولقد كانت توقعات إدارة الشركة بالنسبة لمبيعات السنة القادمة هي كالتالي:

المجموعة الأولى (A1) – (0 – 100000 دج)

المجموعة الثانية (A2) – (100000 – 1800000 دج)

المجموعة الثالثة (A3) – (180000 – 300000 دج)

المجموعة الرابعة (A4) – (أكثر من 300000 دج)

ولقد قامت إدارة الشركات بتحديد الأرباح المتوقعة وهي مبنية في الجدول (2):

جدول (2): الأرباح المتوقعة

القرارات البديلة		الأحداث أو النتائج المتوقعة	
L	M	S	
LA1	MA1	SA1	A1 (0-100000)
LA2	MA2	SA2	A2 (100000-180000)
LA3	MA3	SA3	A3 (180000-300000)
LA4	MA4	SA4	A4 (300000-)

من الجدول (2) يتبين أن الرموز الموجودة على يمين الجدول (SA1, MA1, LA1, … LA4) تمثل الأرباح التي يمكن تحقيقها، نتيجة لاتخاذ قرار من القرارات المذكورة والمتبوعة بحدث من الأحداث المتوقعة، مثلا (SA1) توضح الربح الذي يمكن تحقيقه، وذلك إذا اشترت الشركة سفنا من النوع الصغير (S)، وكان حجم المبيعات في المجموعة الأولى (0 – 100000 دج). كما أن (LA4) تعني الربح الذي سيتحقق، وذلك إذا اشترت الشركة سفنا من النوع الكبير (L)، وكان حجم المبيعات في المجموعة الرابعة (أكثر من 300000 دج).

نفرض أن هذه الشركة احتسبت قيمة الأرباح، والتي كانت مبينة في الجدول (3)

جدول (3): الأرباح

			المبيعات	
نوع السفينة	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**
S	40,000	22,000	30,000	50,000
M	35,000	45,000	25,000	20,000
L	-40,000	-10,000	45,000	60,000

نلاحظ من الجدول (3) بأن القيم السالبة (40000-) و (10000-) تمثل الخسارة. فمثلا إذا قررت الشركة شراء السفن من النوع الكبير (L)، وفي نفس الوقت كان حجم المبيعات في المجموعة الأولى (0 – 100000دج)، فإن الخسارة التي سوف تتكبدها هذه الشركة هي (40000دج). وبالمثل بالنسبة للرقم الثاني، بمعنى أنه إذا تقرر شراء سفن من النوع الكبير (L)، وفي نفس الوقت كان حجم المبيعات في المجموعة الثانية (180000 – 100000 دج)، فإن الخسارة ستكون عشرة آلاف دينار.

جدول الخسائر

من خلال المعلومات السابقة يمكن بناء جدول يهتم بالخسائر، وذلك عن طريق تحديد أكبر قيمة في كل عمود من الأعمدة المكونة لجدول الأرباح، ثم نقوم بطرح بقية القيم من تلك القيمة الكبيرة، ويكون الفرق ممثلا لما يسمى بخسارة الفرصة الضائعة (Opportunity Loss). وحساب هذه الخسائر مبين في الجدول (4).

جدول (4): الخسائر

العمود الأول	العمود الثاني	العمود الثالث	العمود الرابع
40,000-40,000 = 0	45,000-22,000 = 23,000	45,000-30,000 = 15,000	60,000-50,000 = 10,000
40,000-35,000 = 5000	45,000-45,000 = 0	45,000-25,000 = 20,000	60,000-20,000 = 40,000
40,000-(-40,000) = 80,000	45,000-(-10,000) = 55,000	45,000-45,000 = 0	60,000-60,000 = 0

ويكون جدول الخسائر بعد إجراء العمليات الحسابية اللازمة لذلك في الجدول (4) ملخصة في الجدول (5):

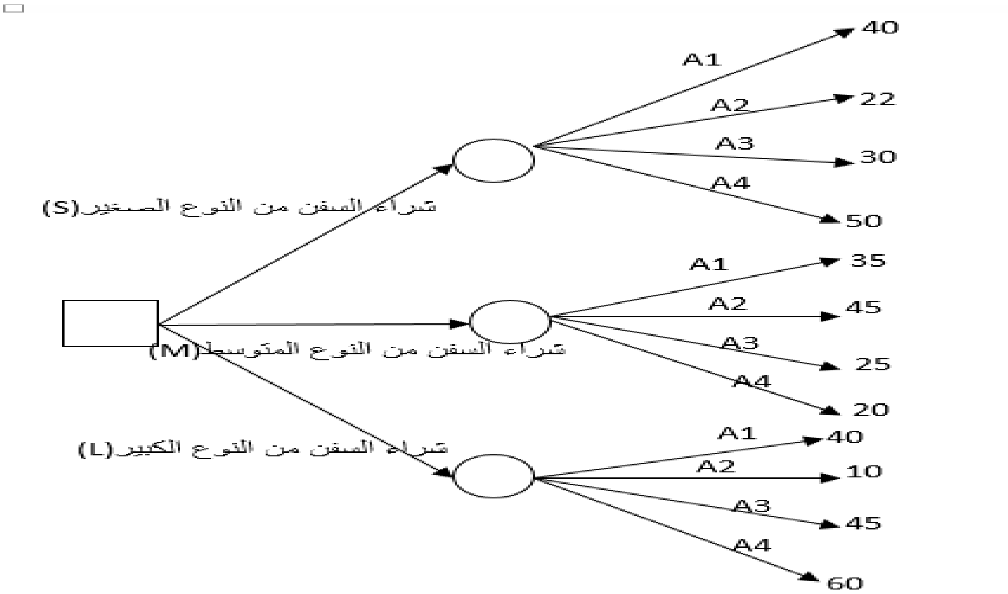
جدول (5): ملخص للخسائر

	المبيعات			
نوع السفينة	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**
S	0	23,000	15,000	10,000
M	5,000	0	20,000	40,000
L	80,000	55,000	0	0

II. شجرة القرارات Decision Tree:

تستخدم شجرة القرارات في تحليل المشاكل المعقدة وخاصة عندما تكون المشكلة متعلقة بعنصر المخاطرة وعدم التأكد. وتفيد شجرة القرارات عند المفاضلة بين البدائل الاستثمارية وعند شراء المعدات وإجراء التعاقدات. فمن خلال المعلومات الموجودة في المثال السابق (1) يمكن تحليل البدائل المختلفة كما هي مبينة في شجرة القرارات المبينة في الشكل (1):

شكل (1): شجرة القرارات



المحاضرة الثانية

لقد ناقشنا سابقا الظروف المختلفة التي تتخذ فيها القرارات، وذكرنا بأنها تنقسم إلى ثلاثة ظروف مختلفة وهي:

1. اتخاذ القرارات تحت حالة التأكد التام Making Decision Under Certainly:

في هذه الحالة يكون متخذ القرار متأكدا من أن حدثا معينا سوف يقع، أي أنه يكون على علم تام بالمستقبل. وفي هذه الحالة يكون من السهل على متخذ القرار تحديد القرار البديل الذي سيتخذه. فإذا افترضنا مثلا أن إدارة الشركة العامة للنقل البحري متأكدة من أن حجم المبيعات سيكون (0 – 100000 دج)، فإن القرار سوف يكون شراء سفينة من نوع صغير (S)، لأن ذلك سيحقق أعلى عائد، وهو (40000دج). أما إذا كانت الإدارة متأكدة من أن حجم المبيعات، سيكون (180000 – 300000 دج)، فإن القرار سيكون شراء سفينة من النوع الكبير (L)، وذلك لأن هذا القرار سيحقق أيضا أعلى ربح، وهو (45000 دج). لاحظ أيضا هذين القرارين يحققان أقل الخسائر (أنظر جدول الخسائر).

2. اتخاذ القرارات تحت حالة عدم التأكد Making Decisions Under Uncertainly

في هذه الحالة، متخذ القرار يكون غير متأكد من أن هناك حدثا بعينه سوف يحدث، وإضافة إلى ذلك، فإنه لا توجد معلومات وافية تمكن من تحديد احتمالات وقوع الأحداث المكنة، وفي هذه الحالة، فإن متخذ القرار يمكنه اللجوء إلى إحدى الطرق التالية عندما يرغب اتخاذ قرار معين يتعلق بهذه الظروف.

1.2 .طريقة تعظيم أكبر عائد يمكن تحقيقه Maximax:

متخذ القرار يجب عليه أن يستخدم الخطوتين التاليتين وهما:

- من جدول الأرباح، يتم تحديد أكبر ربح يمكن تحقيقه من كل القرارات البديلة. يتم اختيار أكبر قيمة من بين القيم التي تم تحديدها في الخطوة (1)، ويكون القرار الذي يحقق هذه القيمة هو القرار الذي يجب اتخاذه. نستنتج أن هذه الطريقة تركز على تعظيم أعلى ربح يمكن تحقيقه، ولذلك تسمى في بعض الأحيان (طريقة القرار المتفائل). ووفقا لهذه الطريقة، فإن أكبر ربح يمكن تحقيقه في المثال السابق هو (60000 دج)، والذي يتحقق عن طريق شراء السفن من النوع الكبير (L).

2.2 . طريقة تعظيم أقل عائد يمكن تحقيقه Maximin:

يمر متخذ القرار أيضا بخطوتين اثنين وهما:

- من جدول الأرباح، يتم تحديد أقل ربح يمكن تحقيقه من كل القرارات البديلة.
- يتم اختيار أكبر قيمة من بين القيم التي تم تحديدها في الخطوة (1)، ويجب اتخاذ القرار الذي يحقق هذه القيمة. وهكذا، فإن هذه الطريقة هي عكس الأولى، تركز على تعظيم أقل ربح يمكن تحقيقه، ولذلك، فإن البعض يسميها (طريقة القرار المتشائم). وفي المثال السابق نجد أن أكبر عائد من بين أقل الأرباح المترتبة على مختلف القرارات هو الربح (22000دج)، والذي يعني أن القرار الذي يجب اتخاذه هو شراء السفن من النوع الصغير (S).

3.2. طريقة تقليل أكبر خسارة يمكن تكبدها Minimax:

هناك خطوتان يجب أن نتبعهما وهما:

- من جدول الخسائر، يتم تحديد أكبر خسارة يمكن تكبدها من كل القرارات البديلة.
- يتم اختيار أقل قيمة من بين القيم التي تحديدها في الخطوة (1)، ويجب اتخاذ القرار الذي يحقق هذه القيمة. وبتطبيق هذه الطريقة فإن الخسارة هي (23000دج)، والذي تعني أن القرار الذي يجب اتخاذه هو شراء السفن من النوع المتوسط (M). وتعرف هذه الطريقة بطريقة (الأسف والندم).

3. اتخاذ القرارات في حالة المخاطرة أو المجازفة:

تحت هذه الظروف، فإن متخذ القرار يكون بحاجة لمعلومات عن احتمالات وقوع الأحداث المختلفة التي تلي الاختيارات المختلفة للقرارات. وهذه الاحتمالات قد يتم الحصول عليها من السجلات الماضية للمشروع، وقد تكون مجرد تقدير شخصي لمتخذ القرار نفسه، وفي هذه الحالة، يمكن لمتخذ القرار اللجوء إلى إحدى الطرق التالية عندما يرغب باتخاذ قرار معين تحت هذه الظروف. والطرق هي:

1.3. طريقة القيمة المتوقعة The Expected Value Method:

الإجراءات التي يجب اتباعها عند استخدام هذه الطريقة هي:

- احسب الربح المتوقع من قرار بديل، وذلك بوزن أو تقييم كل ربح من الأرباح الموجودة في الصف الذي يشير إلى القرار، وذلك بضربها في احتمالات وقوع الأحداث المختلفة، ثم تجميع القيم الناتجة.
- قم باختيار القرار الذي يعطي أكبر عائد متوقع فإذا افترضنا مثلا أن احتمالات بيع الأحجام المختلفة السابقة من المبيعات كانت كالآتي:

احتمال أن يكون حجم المبيعات (0 – 100000) = 15%.

احتمال أن يكون حجم المبيعات (100000 – 180000) = 30%.

احتمال أن يكون حجم المبيعات (180000 – 300000) = 25%.

احتمال أن يكون حجم المبيعات (300000–) = 10%.

وترغب هذه الشركة تحديد أعلى الأرباح المتوقعة، ومن ثم تحديد القرار الذي يجب اتخاذه، فإن ذلك يتم تحديده كما يلي:

يكون الربح عند شراء السفينة من النوع الصغير (S):

40000 (15%) + 22000 (30%) + 30000 (25%) + 50000 (10%) = 25100 دج

يكون الربح عند شراء السفينة من النوع المتوسط (M):

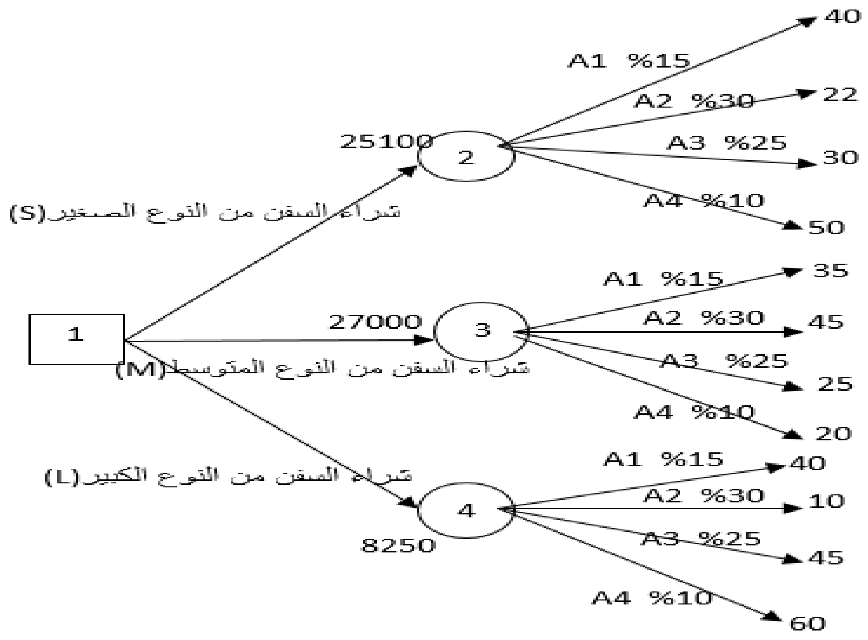
35000 (15%) + 45000 (30%) + 25000 (25%) + 20000 (10%) = 27000دج

يكون الربح عند شراء السفينة من النوع الكبير (L):

40000–) (15%) + (10000–) (30%) + 45000 (25%) + 60000 (10%) = 8250 دج

من خلال هذه النتائج، فإن أكبر قيمة متوقعة هي (27000 دج)، والتي تتحقق عندما يكون القرار هو شراء سفينة من النوع المتوسط (M)، ويمكن توضيح هذه المعلومات مباشرة في الشكل (2)، على شجرة القرارات كما يلي:

شكل (2): شجرة القرارات مرفقة بالاحتمالات لكل قرار



ويمكن أيضا الوصول إلى نفس القرار السابق، إذا أخذنا جدول الخسائر السابق، فتكون النتائج كالآتي:

الخسارة عند شراء سفينة من النوع الصغير (S):

0 (15%) + 23000 (30%) + 15000 (25%) + 10000 (10%) = 11.65دج

الخسارة عند شراء سفينة من النوع المتوسط (M):

5000 (15%) + 0 (30%) + 20000 (25%) + 40000 (10%) = 9.75دج

الخسارة عند شراء سفينة من النوع الكبير (L):

80000 (15%) + 55000 (30%) + 0 (25%) + 0 (10%) = 28.5دج

من خلال هذه النتائج، نجد أن أقل الخسائر تتحقق بشراء السفينة من النوع المتوسط (M)، وهي نفس النتيجة السابقة، ويمكن جمع الأرباح والخسائر المتوقعة في جدول واحد، وذلك من أجل المقارنة كما هو في الجدول (6).

جدول (6): الأرباح والخسائر المتوقعة من المثال (1)

	شراء سفينة من النوع الصغير (S)	شراء سفينة من النوع المتوسط (M)	شراء سفينة من النوع الكبير (L)
الأرباح المتوقعة	25100	27000	8250
الخسائر المتوقعة	11.65	9.75	28.5

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة Expected Value of Perfect Information:

لو فرضنا أنه في بعض الحالات، كانت هناك إمكانية الحصول على معلومات مؤكدة من أحد المصادر بخصوص أي الأحداث سوف تقع، ونرغب في تحديد قيمة هذه المعلومات الكاملة، فإذا كانت احتمالات الأحجام الأربعة للمبيعات هي كما سبق: 15% للحجم الأول، 30% للحجم الثاني، 25% للحجم الثالث، 10% للحجم الرابع. فإذا فرضنا أن هذه الأحجام تبين الواقع العملي فعلا، فإن القرارات التي يجب اتخاذها في هذه الحالات الأربع هي:

إذا كان حجم المبيعات (0 –100000 دج)، فإن نوع السفينة المشترات هي من الحجم الصغير (S)، والعائد 40000دج.

إذا كان حجم المبيعات (100000 – 180000 دج)، فإن نوع السفينة المشترات هو من الحجم المتوسط (M)، والعائد 45000 دج.

إذا كان حجم المبيعات (180000 – 300000 دج)، فإن نوع السفينة المشترات هو من الحجم الكبير (L) والعائد 45000 دج.

إذا كان حجم المبيعات (أكثر من 300000 دج)، فإن نوع السفينة المشترات هو من الحجم الكبير (L) والعائد 60000 دج.

وبالتالي يكون الربح المتوقع عند استخدام مصدر المعلومات الكاملة هو:

40000 (15%) + 45000 (30%) + 45000 (25%) + 60000 (10%) = 36.750دج

وبدون استخدام هذه المعلومات الكاملة، فإن الربح المتوقع هو فقط 27000دج (أنظر إلى الشكل 2)، ومن ثم، فإن القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة تساوي (27.000 – 36.750) = 9750 دج. وبشكل عام، يمكن تحديد الخطوات التي تتحدد بها القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة كالآتي:

- يتم تحديد أعلى ربح من كل حدث، على اعتبار أن هناك علما مؤكدا بأن ذلك الحدث سوف يقع.
- يتم وزن كل ربح من هذه العوائد، وذلك بضربها في احتمالات وقوع الأحداث.
- تجمع القيم المحسوبة في الفقرة (2)، وتسمى القيمة الناتجة الربح المتوقع في وجود معلومات كاملة.
- يتم تحديد القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة، وذلك بطرح القيمة المتوقعة في حالة عدم وجود معلومات كاملة، والمحسوبة في الفقرة (3).

وعلى متخذ القرار أن يقارن بين تكلفة الحصول على هذه المعلومات المؤكدة، وما يضيفه وجودها من عوائد، ومن ثم يقرر استخدامها من عدمه.

2.3. طريقة السبب الغير الكافي **Insufficient Reason Method**:

في وقوع الأحداث، مثلا، قد لا تتوفر لإدارة الشركة العامة للنقل البحري معلومات عن احتمالات بيع الأحجام المذكورة من المبيعات. ونظرا لأن هناك أربعة أحجام مختلفة من المبيعات، فإن متخذ القرار، وباتباع هذه الطريقة، يمكنه اعتبار أن احتمال بيع أي حجم من الأحجام هو 25%، ويتم حساب القيمة وفقا لهذه الطريقة كما يلي:

الربح عند شراء السفينة من النوع الصغير (S):

40000 (25%) + 22000 (25%) + 30000 (25%) + 50000 (25%) = 35.5دج

الربح عند شراء السفينة من النوع المتوسط (M):

35000 (25%) + 45000 (25%) + 25000 (25%) + 20000 (25%) = 31.25دج

الربح عند شراء السفينة من النوع الكبير (L):

(40000-) (25%) + (10000-) (25%) + 45000 (25%) + 60000 (25%) = 10دج

من خلال هذه النتائج، نجد أن القرار الذي يجب اتخاذه هو شراء السفينة من النوع الصغير (S)، لأن هذا القرار يحقق أعلى ربح وقدره (35.500 دج).

3.3 طريقة أكبر احتمال The Maximum Likelihood Method:

يمكن استخدام هذه الطريقة عن طريق اختيار الحدث الذي يكون احتمال وقوعه أكبر ما يمكن، ثم يتم اختيار التوفيق بين هذا الحدث والقرار الذي يعطي أكبر ربح ممكن. ففي المثال السابق نجد أن الحدث الذي يحمل أكبر احتمال وقوع هو الحدث (A2)، والذي يعني أن يكون حجم المبيعات (100000 – 180000 دج). وعند النظر إلى الأرباح الموجودة في العمود الذي يقع تحت (A2) – أنظر الجدول (3) – نلاحظ أن أكبر ربح هو 45.000 دج، حيث إن هذا الربح يقابل (M) فهذا يعني أن القرار الذي يجب اتخاذه، هو شراء السفينة من النوع (M).

تحظى عملية اتخاذ القرارات الإدارية من خلال استخدام أسلوب علم الإدارة (بحوث العمليات) في الوقت الحاضر باهتمام كثير من الدارسين والمهتمين والممارسين للإدارة. فالدارسون للعلوم الإدارية يجدون في هذا المجال أسلوبا حديثا ومتطورا في تحليل البيانات تحليلا كميا يساير حركة الإدارة في الاتجاه العلمي.

أما الممارسون للأعمال الإدارية فإن اهتمامهم باستخدام هذا الأسلوب الجديد في اتخاذ القرارات الإدارية أصبح يتزايد باستمرار. وذلك برغبتهم في الاستفادة من هذه العلوم المتطورة، نظرا لما يعطيه من إمكانيات وقدرات أكبر في مجال التحليل وانجازات لا يمكن التغاضي عنها في وقت أصبحت فيه الحاجة ماسة إلى هذه القدرات والامكانيات. وعلى الرغم من أن هذا الأسلوب الكمي المتطور لا يصف في كثير من الحالات العوامل السلوكية المتعددة على وجه الدقة، وإنه يضع قواعد وإجراءات يمكن أن تفيد كثيرا في وضع الحلول المثلى، خاصة في المشروعات الكبيرة والتي تتميز عملياتها الإدارية في عصرنا الحاضر بالتعقد والتشابك إلى الحد الذي يجعل من اتخاذ القرارات مشكلة تتطلب الكثير من البيانات النوعية والكمية. بالإضافة إلى استخدام الأدوات والأساليب القياسية التي تسهم في تحليل هذه البيانات بغية الوصول إلى الحلول المثلى.

ومن الطبيعي الآن إمكانية تحديد المدخل الكمي في اتخاذ القرارات من خلال استخدام نماذج بحوث العمليات. وهذه الخطوات يمكن تصنيفها على النحو التالي:

أولا – الشعور بضرورة اتخاذ موقف معين اتجاه ظاهرة تحتاج إلى تفسير (الإدراك بضرورة التحرك في اتجاه معين لتصحيح وضع قائم).

ثانيا – تحديد إطار المشكلة ثم تحديد الأسلوب الذي يجب اتباعه لتقييم حل للمشكلة.

ثالثا – بناء النموذج الرياضي الذي يمثل المشكلة أو الظاهرة محل الدراسة أو البحث (ترجمة العلاقة بين جميع المتغيرات المتعلقة مباشرة بالمشكلة محل الدراسة وتفريغها في قالب رياضي.

رابعا – تجميع وتبويب وتحليل البيانات والمعلومات المتعلقة بالمشكلة.

خامسا – استخراج واشتقاق الحل من النموذج.

سادسا – اختبار النموذج والنتائج المتحصل عليها لضمان صلاحية وصحة وواقعية النموذج المقترح.

سابعا – تفسير النتائج المتحصل عليها.

ثامنا – اتخاذ القرار ثم التنفيذ والمتابعة.

هذه الإجراءات المتتالية توضح الإطار الفكري العام للمدخل الكمي الذي يجب الاسترشاد به في اتخاذ القرارات الإدارية وتنفيذها. عند هذا الحد أود أن أوضح أن هذه البنية الجديدة في اتخاذ القرارات يجب ألا ينظر إليها على أساس أنها خطوات أو إجراءات متلاحقة، بل على العكس من ذلك فإن التراجع والتداخل بين هذه الخطوات، باستخدام أسلوب التغذية العكسية Feed back أو العملية التصحيحية يجب أن يكون متوقعا عند دراسة الكثير من الظواهر والحالات.

هذه البنية العلمية الجديدة تبين الأسلوب أو التقنية التي يجب اتباعه لزيادة العوائد التي تعود على المنظمة وذلك بمحاولة الإجابة عن استفسارات أساسية وهامة، كإيجاد البديل أو الحل الأمثل من بين مجموعة من البدائل بناء على نتائج كل بديل في شكل كمي، الخ.

تطبيقات:

أسئلة **Questions**:

س1–ما هو الفرق بين صناعة القرار عملية اتخاذ القرار؟

س2–حدد أهم القرارات التي يتخذها المشروع لصناعة القرار المتعلق بالعمليات الإنتاجية مع شرح كل ما أمكن ذلك.

س3–أذكر مع التوضيح للخطوات أو المراحل التي يجب أن يتبعها متخذ القرار، عندما يرغب في اتخاذ قرار معين.

س4-المسؤول الإداري عندما يرغب في اتخاذ قرار معين، يجب عليه أن يتعرف على ثلاثة عناصر أساسية وهي العنصر البشري والأدوات الكمية والبيئة، كيف يتم ذلك؟ ولماذا؟

س5-عرف النموذج الرياضي وما هي الأنواع المختلفة لهذه النماذج؟

س6-لماذا نقوم بدراسة الاحتمالات في هذه المادة؟ مع إعطاء فكرة بسيطة لبعض من هذه النماذج الاحتمالية.

تمارين:

س1-نفرض أن مشروعا معينا يرغب في اتخاذ قرار يتعلق بزيادة حجم الإنتاج في السنة المقبلة كنتيجة لازدياد حجم الطلب المتوقع على المنتج النهائي. ومن خلال تحليل ودراسة الطاقة الإنتاجية الحالية تبين أن الزيادة في حجم الإنتاج لا يمكن أن تتحقق في ظل الإمكانيات والموارد المادية والبشرية المتاحة حاليا وأن السبيل الوحيد لزيادة الإنتاج يمكن أن يتحقق بأحد البديلين إما:

أ- شراء آلة جديدة لرفع مستوى الطاقة الإنتاجية الحالية.

ب- زيادة عدد ساعات العمل في المشروع.

تبين أيضا من خلال الدراسات والأبحاث التي أجريت على السوق، أن هناك فرصتين متوقعتين فيما يتعلق بتسويق هذه السلعة وهما:

- أن حجم المبيعات قد يرتفع بنسبة 25% عن العام الماضي.
- أن حجم المبيعات قد ينخفض بنسبة 5% عن العام الماضي.

وقد كانت الاحتمالات المصاحبة لهذا الفرض هي 70%، 30% على التوالي، أي بمعنى آخر زيادة المبيعات بنسبة 70%، واحتمال انخفاض المبيعات بنسبة 30%. وبالإضافة إلى ما ذكر أعلاه، تبين أيضا أن ارتفاع حجم المبيعات بنسبة 25% يحقق تدفقا نقديا يقدر بحوالي 400000دج في حالة شراء آلة إضافية، 350000دج في حالة زيادة عدد ساعات العمل، ولكن في حالة انخفاض مستوى المبيعات بنسبة 5% فإن التدفق النقدي ينخفض إلى 200000دج في حالة شراء الآلة الإضافية وإلى 300000دج في حالة تطبيق مبدأ العمل الإضافي.

المطلوب: تحديد البديل الأمثل وذلك عن طريق استخدام أسلوب نموذج القرارات.

س2-محل لبيع منتجات الحليب ومشتقاته يرغب في تحديد كميات الحليب التي ينبغي شراؤها للأسبوع القادم، وهو غير متأكد من حجم المبيعات التي يمكن تصريفها خلال ذلك الأسبوع، ومن خلال الخبرة في هذا العمل التي اكتسبها من خلال السنوات

السابقة تبين له العلاقات التالية والتي هي توافيق بين الكميات المباعة والكميات المشترات، والربح المتحقق عند كل توافق منها بالدنانير.

حجم المبيعات خلال أسبوع/علب	شراء عدد 2000 علبة	شراء 3000 علبة	شراء عدد 4000 علبة
2000	500	250	150
3000	500	750	500
4000	500	750	1000

المطلوب:

1- بواسطة استخدام قاعدة تعظيم أكبر ربح يمكن تحقيقه، ماهي الكميات التي يجب على هذا المحل شراؤها، وذلك في الأسبوع القادم؟

2- ما الكميات التي يجب على المحل شراؤها وذلك إذا استخدم قاعدة تعظيم أقل عائد يمكن تحقيقه؟

3- إذا كانت المعلومات المبينة في الجدول التالي والتي تبين مبيعات الكتب العلمية لإحدى المكتبات وذلك خلال المدة السابقة.

عدد الكتب المباعة	التكرار / بالأيام	احتمال التكرار	الاحتمالات المتجمعة
200	12	12	1.00
400	32	32	0.90
600	60	60	0.60
800	10	10	0.10

مع العلم بأن تكلفة شراء الكتاب الواحد بقيمة 6دج وبأن سعر البيع بقيمة 8دج.

المطلوب:

1- ما هو عدد الكتب التي يتم شراؤها يوميا، وذلك لتعظيم الأرباح المتوقعة؟

2- ما القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة لهذه المكتبة؟

3- ما هي الأرباح المتوقعة في اليوم، إذا كانت المكتبة تحتفظ بمخزون من الكتب قدره 100 كتاب؟

س4-القوات المسلحة لإحدى الدول لها استراتيجية للهجوم على منطقة معينة وذلك لغرض تحريرها. هذا الهجوم يصنف إلى ثلاثة مستويات (خفيف، متوسط، عنيف). وقد تم تصنيف فعاليات العدو بالمنطقة من الآليات إلى أربعة مستويات (0، 1، 2، 3). الجدول التالي يبين الأرباح المقاصة بعدد الوحدات التي سيتم تدميرها.

نوعية الهجوم	مستوى فعاليات العدو			
	0	1	2	3
خفيف	12	22	32	52
متوسط	22	32	36	46
عنيف	16	26	42	62

المطلوب:

1- تحديد الاستراتيجية التي تعظم أقل عائد يمكن تحقيقه؟

2- تحديد الاستراتيجية التي تعظم أكبر عائد يمكن تحقيقه؟

س5-شركة النقل العام للركاب حددت الخسارة لعدد من التوافيق بين الحافلة التي ترغب شراءها، وعدد الركاب المتوقعين في السنة القادمة، وهذه مبنية في الجدول التالي:

كبير	700	90	100	0

المطلوب: تحديد الخطة الشرائية التي يجب على الشركة اتباعها، وذلك بتطبيق قاعدة تقليل أكبر خسارة يمكن تكبدها.

نوعية الهجوم	مستوى عدد الركاب خلال السنة القادمة			
	1000-0	1500-1000	2000-1500	أكثر من 2000
صغير	200	300	300	100
متوسط	280	200	0	150

المحاضرة الثالثة

مقدمة:

البرمجة الخطية هي تقنية رياضية تبحث عن حل أو حلول لمشكلة اقتصادية سواء كانت إنتاجية، مالية، مسألة نقل، تحليل المشاريع، مباريات...الخ، واختيار أفضل حل من بين الحلول الممكنة والذي يمثل الحل الأمثل. هذه التقنية الرياضية تستعمل خاصة من طرف المسيرين والمشرفين على المشاريع المختلفة لإيجاد الطريقة المثلى لتخصيص موارد المؤسسة المحدودة لاستخدامات مختلفة من أجل تحقيق هدف معين. ويقصد بالطريقة المثلى، تلك الطريقة التي تمكن المؤسسة من الوصول إلى الهدف المطلوب، مع الأخذ بعين الاعتبار الالتزامات الداخلية والخارجية، علاقتها مع المحيط، موقعها في السوق ومكانتها الاقتصادية بصفة عامة. حيث تحتل البرمجة الخطية في الوقت الحاضر مركزا مرموقا في مجالات بحوث العمليات.

I. نموذج البرمجة الخطية:

1.I. مفهوم البرمجة الخطية:

البرمجة الخطية هي أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والإمكانيات على عدد من الحاجيات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من القيود والعوامل الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة أي (يكون التوزيع الأمثل). عبارة برمجة تعني وضع خطوات لحل مسألة أما عبارة خطية فهي تفترض أن الظاهرة المدروسة تكون بصورة خطية أي كل المعاملات المستعملة تأخذ شكل معادلات خط مستقيم خطي وذلك من أجل تقريب هذا الواقع من الصيغة الرياضية بطريقة سهلة.

2.I. خصائص البرمجة الخطية:

1- وجود هدف نهائي: لبناء مسألة البرمجة الخطية يجب معرفة هدف المؤسسة وهو تحقيق أكبر ربح أو أقل تكلفة ممكنة...الخ.

2- وجود قيود عينة: على المتغيرات التي يتضمنها البرنامج وتؤثر كلها أو جزء منها على الأقل في تحقيق الهدف النهائي.

3- وجود علاقة تناسبية: بحيث تجعل تابع الهدف والقيود الوجود على المتغيرات متناسبة على مستوى الإنتاج أو الكمية المتعلقة بكل نوع من التغيرات المنتجة.

4- خاصية القسمة إلى أجزاء: وتعني أن أسلوب البرمجة الخطية يمكن أن يعطي حلولا للمتغيرات تتضمن أعداد صحيحة وأجزاء كسرية.

5- خاصية الإيجابية: أي أن القيمة التي تأخذها المتغيرات نتيجة الحل المقترح للمشكلة يجب أن تكون موجبة حتى تمثل وحدات حقيقية (عدم سلبية المتغيرات).

6- إضافة إلى ما سبق لابد من إضافة عنصر التأكد أي أن المعلومات المستعملة لصياغة المسألة يكون مؤكدا من صحتها نسبة 100%.

إن استخدام البرمجة الخطية في حل المشاكل الإدارية أو الاقتصادية يتطلب من الباحث أو المستعمل لهذا الأسلوب تتبع خطوات رئيسية يمكن تحديدها كالتالي:

- تحديد المشكلة وصياغتها.
- بناء النموذج الرياضي الذي يعبر عن نظام موضوع الدراسة.
- إيجاد الحل للنموذج أو الحلول الممكنة واختيار أفضلها.
- تطبيق الحل المختار إن أمكن.

I.3. صياغة مسألة البرمجة الخطية (بناء النموذج الرياضي):

أهم مرحلة في البرمجة الخطية هي مرحلة بناء النموذج الرياضي أي التعبير عن علاقات واقعية (مشكلة اقتصادية) بعلاقات رياضية خطية مفترضة في شكل معادلات و متراجحات من الدرجة الأولى و يتكون نموذج البرمجة الخطية من:

✓ **المتغيرات les variables**: وتسعى متغيرات القرار، بتحديد قيمها نصل إلى الهدف المنشود أكبر ربح أو أقل تكلفة المسألة المدروسة، و يشترط أن تكون غير سالبة، تخضع هذه المتغيرات لنوع معين من القياس أي يعبر عنها بصورة كمية، و نرمز لهذه المتغيرات ب $(x_1,x_2, x_3....x_n)$ حيث n عدد المتغيرات في المسألة المدروسة، هذه المتغيرات تعبر عن أحد المفاهيم التالية:

- كميات إنتاج لمنتجات معينة
- ساعات عمل في أقسام معينة من مصنع أو شركة أو مؤسسة.
- مبالغ من المال المخصص لأنشطة أو فعاليات معينة.
- مقدار من القطع الأجنبي المخصص لاستراد أصناف من السلع.
- كميات من المواد المنقولة على طريق معينة، أو بوسائل نقل معينة.

- كمية المواد الأولية الازمة لتصنع منتج معين.

✓ **دالة الهدف Fonction d'objectif**: هي دالة رياضية تمثل الهدف الذي نريد الوصول إليه وتحقيقه، كتحقيق أكبر ربح أو أدنى تكلفة ممكنة ويكون الشكل العام لهذه الدالة:

$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n$ أو بشكل مختصر: $z = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$

حيث j أعداد حقيقية تدعى بمعاملات المتغيرات في دالة الهدف، و تصنف الأهداف التي تعالجها البرمجة الخطية إلى مجموعتين:

المجموعة الأولى: تحتوي على حالة التعظيم لدالة الهدف كأن نسعى إلى تحقيق أكبر ربح ممكن أو توفير أعظمي للوقت و الجهد أو زيادة الدخل القومي إلى أقصى حد ممكن و سنرمز لدالة الهدف بحرف كبير Z و هدفها يكونMax* أي :

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n \quad \rightarrow \quad Max$$

أي بالشكل المختصر: $z = \sum_{j=1}^{n} c_j \quad _j \quad \rightarrow \quad Max$

حيث: x_jمتغيرات القرار و j الربح الوحدوي ل j

المجموعة الثانية: تدنية دالة الهدف كأن نسعى إلى تخفيض التكاليف إلى أدنى حد ممكن، أو تقليل الخسائر قدر الإمكان، وتكتب دالة الهدف كالتالي:

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n \quad \rightarrow \quad Min$$

أي بشكل مختصر: $z = \sum_{j=1}^{n} c_j \quad _j \quad \rightarrow \quad Max$

حيث: x_j متغيرات القرار و j التكلفة الوحدوية ل x_j

وبذلك تتكون دالة الهدف من المتغيرات التي تشير مثلا إلى المنتجات المختلفة التي يمكن إنتاجها، على أن يكون المعامل الخاص بكل متغير هو ربح الوحدة الواحدة من المنتجات في حالة تعظيم الربح، أو يكون عبارة عن تكلفة الوحدة الواحدة في حالة تخفيض دالة تكلفة.

✓ **القيود les contraintes**: هي عبارة عن وجود علاقة تأثير بين المتغيرات ، و يعبر عنها رياضيا بمتباينات تدعى الشروط الخطية، وتأخذ الأشكال التالية:

الشكل الأول: $\boldsymbol{i = 1, 2, \dots m} \qquad \boldsymbol{\sum_{j=1}^{n} \quad _{ij}x_i \leq b_i}$

---

* Max اختصار كلمة Maximisation أي تعظيم و اختصار كلمة Minimisation أي تدنية

إذا كانت دالة الهدف من نوع تعظيم ب Max

الشكل الثاني: $i = 1, 2, \dots m \qquad \sum_{j=1}^{n} \quad _{ij}x_i \geq b_i$

إذا كانت دالة لهدف من نوع تدنية ب Min

ومنه الشكل الأول والثاني يطلق عليه الشكل القانوني (forme canonique) لنموذج البرمجة الخطية

الشكل الثالث: $i = 1, 2, \dots m \qquad \sum_{j=1}^{n} \quad _{ij}x_i = b_i$

سواء كانت دالة الهدف تعظيم Max أو تدنية Min

الشكل الثالث يطلق عليه الشكل المعياري (Forme standard) لنموذج البرمجة الخطية

الشكل الرابع: $i = 1, 2, \dots m \qquad \sum_{j=1}^{n} \quad _{ij}x_i \overset{\leq}{\underset{=}{\geq}} b_i$

سواء كانت دالة الهدف تعظيم Max أو تدنية Min

الشكل الرابع يطلق عليه الشكل المختلط (Forme mixte) لنموذج البرمجة الخطية حيث أنه في كلا الأشكال:

n: عدد المتغيرات في النموذج الخطي

m: عدد قيود المسألة (عدد الشروط الخطية)

a_{ij}: أعداد حقيقية (معاملات)

b_i: أعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة أو المتطلبات الازمة لكل قيد من قيود المشكلة ويجب أن تكون موجبة

شرط عدم السلبية: يشترط على المتغيرات أن تكون غير سالبة أي$x_i \geq 0$، وهذا ما يجب فرضه على جميع النماذج لأنها جميعها تعبر عن كميات إنتاج، والكميات لا يمكن أن تكون سالبة.

بناء على ما سبق فإن الشكل العام لنموذج البرمجة الخطية يأخذ أحد أشكال التالية:

- ✓ **الشكل القانوني لنموذج البرمجة الخطية (Forme canonique)**

❖ **حالة تعظم دالة الهدف Max**

دالة الهدف: $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n \quad \rightarrow \quad Max$

تحت القيود الهيكلية أي القيود المسألة (sous les contraintes) :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_n \end{cases}$$

شرط عدم السلبية: $x_j \geq 0 \quad j = 1,2, \dots n \quad i = 1,2, \dots m$

(m: عدد القيود) (n: عدد المتغيرات)

❖ **حالة تدنية دالة الهدف** Min

دالة الهدف: $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n \quad \rightarrow \quad Min$

تحت القيود الهيكلية هي قيود المسألة (sous les contraintes) :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq b_n \end{cases}$$

شرط عدم السلبية: $x_j \geq 0 \quad j = 1,2, \dots n \quad i = 1,2, \dots m$

(m:عدد القيود) (n: عدد المتغيرات)

✓ **الشكل المعياري لنموذج البرمجة الخطية (Forme standard)**

❖ **حالة دالة الهدف تعظم Max أو تدنية Min**

دالة الهدف: $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n \begin{cases} Max \\ ou \\ Min \end{cases}$

تحت القيود الهيكلية أي قيود المسألة: (sous les contraintes):

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

شرط عدم السلبية:$x_j \geq 0 \quad j = 1,2, \dots n \quad i = 1,2, \dots m$

(m:عدد القيود) (n: عدد المتغيرات)

- ✓ **الشكل المختلط لنموذج البرمجة الخطية (Forme mixte):**

❖ **حالة دالة الهدف تعظيم Max أو تدنية Min**

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n \begin{cases} Max \\ ou \\ Min \end{cases}$$

تحت القيود الهيكلية أي قيود المسألة (sous les contraintes) s/c :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{cases} \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ \leq \end{Bmatrix} b_n$$

شرط عدم السلبية: $x_j \geq 0 \quad j = 1,2, \ldots n \quad i = 1,2, \ldots m$

(m:عدد القيود) (n: عدد المتغيرات)

مثال1:

مصنع يقوم بإنتاج نوعين من الخزانات المعدنية A وB وكل نوع يمر بالسنة الأولى تقوم بقطع الصفائح وطاقتها التشغيلية 70سا/أسبوعيا أما الآلة الثانية تقوم بطي ووصل الصفائح وطاقتها التشغيلية 60سا/أسبوعيا.

إذا علمت أن A يحتاج إلى 4 ساعات عمل على الآلة الأولى و 10سا عمل على الآلة الثانية، أما النوع B يحتاج إلى 5ساعات على الآلة الأولى و 6ساعات على الآلة الثانية.

المطلوب:

أوجد نموذج البرمجة الخطية الذي يحقق أقصى ربح؟

إذا كان ربح الخزانة الواحدة من A = 3دج، و ربح الخزانة الواحدة من B = 6دج.

الحل:

x_1: عدد الوحدات المنتجة من A،x_2 : عدد الوحدات المنتجة من B.

دالة الهدف: $Z_{max} = 3x_1 + 6x_2$

القيود الخطية: $\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \leq 70 \\ 10x_1 + 6x_2 \leq 60 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

مثال2:

تقوم مؤسسة بإنتاج 400كغ من مزيج سلعي مكون من عنصرين B،A

كلفة الكلغ من A هي 6دج و كلفة الكلغ من B هي 16دج ، يستخدم على الأقل 120كلغ من B و يشترط أن لا تزيد الكمية المستخدمة من A عن 160كلغ.

المطلوب: كتابة البرنامج الخطي لهذه المسألة؟

الحل:

x_1: كمية الكيلوغرامات المستخدمة من عنصر A.

x_2: كمية الكيلوغرامات المستخدمة من عنصر B.

تكلفة 1كلغ من A = 6دج

تكلفة 1كلغ من B = 16دج

دالة الهدف: $Z_{min} = 6x_1 + 16x_2$

القيود الخطية للمسألة: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 400 \\ \quad _2 \geq 120 \\ x_1 \leq 160 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

المحاضرة الرابعة

حل مسائل البرمجة الخطية:

لحل جميع مشاكل البرمجة الخطية والوصول إلى الحل الأمثل، هناك عدة طرق. وفيما يلي أهم الطرق التي يمكن استخدامها لحل هذه المشكلة:

1. حل مسألة البرمجة الخطية بيانيا:

يعالج الأسلوب البياني حل السائد في البرمجة الخطية التي تحتوي على متغيرين فقط و تتغير هذه الطريقة في الكثير من الحالات البسيطة و السريعة، تتلخص هذه الطريقة في تحديد منطقة تمثل مجموعة من الحلول الممكنة للبرنامج الخطي ثم البحث ضمن تلك المنطقة عن النقطة المثلى التي تعطي لدالة الهدف أفضل قيمة (دالة تعظيم = أكبر قيمة، تدنية = أصغر قيمة). أما بالنسبة للبرامج التي يتجاوز عدد المتغيرات فيها الإثنين فالحل البياني يكون صعبا نوعا ما (بالنسبة للمسائل التي تحتوي على 3 متغيرات) و مستحيلا بالنسبة للمسائل التي تحتوي على 4 متغيرات أو أكثر. بالرغم من أنه نادرا ما نواجه في الحالات العملية مسائل في البرمجة الخطية ذات متغيرين فقط إلا أننا ارتأينا التطرق إلى هذه الطريقة لأنها تساعدنا في فهم بعض خبايا البرمجة الخطية.

مثال1:لدينا البرنامج التالي:

دالة الهدف: $Max\ Z = 50x_1 + 50x_2$

القيود الخطية: $$s/c \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \ldots (1) \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40 \ldots (2) \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \ldots (3) \end{cases}$$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

المطلوب:

إيجاد قيمتي المتغيرينx_1، x_2، إذا اعتبرنا أن المسألة تخص عملية إنتاجية فبالتعبير الاقتصادي، السؤال الذي نسعى للإجابة عليه هو:

كم يجب على المؤسسة أن تنتج من النوعين1، 2 حتى تحقق أكبر ربح ممكن من هذه العملية مع أخذ القيود (1)، (2)، (3)، بعين الاعتبار.

الحل:

الخطوة الأولى: تحويل القيود من متراجحات إلى معادلات:

$$2x_1 + 5x_2 = 20 \dots (\Delta_1)$$
$$8x_1 + 5x_2 = 40 \dots (\Delta_2)$$
$$5x_1 + 6x_2 = 30 \dots (\Delta_3)$$

الخطوة الثانية: تمثيل هذه المعادلات(Δ_1)،(Δ_2)،(Δ_3)بيانيا

$$2x_1 + 5x_2 = 20 \dots (\Delta_1)$$

$$x_1 = 0 \quad => \quad x_2 = 4 \dots \dots \dots (0,4)$$

$$x_2 = 0 \quad => \quad x_1 = 10 \dots \dots \dots (10,0)$$

$$8x_1 + 5x_2 = 40 \dots (\Delta_2)$$

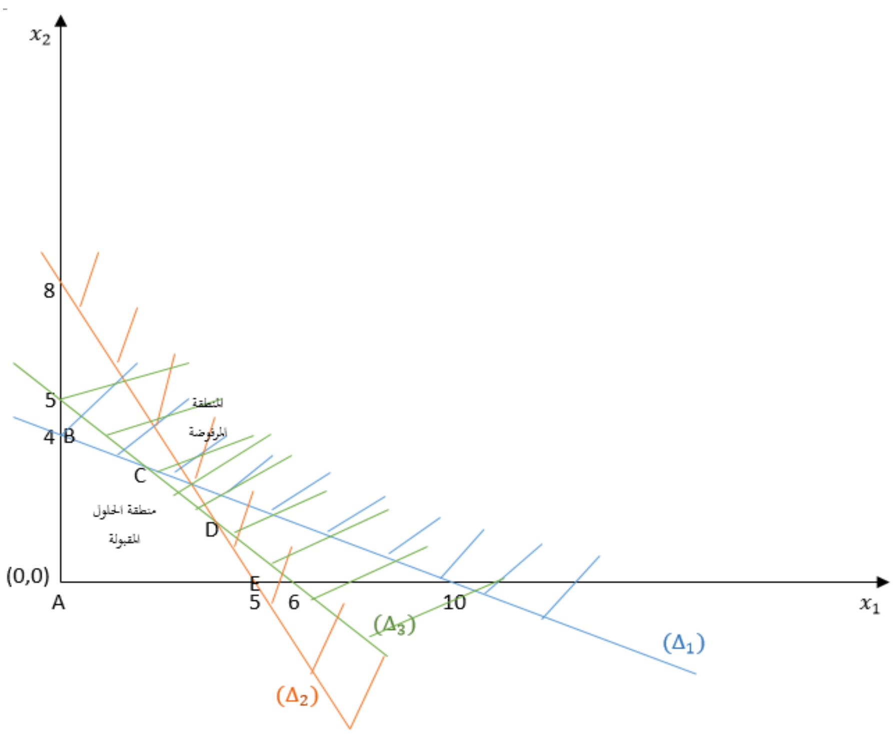
$$x_1 = 0 \quad => \quad x_2 = 8 \dots \dots \dots (0,8)$$

$$x_2 = 0 \quad => \quad x_1 = 5 \dots \dots \dots (5,0)$$

$$5x_1 + 6x_2 = 30 \dots (\Delta_3)$$

$$x_1 = 0 \quad => \quad x_2 = 5 \dots \dots \dots (0,5)$$

$$x_2 = 0 \quad => \quad x_1 = 6 \dots \dots \dots (6,0)$$



بعد الرسم نتأكد من مجموعة النقاط التي تطابق كل قيد على حدة و هذه المجموعة إما أن تكون فوق الخط أو على يمينه أو على يساره أو أعلاه أو تحته، و لمعرفة ما هي مجموعة النقاط التي تطابق القيد. نبدأ من نقطة الأصل (0،0) أي من نقطة الصفر $(x_1=0)$، $(x_2=0)$ و نعوض في القيد.

فإذا كانت النقطة تحقق الشرط فهذا يدل على أن كل النقاط الموجودة ما بين نقطة الأصل و خط الدالة المعنية تطابق القيد، و باقي النقاط الموجودة على يمين خط الدالة المعنية لا تطابق القيد المعني و العكس صحيح.

بعد تحديد المجال نقوم بشطب المنطقة التي لا تطابق القيد.

بالنسبة للمتراجحة: $2x_1 + 5x_2 \leq 20$ ، إذا أجرينا عملية التعويض بقيم الصفر ل x_1، x_2 ، نجد أن $2(0)+5(0)<20$ أي أن $0<20$ و هذا معناه أن النقاط ما بين نقطة الأصل (0،0)، و خط الدالة الأولى (Δ_1) تحقق الشرط لأن $0<20$ صحيح.

و بهذا نقوم بشطب كل النقاط على يمين خط الدالة الأولى (Δ_1) و هكذا بالنسبة لبقية القيود.

و بهذه العملية نتحصل على منطقة تسمى بمنطقة الحلول العملية الممكنة و هي على شكل شبه منحرف (E, D, C, B, A) كما هو مبين في الشكل.

الخطوة الثالثة: أية نقطة من المنطقة (E, D, C, B, A) على الشكل تمثل حل ممكن و نقصد بالحل الممكن أي زوج من (x_1, x_2) يحقق كل القيود في آن واحد.

الخطوة الرابعة: و تخص البحث عن الحل الأمثل، من المسلم به الحل الأمثل يقع دائما على ركن أو أكثر من أركان منطقة الحلول الممكنة، و لإيجاد هذه النقطة أو النقاط (يتكون الحل الأمثل في بعض الأحيان من مجموعة من النقاط كما سوف نرى لاحقا)، هناك طريقتان:

● **الطريقة الأولى**: تقوم بتمثيل دالة الهدف بيانيا ثم نرسم خطوط موازية لها، بنفس الميل آخر ركن على الشكل (E, D, C, B, A) يمر به خط موازي لدالة الهدف يكون الحل الأمثل، هذا بالنسبة للمسائل التي تكون دالة الهدف فيها على شكل Max ، أما بالنسبة للمسائل التي تكون دالة الهدف فيها على شكل Min فأول ركن من أركان منطقة الحلول الممكنة يمر به خط موازي لدالة الهدف يكون هو الحل الأمثل.

من خلال الشكل نلاحظ أن آخر نقطة يمر بها الخط الموازي لدالة الهدف هي النقطةD، و بهذا نقول أن D هي نقطة الحل الأمثل لأن المسألة هي مسألة تعظيم ما دامت النقطة D تمثل تقاطع الدالتين(Δ_2) و (Δ_3)، فلإيجاد إحداثياتها، نقوم بحل المعادلتين (Δ_2) و (Δ_3).

نجد أن:

$$\begin{matrix} 6 * \\ 5 * \end{matrix}\begin{cases} 8x_1 + 5x_2 = 40 \\ 5x_1 + 6x_2 = 30 \end{cases} \quad => \quad \begin{matrix} x_1 = 3{,}91 \\ x_2 = 1{,}74 \end{matrix}$$

وهذا يعني، إذا افترضنا أن المسألة مسألة إنتاج، إن المؤسسة يجب عليها في ظل الموارد المتاحة أن تنتج 3,91 وحدات من النوع الأول و1,74وحدة من النوع الثاني حتى تحقق أقصى ربح ممكن و قدره:

$$Z^*_{\text{المثلى}} = 3{,}91(50) + 1{,}74(40) = 265_{\text{ون}} \quad \text{(Max)}$$

● **الطريقة الثانية**: بما أن الحل الأمثل يقع على ركن من أركان منطقة الحلول الممكنة أو أكثر فإن بتعويض إحداثيات كل الأركان (E, D, C, B, A) في دالة الهدف نتحصل على قيمة هذه الأخيرة و الحل الأمثل يكون في النقطة التي تعطينا أكبر قيمة لدالة الهدف، و هذا ما هو موضح في الجدول التالي:

دالة الهدف Z	X_2	X_1	أركان منطقة الحلول الممكنة
0	0	0	A
160	4	0	B
238,2	3,08	2,3	C
265	1,74	3,91	D*
250	0	5	E

بمقارنة قيمة Z عند كل ركن نجد أن الركن (D*) هو الذي يحقق أكبر ربح و هذا يعني أن المؤسسة إذا أرادت تحقيق أكبر ربح ممكن عليها أن تنتج: 3,91 وحدة من النوع الأول و 1,74 وحدة من النوع الثاني و تحقق ربحا صافيا قدره 265 ون.

مثال2:

لدينا المسألة التالية:

دالة الهدف: $Min\ Z = 6x_1 + 6x_2 \ldots Min$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 \geq 3 \ldots (1) \\ 2x_1 - x_2 \geq 2 \ldots (2) \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

الحل:

بتطبيق الخطوات التي اتبعت في المثال (1)، نتحصل على الحل التالي:

من (1) نتحصل على:

$$3x_1 + 3x_2 = 3 \ldots (\Delta_1)$$

$$x_1 = 0 \quad => \quad x_2 = 1 \quad (0،1)$$

$$x_2 = 0 \quad => \quad x_1 = 1 \quad (1،0)$$

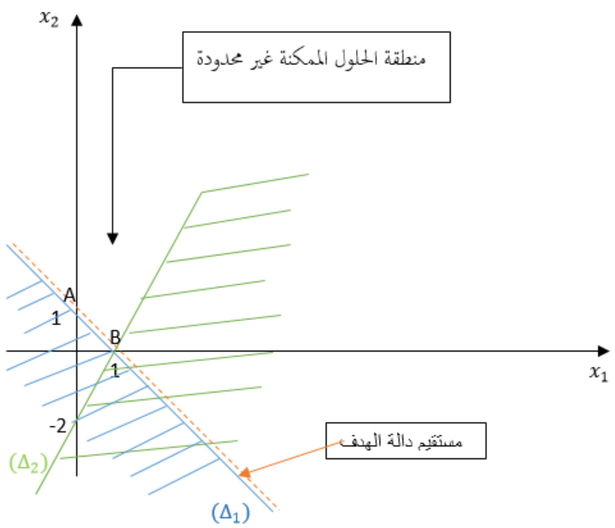
من (2) نتحصل على:

$$2x_1 - x_2 = 2 \ldots (\Delta_2)$$

$$x_1 = 0 \quad => \quad x_2 = -2 \qquad (0،-2)$$

$$x_2 = 0 \quad => \quad x_1 = 1 \qquad (1،0)$$

تمثيل هذه المعادلات(Δ_1) و(Δ_2) بيانيا



من خلال الشكل نلاحظ أن منطقة الحلول الممكنة غير محدودة، كما نلاحظ كذلك أن ميل خط القيد (1) يساوي ميل دالة الهدف.

نفرض أن دالة الهدف تساوي قيمة معينة ولتكن 6.

$$6x_1 + 6x_2 = 6$$

$$x_1 = 0 \quad => \quad x_2 = 1 \qquad (0,1)$$

$$x_2 = 0 \quad => \quad x_1 = 1 \qquad (1,0)$$

و لهذا لو يتم رسم دالة الهدف، لوجدنا أن خط من الخطوط الموازية لها يطابق خط القيد (1) و بما أن المسألة على شكل Min فإن النقطتين A, B تمثلان حلا أمثل بل أكثر من هذا فإن كل النقاط على الخط (AB) تعطي حلولا مثلى بديلة حيث أن قيم x_1، x_2 تختلف من نقطة إلى أخرى على المستقيم (AB)، بينما قيمة دالة الهدف Z تبقى ثابتة، لذا نقول أن المسألة لها حلول مثلى بديلة.

من هذا المثال يمكن استنتاج الملاحظات التالية:

- لو نفترض مثلا أن المسألة تخص عملية إنتاجية، هدفنا هو تحقيق أقل تكلفة ممكنة فإنه يمكن التنقل على طول الخط (AB) بزيادة أو نقصان في قيم الكميات المنتجة x_1، x_2 دون التأثير على قيمة التكاليف. من وجهة النظر الاقتصادية يمكن أن يكون مفيدا للمؤسسة ظهور مثل هذه الحالات لأن هذا يمكنها من الدخول في المنافسة بأحد المنتوجين أو بالمنتوجين معا و بكميات مختلفة حسب متطلبات السوق الذي يسمح لها من اقتحام السوق بالمنتوج الذي له ميول أكثر من طرق المستهلك دون التأثير على المستوى الكلي للتكاليف.
- عند ظهور منطقة حلول عملية غير منتهية و تكون دالة الهدف على شكل Max فهذا يعني أن البرنامج غير محدود مما يدل على وجود خطأ في صياغة المسألة أو في الحل لأنه ليس معقولا أن نعظم الربح إلى ما لا نهاية (∞).
- هناك فرق بين المنطقة عندما تكون غير محدودة و البرنامج عندما يكون غير محدود، في الحالة الأولى هناك حل أمثل أو حلول مثلى بديلة بينما في الحالة الثانية فهناك خطأ في البرنامج لا يوجد حل للمسألة.

2 . حل مسألة البرمجة الخطية حسابيا –طريقة Simplex–

تستخدم طريقة الرسم لحل النماذج الخطية التي تحتوي على متغيرين فقط لكن عندما يزيد عدد المتغيرات عن "2" يجب حل النموذج الخطي بالطريقة الحسابية Simplex أو المبسطة، لأنها تمتاز بفعاليتها نظرا لقدرتها على حل النموذج الخطي لعدد غير محدود من المتغيرات، كما تمتاز بإمكانية برمجتها على الكمبيوتر وإيجاد الحل.

كيفية وضع النموذج (الشكل) المعياري:

قبل البدء بطريقة الحل الحسابي لابد من تحويل النموذج الخطي إلى شكله المعياري وذلك بمراعاة الشروط التالية:

1. القيود في النموذج لا تكون سالبة.
2. كافة المتغيرات لا تكون سالبة.
3. دالة الهدف تهدف إما للتعظيم أو للتدنية Max أو Min.
4. يجب تحويل الإشارات أكبر أ تساوي $\geq$، أصغر أو تساوي $\leq$ إلى إشارة تساوي، وذلك بإضافة أو طرح متغير موجب.

مثال1: حل نموذج البرمجة الخطية بطريقة Simplex

دالة الهدف: $Z_{max} = 50x_1 + 40x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40 \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

إيجاد الشكل المعياري:

$$Z_{max} = 50x_1 + 40x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 8x_1 + 5x_2 + x_4 = 40 \\ 5x_1 + 6x_2 + x_5 = 30 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

x_1, x_2 متغيرات القرار أو المتغيرات الأصلية .

x_3, x_4, x_5 متغيرات متممة أو متغيرات الانحراف

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array}$$
$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{vmatrix}$$

نموذج له أساس يقبل الحل بطريقة Simplex.

الحل الابتدائي: $\{x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 20, x_4 = 40, x_5 = 30\}$

$Z=0$

إذن الحل الابتدائي ليس بالحل الأمثل.

جدول Simplex:

في Max
عمود الدوران يعين بأكبر قيمة مطلقة

نحسب θ و الذي هو سطر الدوران: $\theta = \frac{\beta}{\text{عمود الدوران}}$
ثم نأخذ أصغر قيمة في $\theta = 5$
تقاطع سطر و عمود الدوران
يعطينا عنصر الدوران
(8) le pivot

نتخلص من متغير الانحراف x_4 و
نعوض بالمتغير الأصلي x_1.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	β	θ
Z	$-\lvert 50\rvert$	$-\lvert 40\rvert$	0	0	0	0	
X_3	2	5	1	0	0	20	10
X_4	8	5	0	1	0	40	5
X_5	5	6	0	0	1	30	6
Z	0	-70/8	0	50/8	0	250	
X_3	0	15/4	1	-1/4	0	10	2,66
X_1	1	5/8	0	1/8	0	5	8
X_5	0	23/8	0	-5/8	1	5	1,73
Z	0	0	0	80/184			265
X_3	0	0	1	104/184	-30/23	80/23	
X_1	1	0	0	48/184	-5/23	90/23	
X_2	0	1	0	-5/23	8/23	40/23	

الحلول

الحل:

$Z^* = 265$دج

$$x_1 = \frac{90}{23} \text{ وحدة}$$

$$x_2 = \frac{40}{23} \text{ وحدة}$$

التفسير الاقتصادي:

$x_3 = \frac{80}{23}$ وحدة وهي كمية باقية غير مستعملة عاطلة من الورشة الأولى.

كيفية حساب الأسطر الجديدة:

سطر Z الجديد = 50(1, 5/8, 0, 1/8, 0, 5)

سطر Z القديم + (-50, -40, 0, 0, 0, 0)

(0, -70/8, 0, 50/8, 0, 250)

سطر x_5 الجديد =(-5) (1, 5/8, 0, 1/8, 0, 5)

سطر x_5 القديم + (5, 6, 0, 0, 1, 30)

(0, 23/8, 0, -5/8, 1, 5)

- عمود الدوران يتعين بأكبر قيمة مطلقة في حالة تعظيم Max تتوقف عندما يصبح السطر Z يحتوي على قيم موجبة.
- سطر الدوران هو السطر الذي يحتوي على أصغر قيمة موجبة<= $\theta = \frac{\beta}{\text{عمود الدوران}}$ (لا نأخذ السالب ولا نأخذ الصفر).
- عنصر الدوران (pivot) هو تقاطع عمود الدوران مع سطر الدوران.

3 . حل مسألة البرمجة الخطية حسابيا – طريقة الجزاء (العقوبات) "Big M" –

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون القيود الخطية من الشكل $\geq$، و نقوم بإضافة متغيرات الانحراف و تكون قيمة معاملها سالبة (–) من أجل التساوي و لكن لا نتحصل على مصفوفة وحدية أي نموذج ليس له أساس فنقوم بإضافة متغيرات إصطناعية y_1، y_2. من أجل الحصول على أساس، وأن هذه المتغيرات الاصطناعية تكون قيمة المعامل في دالة الهدف تأخذ قيمة M، و لهذا سميت بطريقة "Big M".

$$M \to +\infty$$

قيمتها موجبة و كبيرة جدا

مثال1:

$$Z_{min} = 109x_1 + 80x_2$$

$$s/c \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 10 \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الشكل المعياري:

$$Z_{min} = 109x_1 + 80x_2 + (0)\quad{}_3 + (0)\quad{}_4 + My_1 + My_2$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 + y_1 = 10 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_4 + y_2 = 8 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

نلغي الناقص بإضافة متغير اصطناعي.

y_1, y_2 متغيرات اصطناعية، x_3, x_4 متغيرات الانحراف، x_1, x_2 متغيرات القرار (الأصلية)

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & y_1 & y_2 \\ \end{array}$$
$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

النموذج له أساس يقبل الحل بطريقة Simplex (Big M).

الحل الابتدائي: $(Z = 0),\ (x_1 = 0),\ (x_2 = 0)$

$$(x_3 = -10),\ (x_4 = -8)$$

$$(y_1 = 10),\ (y_2 = 8)$$

القانون من أجل جعل قيم M تساوي الصفر.

$$L'_Z = ML_1 + ML_2 + L_Z$$

$$\begin{array}{lccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & y_1 & y_2 & \beta \\ L'_Z = M(& 3 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 & 10) \\ +M(& 5 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 & 8) \\ \hline -(& 109 & 80 & 0 & 0 & M & M & 0) \end{array}$$

$$L'_Z = (8M - 109)(6M - 80)(-M)(-M)\ 0\ \ 0\ \ (18M)$$

$$\theta = \frac{\text{عمود}\beta}{\text{عمود الدوران}}$$

- عند المساواة لا نزيد متغيرات الانحراف x_3, x_4، و لكن نضيف المتغيرات الاصطناعية y_1, y_2, y_3 للمساواة.

عمود الدوران

	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	β	θ
Z	(8M-10)	(6M-80)	-M	-M	0	0	18M	
y_1	3	4	-1	0	1	0	10	3,33
y_2	5	2	0	-1	0	1	8	1,6
Z	0	$\frac{14M-182}{5}$	-M	$\frac{3M-100}{5}$	0	$\frac{-8M+109}{5}$	$\frac{26M+872}{5}$	
y_1	0	$\frac{14}{5}$	-1	$\frac{3}{5}$	1	$\frac{-3}{5}$	$\frac{26}{5}$	1,8
x_1	1	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{-1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{5}$	4
Z	0	0	-13	-14	(-M+13)	(-M+14)	242	
x_2	0	1	$\frac{-5}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{-3}{14}$	$\frac{13}{7}$	
x_1	1	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{-2}{7}$	$\frac{-1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{7}$	

$$Z^* = 242$$

$$x_1^* = \frac{6}{7}, \quad x_2^* = \frac{13}{7}$$

- العمود β يحتوي على قيم موجبة، لو يكون بالقيم السالبة لا يمكن حله.
- عمود الدوران أكبر قيمة موجبة لمعامل مضروب في M -> $(8M)$، لا توجد قيمة مطلقة.
- سطر الدوران أصغر قيمة ل θ هي (1,6).
- نقول أن الحل هو الحل الأمثل عندما نتخلص من M و السطر Z يكون سالب.

كيفية حساب السطر الجديد:

سطر Z الجديد=-(8M-109).(1, 2/5, 0, -1/5, 0, 1/5, 8/5)

سطر Z القديم+[(8M-109), (6M-80), -M, -M, 0, 0, 18M)

0, $(\frac{14M-182}{5})$, -M, $(\frac{3M-109}{5})$, 0, $(\frac{-8M+109}{5})$, $(\frac{26M+872}{5})$

4. حل مسألة البرمجة الخطية حسابيا – طريقة الحل على مرحلتين "Two phase"

تستخدم هذه الطريقة كدليل عن طريقة Big M إلا أنها لا تستخدم المعامل "M" و تعتمد في إيجادها للحل الأمثل على مرحلتين، و ذلك بوضع دالة جديدة تسمى "r". هذه الدالة rتعتمد على المتغيرات الاصطناعية فقط R_1, R_2، و حتى يكون هناك حل، يجب أن نتوصل إلى قيمة (r=0).

- r يساوي الصفر و إلا فلا يوجد حل للنموذج و تكون هذه المرحلة الأولى.
- أما المرحلة الثانية فنقوم بتعويض قيمة المتغيرات في دالة الهدف الأصلية، و نجد قيمتها.

مثال: حل النموذج التالي:

$$Z_{min} = 2x_1 + 3x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ x_1 + 2x_2 \leq 5 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الشكل المعياري:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + R_1 = 3 \dots\dots\dots..(1) \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + R_2 = 10 \dots(2) \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 5 \dots\dots\dots\dots.(3) \end{cases}$$

$$x_1 = 0, x_2 = 0$$

$$R_1 = 3, R_2 = 10, x_4 = 5$$

$$Z = 0$$

المرحلة (1):

$$r = R_1 + R_2$$

(1)من $\Rightarrow\ R_1 = 3 + 2x_1 - 3x_2$

(2)من $\Rightarrow\ R_2 = 10 - 4x_1 - 5x_2 + x_3$

$$r = (3 + 2x_1 - 3x_2) + (10 - 4x_1 - 5x_2 + x_3)$$

$$r = 13 - 2x_1 - 8x_2 + x_3$$

$$r + 2x_1 + 8x_2 - x_3 = 13$$

	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	x_4	β	θ
r	2	8	-1	0	0	0	13	
R_1	-2	3	0	1	0	0	3	1
R_2	4	5	-1	0	1	0	10	2
x_4	1	2	0	0	0	1	5	5/2
r	22/3	0	-1	-8/3	0	0	5	
x_2	-2/3	1	0	1/3	0	0	1	-3/2
R_2	22/3	0	-1	-5/3	1	0	5	15/22

x_4	7/3	0	0	-2/3	0	1	3	9/7
r	0	0	0	−1	−1	0	0	
x_2	0	1	−1/11	2/11	1/11	0	16/11	
x_1	1	0	-3/22	-5/22	3/22	0	15/22	
x_4	1	0	7/22	-3/22	-7/22	1	31/22	

النموذج يقبل حل: r=0.

نقرأ الحل بدون R_1 و R_2.

المرحلة (2):

$$\begin{cases} x_2 - \frac{1}{11}x_3 = \frac{16}{11} \\ x_1 - \frac{3}{22}x_3 = \frac{15}{22} \\ x_4 + \frac{7}{22}x_3 = \frac{31}{22} \end{cases}$$

نخرج المتغيرات الأصلية

(x_1 و x_2)

$$\begin{cases} x_2 = \frac{16}{11} + \frac{1}{11}x_3 \\ x_1 = \frac{15}{22} + \frac{3}{22}x_3 \end{cases}$$

التعويض في Z:

$$Z = 2x_1 + 3x_2$$

$$Z = 2\left(\frac{15}{22} + \frac{3}{22}x_3\right) + 3\left(\frac{16}{11} + \frac{1}{11}x_3\right)$$

$$Z = \frac{63}{11} + \frac{6}{11}x_3$$

$$Z - \frac{6}{11}x_3 = \frac{63}{11}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	β
Z	0	0	–6/11	0	63/11
x_2	0	1	–1/11	0	16/11
x_1	1	0	–3/22	0	15/22
x_4	0	0	7/22	1	31/22

$$Z^* = \frac{63}{11}, x_1^* = \frac{15}{22}, x_2^* = \frac{16}{11}, x_4^* = \frac{31}{22}$$

المحاضرة الخامسة

النموذج المرافق (المقابل):

نستخدم هذا النموذج في حالة ما يتعذر علينا حل النموذج الأصلي مباشرة، بحيث لكل نموذج مرافق حل أمثل ينطبق تماما مع حل النموذج الأصلي (الأولي) أي يمكن تحويل أي مشكلة في البرمجة الخطية إلى ما يقابلها للحصول على نفس النتيجة.

خطوات كيفية التحويل من النموذج الأصلي إلى المرافق:

1- إذا كانت دالة الهدف للنموذج الأولي تهدف إلى تعظيم الربح، فإن دالة الهدف في النموذج المرافق تهدف إلى التقليل.

(الأصل) التقليل ← (المرافق) التعظيم.

2- تحويل المعاملات للمتغيرات في القيود بحيث تصبح الصفوف أعمدة والأعمدة صفوف.

3- استبدال المعاملات في دالة الهدف بالثوابت في القيود.

تحويل العلاقة أكبر أو يساوي إلى أصغر أو يساوي، $\leq \rightarrow \geq$. $\geq \rightarrow \leq$

استبدال جميع المتغيرات المشار إليها بالحرف "x" إلى متغيرات مشار إليها ب "y".

إضافة شرط عدم السلبية لكل المتغيرات الناتجة.

تحويل دالة الهدف من "Z" إلى "W".

إذا كان عدد المتغيرات في النموذج الأولي = "n" متغير و عدد القيود = "m"، فإن عدد المتغيرات في النموذج المرافق يصبح "m" و عدد القيود هو "n".

مثال:

النموذج الأصلي Primal:

$$Z_{max} = 3x_1 + 2x_2$$

$$s/c \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 = 3 \ldots (\Delta_1)$$

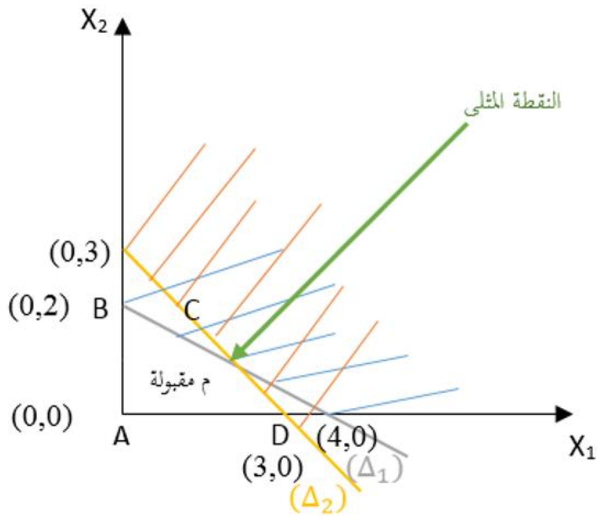
$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3 \quad (0,3)$$

$$x_2 = 0, \quad x_1 = 3 \quad (3,0)$$

$$x_1 + 2x_2 = 4 \ldots (\Delta_2)$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2 \quad (0,2)$$

$$x_2 = 0, \quad x_1 = 4 \quad (4,0)$$



$$A(0,0) \quad => \quad Z_A = 0$$

$$B(0,2) \quad => \quad Z_B = 4$$

$$D(3,0) \quad => \quad Z_D = 9$$

$$C = ? \qquad (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$$

$$\begin{matrix} 2 * \\ 1 * \end{matrix} \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \ \ldots (1) \\ x_1 + 2x_2 = 4 \ldots (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) => \ x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

$$C(2,1) \quad => \quad Z_C = 8$$

و منه النقطة $D(3,0)$ هي النقطة المثلى : $Z_D^* = 9$

النموذج المرافق **Dual**:

$$W_{min} = 3y_1 + 4y_2$$

$$s/c \begin{cases} y_1 + y_2 \geq 3 \\ y_1 + y_2 \geq 2 \end{cases}$$

$$y_1, y_2 \geq 0$$

$$y_1 + y_2 = 3 \ldots (\Delta_1')$$

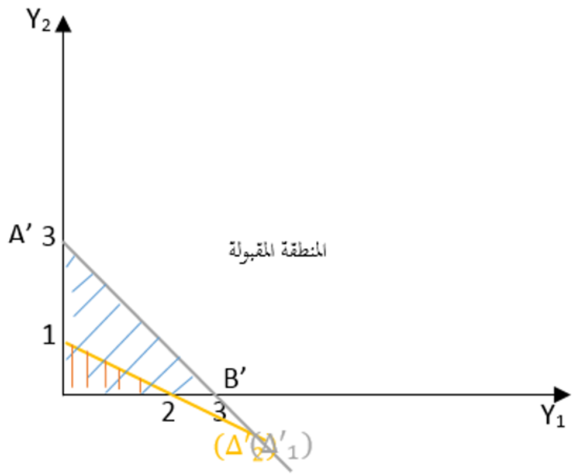
$$y_1 = 0, \quad y_2 = 3 \quad (0,3)$$

$$y_2 = 0, \quad y_1 = 3 \quad (3,0)$$

$$y_1 + 2y_2 = 2 \ldots (\Delta_2')$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 1 \quad (0,1)$$

$$y_2 = 0, \quad y_1 = 2 \quad (2,0)$$



$$B'(3,0) \quad => \quad W_{B'} = 9$$

$$A'(0,3) \quad => \quad W_{A'} = 12$$

و منه B'(3,0) هي النقطة المثلى: $W_{B'}^* = 9$

نستنتج أن النموذج المرافق والنموذج الأصلي لهما نفس النتيجة.

تطبيقات:

تطبيق(1):

ماذا نقصد بالمصطلحات التالية؟

- تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد، بين كيف ذلك؟
- البرنامج الخطي وما هي مكوناته؟
- كلمة خطي في البرمجة الخطية؟
- الأمثلية؟
- الحل الأساسي والحل الأمثل؟
- المتغيرات المتممة، المتغيرات الوهمية ومتغيرات القرار؟

تطبيق (2):

يقوم مصنع بإنتاج نوعين من المواد A,B، يتم إنتاج كل منهما على مرحلتين، الأولى آلية و الثانية يدوية، تبلغ الطاقة المحدودة في المرحلة الأولى 320 سا، و في المرحلة الثانية 340 سا. تباع الوحدة من A ب 18 دج و من B ب 25 دج، و تكلفة إنتاج وحدة من A ب 13دج و من B ب 19دج.

يتطلب إنتاج وحدة من A 3 ساعات آلية و ساعة واحدة يدوية بينما B يحتاج 2 ساعات آلية و 4 ساعات يدوية.

المطلوب:

- أوجد نموذج البرمجة الخطية الذي يحقق أقصى ربح؟
- حل النموذج باستعمال الطريقة البيانية؟

الحل:

1. **إيجاد نموذج البرمجة الخطية:**

x_1 : الكمية المنتجة (مباعة) من A.

x_2 : الكمية المنتجة (مباعة) من B.

المراحل	A	B	b_i
آلية	3	2	320
يدوية	1	4	340
الربح	5	6	

الربح من A = 18-13 = 5 دج.

الربح من B = 25-19 = 6 دج

دالة الهدف: $Z_{max} = 5x_1 + 6x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 320 \\ x_1 + 4x_2 \leq 340 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

2. **حل النموذج باستعمال الطريقة البيانية:**

$$3x_1 + 2x_2 = 320 \ldots (\Delta_1)$$

$$x_1 = 0 \;=>\; x_2 = 160 \qquad (0،160)$$

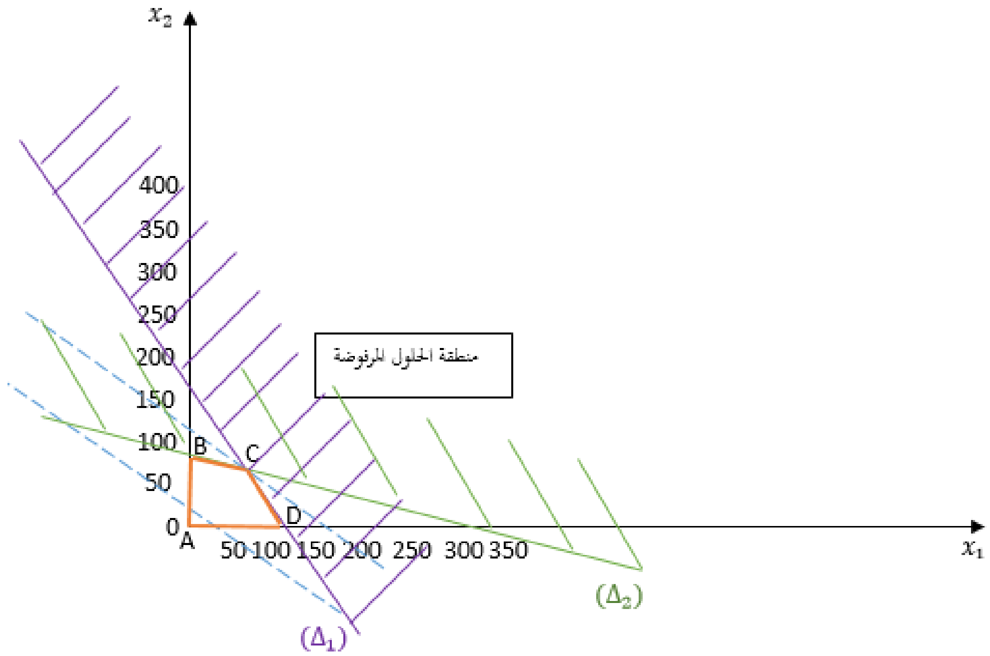
$$x_2 = 0 \;=>\; x_1 = 106,66 \qquad (106,66،0)$$

$$x_1 + 4x_2 = 340 \ldots (\Delta_2)$$

$$x_1 = 0 \;=>\; x_2 = 85 \qquad (0،85)$$

$$x_2 = 0 \;=>\; x_1 = 340 \qquad (340،0)$$

تمثيل هذه المعادلات $(\Delta_1), (\Delta_2)$ بيانيا:



$$A(0,0) => \ Z_A = 0$$

$$B(0,85) => \ Z_B = 510$$

$$D\left(106,66،0\right) => \ Z_D = 533,5$$

$$C = ?$$

$$(\Delta_1) \cap (\Delta_2) \ : \quad \begin{matrix} 2* \\ 1* \end{matrix}\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 320 \\ x_1 + 4x_2 = 340 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 = 60 \\ x_2 = 70 \end{matrix}$$

$$C(60,70) \ => Z_c^* = 720$$

التفسير الاقتصادي: بما أن النموذج هو تحقيق أقصى ربح ، إذن النقطة C ذات الكميات $x_1 = 60$، $x_2 = 70$ هي التي تحقق الهدف.

تطبيق (3):

تحتاج إحدى المؤسسات لإنتاج منتوج معين من "A" و مادتين M_1, M_2، حيث أن تكلفة المادة M_1 تساوي 2 دج للوحدة و تكلفة المادة الثانية M_2 تساوي 4 دج للوحدة الواحدة، و أن المؤسسة في الحاجة إلى 50 ساعة عمل أو أقل من المادة الأولى و على الأقل 100 ساعة من المادة الثانية و تحتاج إلى مجموع 200 ساعة من المادتين.

المطلوب:

- صياغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المسألة؟
- حل النموذج باستعمال الطريقة البيانية؟

الحل:

1. صياغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المسألة:

x_1: عدد الوحدات المستهلكة (المستخدمة) من M_1 .

x_2: عدد الوحدات المستهلكة (المستخدمة) من M_2.

دالة الهدف: $Z_{min} = 2x_1 + 4x_2$

القيود الخطية:

$$s/c \begin{cases} x_1 \leq 50 \dots (1) \\ x_2 \geq 100 \dots (2) \\ x_1 + x_2 = 200 \dots (3) \end{cases}$$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

2. حل النموذج باستعمال الطريقة البيانية:

$$(1) \Rightarrow \quad x_1 = 50 \dots (\Delta_1)$$

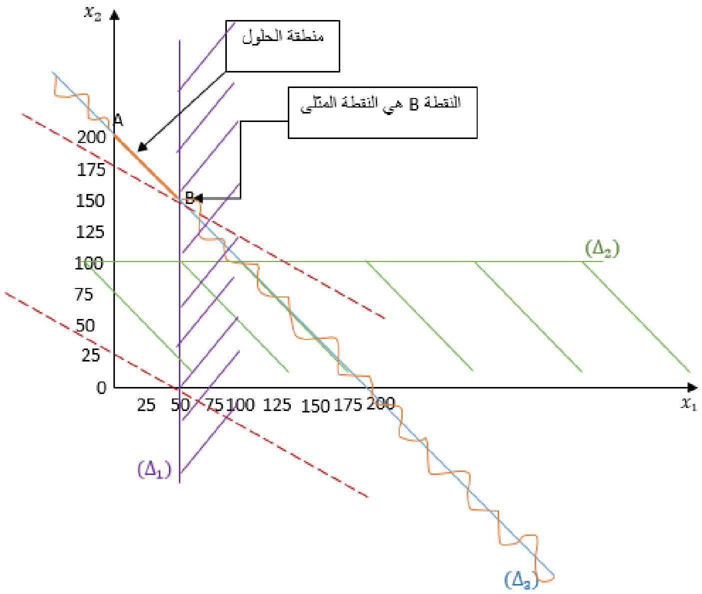
$$(2) \Rightarrow \quad x_2 = 100 \dots (\Delta_2)$$

$$(3) \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = 200 \dots (\Delta_3)$$

$$x_1 = 0 \ \Rightarrow \ x_2 = 200 \ \ (0,200)$$

$$x_2 = 0 \ \Rightarrow \ x_1 = 200 \ \ (200,0)$$

تمثيل هذه المعادلات $(\Delta_1), (\Delta_2), (\Delta_3)$ بيانيا:



بيانيا نستنتج أن المنطقة المقبولة تقع على المستقيم نفسه لكن لا يمكن للحل الأمثل أن يكون على القطعة المستقيمة $[AB]$، لأنه سوف تكون هناك قيم مختلفة، إذن فالحل الأمثل يكون إما في Bأو في A.

$$A(0,200) => \ Z_A = 800$$
$$B(?,?) => \ B{:}\,(\Delta_1) \cap (\Delta_3) => \ B(50,150) => \ Z_B^* = 700$$

النقطة B هي النقطة المثلى التي تحقق أدنى تكلفة ممكنة.

تطبيق (**4**):

تنتج إحدى شركات الأدوات المنزلية نوعين من الثلاجات، ثلاجات ذات الحجم العادي وثلاجات من النوع الكبير وتتم عملية التصنيع في ثلاث مراحل: مرحلة التجميع، مرحلة الطلاء ثم مرحلة المراقبة على الجودة، أما الوقت اللازم لإنهاء كل مرحلة من مراحل التصنيع فقد تم تحديدها في الجدول التالي:

النوع	التجميع	الطلاء	الرقابة على الجودة
النوع العادي	3	1	5
النوع الكبير	4	2	6

إذا كان الوقت المتاح أسبوعيا للقيام بكل مرحلة من المراحل يبلغ 4000 ساعة لمرحلة التجميع، و 1900 ساعة لمرحلة الطلاء، و 900 ساعة لمرحلة الرقابة على الجودة، و تتوقع الشركة أن تبيع أسبوعيا على الأقل ما يعادل 300 ثلاجة من الحجم العادي و 180 ثلاجة على الأقل من الحجم الكبير.

بناءا على هذه المعلومات فإن مدير الإنتاج يرغب في تحديد الكمية الواجب إنتاجها أسبوعيا من كل نوع من الثلاجات بحيث تحقق الشركة أكبر ربح مع العلم أن ربح الشركة من كل ثلاجة ذات الحجم العادي هو 50 دينار و ربح الشركة من كل ثلاجة ذات الحجم الكبير هو 80 دج.

المطلوب: أوجد النموذج الرياضي للبرمجة الخطية؟

تطبيق (5):

يعمل مدير إطعام في إحدى الثكنات العسكرية على إعداد وجبات الطعام المتعلقة بالجنود وفق نظام طبي خاص مؤلف من نوعين من الطعام، يدخل في تركيبة كل منها ثلاثة مقومات غذائية أساسية A, B, C و يتوجب على الجندي أن يحصل على 1000 وحدة يوميا على الأقل من A، و 2000 وحدة يوميا على الأقل من B، و 1500 وحدة يوميا على الأقل من C، يحتوي كل كيلوغرام من النوع الأول من الطعام على 100 وحدة من A و 400 وحدة من B، و 200 وحدة من C، و يسعى المدير إلى إيجاد طريقة يستطيع بواسطتها إعداد وجبة الطعام الطبية الخاصة ذات الكلفة الأقل و التي تناسب احتياجات الجندي اليومية مع العلم أن كلفة الكيلوغرام الواحد من النوع الأول من الطعام تعادل 6 دج، أما كلفة الكيلوغرام من النوع الثاني من الطعام تعادل 8 دج.

المطلوب: أوجد النموذج الرياضي للبرمجة الخطية؟

تطبيق (6):

لديك الجدول التالي لمؤسسة مختصة في قاعة الطاولات والكراسي:

المنتجات / الآلات	الطاولات	الكراسي	الكميات المتاحة
M_1	4	2	60 سا
M_2	2	4	48 سا
الربح	8 دج	6 دج	

المطلوب: إيجاد الإنتاج الأمثل من الطاولات و الكراسي لتحقيق أكبر ربح باستعمال الطريقة البيانية ؟

تطبيق (7):

النموذج الأصلي:

دالة الهدف: $Z_{min} = 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 2x_4$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 2 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

المطلوب: أوجد النموذج المرافق (المقابل) ثم حله؟

الحل:

يمكن حل النموذج الأصلي بطريقة *Simplex* (*Big M*) لكن نقوم بتحويل النموذج الأصلي إلى النموذج المرافق لأن حل النموذج المرافق أسهل من حل النموذج الأصلي.

النموذج المقابل (المرافق):

دالة الهدف: $V_{max} = 3y_1 + 2y_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} y_1 + 2y_2 \leq 6 \\ 2y_1 + y_2 \leq 8 \\ -y_1 + y_2 \leq 1 \\ y_2 \leq 2 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $y_1, y_2 \geq 0$

حل النموذج المرافق باستعمال الطريقة البيانية.

$$y_1 + 2y_2 \leq 6 \ldots (\Delta_1)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 3 \quad (0,3)$$

$$y_2 = 0, \quad y_1 = 6 \quad (6,0)$$

$$2y_1 + y_2 = 8 \ldots (\Delta_2)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 8 \quad (0,8)$$

$$y_2 = 0, \quad y_1 = 4 \quad (4,0)$$

$$y_1 + y_2 = 1 \ldots (\Delta_3)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 1 \quad (0,1)$$

$$y_2 = 0, \quad y_1 = -1 \quad (-1,0)$$

$$y_2 = 2 \ldots (\Delta_4)$$

$$A(0,0) => Z_A = 0$$

$$B(0,1) => Z_B = 2$$

$$F(4,0) => Z_F = 12$$

$$C =? \quad (\Delta_4) \cap (\Delta_3)$$

$$\begin{cases} y_2 = 2 \\ y_2 - y_1 = 1 \end{cases} => y_1 = 1, y_2 = 2$$

$$C = (1,2) => Z_C = 7$$

$$D =? \quad (\Delta_4) \cap (\Delta_1)$$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 = 6 \\ 2y_2 = 4 \end{cases} => y_1 = 2, y_2 = 2$$

$$D(2,2) => Z_D = 10$$

$$E = ?\ (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$$

$$\begin{cases} 2 * (x_1 + 2x_2 = 6) \\ 2x_1 + x_2 = 8 \end{cases} => \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 12 \dots (1) \\ 2x_1 + x_2 = 8 \dots (2) \end{cases}$$

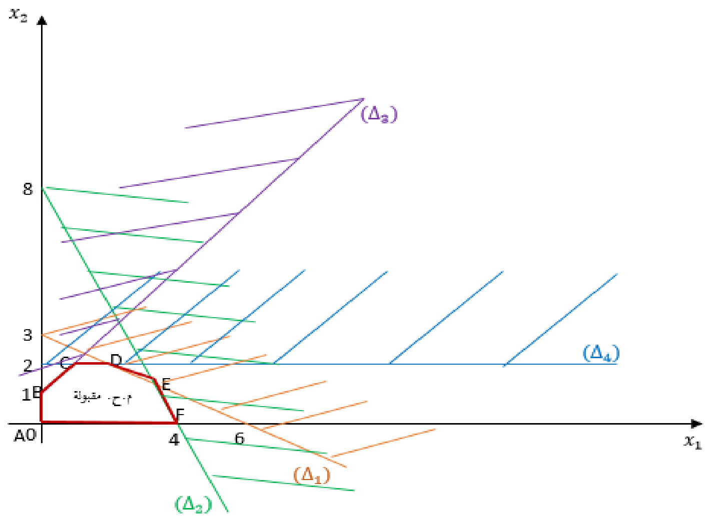
بطرح(2) من(1) : $3x_2 = 4$

$$x_2 = \frac{4}{3} \quad => \quad x_1 = \frac{10}{3}$$

$$E\left(\frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right) => Z_E = 12{,}66$$

$$Z_E^* = 12{,}66$$

النقطة E هي النقطة المثلى.



تطبيق (8):

إيجاد الحل الأمثل باستعمال الطريقة البيانية:

دالة الهدف: $Z_{min} = 4x_1 + x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

تطبيق (9):

المطلوب: حل النموذج باستعمال الطريقة البيانية؟

دالة الهدف: $Z_{max} = 250x_1 + 180x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 1{,}5x_1 + 0{,}5x_2 \leq 30 \\ x_1 + 2x_2 \leq 70 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

تطبيق (10):

لدينا البرنامج الخطي التالي:

دالة الهدف: $Z_{max} = 40x_1 + 30x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} x_1 \leq 4000 \\ x_2 \leq 6000 \\ x_1 + 3x_2 \leq 600 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

المطلوب: حل البرنامج باستعمال الطريقة البيانية؟

تطبيق (11):

تقوم مؤسسة بإنتاج 400 كغ من مزيج سلعي مكون من عنصرين A و B، كلفة الكغ من A هي 6دج و كلفة الكغ من B هي 16كغ و يستخدم على الأقل 120 كغ من B و يشترط أن لا تزيد الكمية المستخدمة من A عن 160 كغ.

المطلوب: كتابة البرنامج الخطي و حله باستعمال الطريقة البيانية؟

تطبيق (12):

قرر صانع حلويات صناعة شوكولاتة و ذلك من خلال نوعين(النوع الأول و النوع الثاني). و هذا باحترام المقادير المتوفرة، التي تتكون من 18 كغ من الكاكاو و 08 كغ من جوز الهند و 14 كغ من الحليب.

النوع الأول يحتاج إلى 1 كغ من الكاكاو و 1 كغ من جوز الهند و 2 كغ من الحليب.

النوع الثاني يحتاج إلى 3 كغ من الكاكاو و 1 كغ من جوز الهند و 1 كغ من الحليب.

عند مبيع النوع الأول يتحصل هذا المنتج على ربح قدره 20 دج و يتحصل على ربح قدره 30 دج عند مبيع النوع الثاني

المطلوب: ما هي الكميات الواجب إنتاجها من النوعين حتى يتحصل هذا المنتج على أكبر ربح ممكن مستعملا الطريقة البيانية؟

المكونات	النوع 1	النوع 2	b_i
الكاكاو	1	3	18
جوز الهند	1	1	08
الحليب	2	1	14
الربح	20 دج	30 دج	

الحل:

x_1: عدد الوحدات المباعة من النوع الأول.

x_2: عدد الوحدات المباعة من النوع الثاني.

دالة الهدف: $Z_{max} = 20x_1 + 30x_2$

القيود الخطية: $$s/c\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18 \ldots (\Delta_1) \\ x_1 + x_2 \leq 08 \ldots (\Delta_2) \\ 2x_1 + x_2 \leq 14 \ldots (\Delta_3) \end{cases}$$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

رياضيا:

$$(\Delta_1) => \quad x_1 + 3x_2 = 18$$

$$Si\ x_1 = 0 => \ x_2 = 6 \quad (0,6)$$

$$Si\ x_2 = 0 => \ x_1 = 18 \ (18,0)$$

$$(\Delta_2) => \quad x_1 + x_2 = 8$$

$$Si\ x_1 = 0 \ => \ x_2 = 8 \ (0,8)$$

$$Si\ x_2 = 0 => \ x_1 = 8 \ (8,0)$$

$$(\Delta_3) => \quad 2x_1 + x_2 = 14$$

$$Si\ x_1 = 0 \ => \ x_2 = 14 \ (0,14)$$

$$Si\ x_2 = 0 \ => \ x_1 = 7 \quad (7,0)$$

$$A(0,0) => Z_A = 0$$

$$B(0,6) => \ Z_B = 180$$

$$C(?,?) => \ (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \dots (1) \\ x_1 + 3x_2 = 18 \dots (2) \end{cases}$$

بطرح (1) من (2)

$$=> C(3,5)$$

$$Z_c^* = 210$$

$$D(?,?) => (\Delta_2) \cap (\Delta_3)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \dots (1) \\ 2x_1 + x_2 = 14 \dots (2) \end{cases}$$

بطرح (2) من (1)

$$D(6,2) \ => Z_D = 180$$

$$E(7,0) => \ Z_E = 140$$

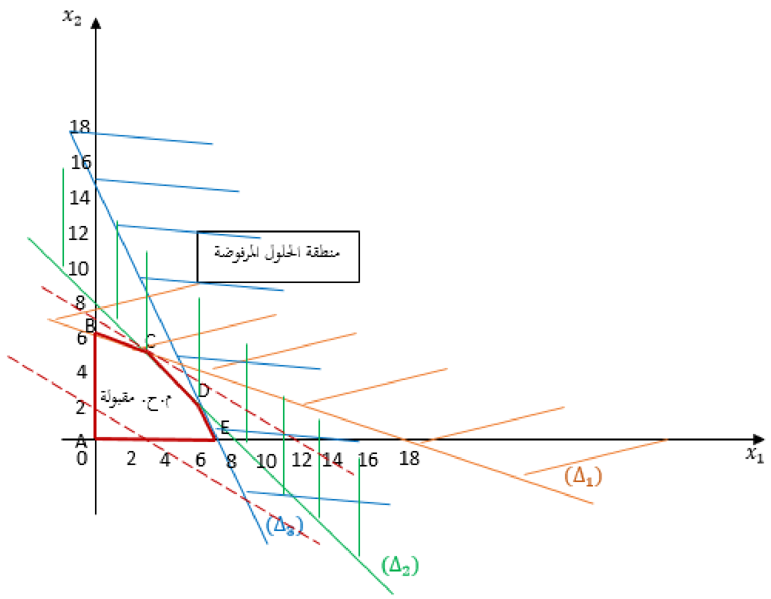
بيانيا:

$$20x_1 + 30x_2 = 60$$

$$Si\ x_1 = 0 \ => \ x_2 = 2$$

$$Si\ x_2 = 0 \ => \ x_1 = 3$$

انطلاقا من مستقيم دالة الهدف و بالتوازي، نلاحظ أن النقطة C (5،3) هي النقطة المثلى و بالتالي $Z^*_{c_{max}} = 210$.



تطبيق (13):

مؤسسة تنتج ثلاث منتجات A, B, C و ترغب في خفض تكاليف الإنتاج الإجمالية، و قد تم التعرف على النتائج التالية:

- إجمالي مبيعات المنتجين A و B يجب أن لا يقل عن 100 وحدة .

- مبيعات المنتج C يجب أن لا يقل عن 40 وحدة و لا تزيد عن 120 وحدة .

الجدول التالي يوضح استخدام المواد الخام:

المواد الخام	المنتجات			المتاح
	A	B	C	
المادة الأولى	2	3	4	500
المادة الثانية	1	1	6	550

الطاقة التخزينية المتاحة هي 340 وحدة و لا يختلف حجم التخزين لأي منتوج ، تكلفة إنتاج المنتجات الثلاث $C, B,$ Aقدرت ب 2، 6، 1 دج للوحدة من كل منتج على الترتيب.

المطلوب: أكتب النموذج الرياضي لهذه المسألة و حله باستعمال الطريقة البيانية؟

تطبيق (14):

يقوم مصنع بإنتاج نوعين من الآلات، الآلة A تتطلب 2كغ من المادة الأولية و30 ساعة من الإنتاج و تعطي ربح وحدوي قدره 7دج بينما الآلة B تتطلب 4كغ من المادة الأولية و 15 ساعة من الإنتاج و تعطي ربح وحدوي قدره 6دج، الكميات المتوفرة و ساعات العمل هي على الترتيب 20كغ و 1200 ساعة.

المطلوب:

-ما هي أحسن تشكيلة للإنتاج لتعظيم الأرباح (نموذج البرمجة الخطية)؟

- أوجد الحل باستعمال الطريقة البيانية؟

تطبيق (15): لديك النموذج التالي:

دالة الهدف: $Z_{min} = 4x_1 + x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

المطلوب: حل النموذج بطريقة الحل على مرحلتين S« Two Phase »؟

تطبيق (**16**): ـديك النموذج التالي:

دالة الهدف: $Z_{min} = 5x_1 + 7x_2$

القيود الخطية: $s/c \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 5 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2 \geq 0$

المطلوب: حل النموذج بطريقة الجزاء « Big M »؟

تطبيق (**17**):

لديك النموذج الأصلي التالي:

دالة الهدف: $Z_{min} = 6000x_1 + 2600x_2 + 1000x_3$

القيود الخطية: $S/C \begin{cases} 12x_1 + 8x_2 + 4x_3 \geq 300 \\ 30x_1 + 10x_2 + 2x_3 \geq 600 \end{cases}$

شرط عدم السلبية: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

أوجد النموذج المقابل و حله؟

المحاضرة السادسة

مقدمة:

تعتبر وسيلة النقل أو مشكلة النقل من الأساليب الرياضية الهامة المساعدة على اتخاذ القرار الملائم لنقل كمية من السلع أو المواد من مصادر تصنيعها أو من المخازن إلى مراكز متعددة بهدف سد حاجة هذه المراكز بأقل تكلفة ممكنة.

I. نموذج النقل:

1 . نموذج النقل المتوازن:

- يفترض نموذج النقل وجود عدد من المصادر الإنتاجية مقدارها "n" مصدر و عدد من المراكز التسويقية مقدارها "m".
- يشترط النموذج بشكله الأولي ضرورة المساواة بين حجم السلع من المصادر و حجم الطلب على السلع من قبل المراكز.

يشترط :الطلب $\sum = $ عرض $\sum$

كميات المراكز التسويقية =كميات المخازن

- يتألف نموذج النقل من:

المصدر: مكان تواجد المواد المراد نقلها أو توزيعها.

الوجهة: هي النقطة أو المكان المراد لنقل المواد إليها.

الطلبيات: هي الحاجة من المصادر.

الموجودات: هي المواد المتوفرة في المصدر الواحد و المراد نقلها إلى وجهات مختلفة.

تكلفة نقل المادة الواحدة: من مصدر معين إلى وجهة معينة.

عدد المواد المراد نقلها: من مصدر ما إلى وجهة ما.

1.1. طرق حل مسائل النقل:

يمكن حل مسائل النقل أو وسائل النقل بالطرق التالية:

- طريقة الزاوية الشمالية الغربية.
- طريقة أقل تكلفة.
- طريقة أقل تكاليف للعمود.
- طريقة أقل تكاليف للسطر.
- طريقة فوجل Vogel التقريبية.

كل هذه الطرق تعطي حل أولي أو أساسي للمشكلة وفيما بعد نبحث عن الحل الأمثل.

❖ طريقة الزاوية الشمالية الغربية:

تعتبر هذه الطريقة هي أبسط طرق النقل إلا أنها لا تحقق في معظم الأحيان الحل الأمثل.

مثال:

إحدى الشركات لها 3 مخازن في مواقع مختلفة و أيضا لها 3 مراكز تسويقية. تكاليف نقل الوحدة الواحدة من سلع مقدرة ب "دج"، حجم السلع المخزنة في كل مخزن واحتياجات كل مركز تسويقي مشار إليها في الجدول التالي:

المراكز التسويقية

المصادر "المخازن"

	D_1	D_2	$\boxed{8}$ D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ 9 $\boxed{2}$	$\boxed{1}$ 3	–	12
S_2	–	$\boxed{4}$ 7 $\boxed{6}$	$\boxed{0}$ 7	14
S_3	$\boxed{3}$ –	–	$\boxed{7}$ 4	04
الطلب	09	10	11	30 \ 30

$\sum$ عرض $=$ $\sum$ الطلب

الكمية التي يطلبها المركز التسويقي

المطلوب: حساب تكلفة النقل الأولية

استعمال طريقة الزاوية الشمالية الغربية

$$C_0 = (5 * 9) + (3 * 1) + (7 * 4) + (7 * 0) + (4 * 7) = 104 \text{ دج}$$

سلبيات هذه الطريقة: هو عدم استغلال التكاليف الصغيرة في جدول.

- **طريقة أقل التكاليف**:

أحد مساوئ طريقة الزاوية الشمالية الغربية هو عدم الاستفادة من أقل التكاليف المتوفرة في جدول النقل، لذا وضعت طريقة أقل التكاليف لمعالجة مثل هذا المشكل.

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{1}$ 10	$\boxed{8}$ –	12
S_2	$\boxed{2}$ 3	$\boxed{4}$ –	$\boxed{0}$ 11	14
S_3	$\boxed{3}$ 4	$\boxed{6}$ –	$\boxed{7}$ –	04
الطلب	09	10	11	30 30

$\sum$ الطلب = $\sum$ عرض

انتقال في التكلفة: $(5 < -3 < -2 < -1 < -0)$

$$C_0 = (5 * 2) + (1 * 10) + (2 * 3) + (0 * 11) + (3 * 4) = 38 \text{ دج}$$

❖ **طريقة أقل تكلفة في السطر:**

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{1}$ 10	$\boxed{8}$ –	12
S_2	$\boxed{2}$ 3	$\boxed{4}$ –	$\boxed{0}$ 11	14
S_3	$\boxed{3}$ 4	$\boxed{6}$ –	$\boxed{7}$ –	04
الطلب	09	10	11	30 \ 30

$\sum$ الطلب = $\sum$ عرض

$$C_0 = (5 * 2) + (1 * 10) + (2 * 3) + (0 * 11) + (3 * 4) = 38$$ دج

❖ **طريقة أقل التكاليف للعمود:**

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ –	$\boxed{1}$ 10	$\boxed{8}$ 2	12
S_2	$\boxed{2}$ 9	$\boxed{4}$ –	$\boxed{0}$ 5	14
S_3	$\boxed{3}$ –	$\boxed{6}$ –	$\boxed{7}$ 4	04
الطلب	09	10	11	30 \ 30

$\sum$ الطلب = $\sum$ عرض

$$C_0 = (1 * 10) + (8 * 2) + (9 * 2) + (0 * 5) + (7 * 4) = 72$$ دج

❖ **طريقة فوجل التقريبية (VAM):**

تعتبر طريقة فوجل من أهم الطرق لما تتميز به من القدرة للوصول إلى الحل الأمثل أو الحل القريب من الحل الأمثل و لكن تحتاج إلى عمليات حسابية أطول، تتركز خطوات هذه الطريقة في:

1- حساب الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف وفي كل عمود.

2- تحديد الصف أو العمود الذي يحمل أكبر فرق.

3- اختيار الخلية أو الخانة ذات التكلفة الأقل في ذلك السطر أو العمود.

4- في الخلية التي اختيرت في المرحلة السابقة نقارن كالعادة احتياجات المركز مع ما هو متوفر في المصدر ونأخذ القيمة الأقل.

5- نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل الأعمدة والسطور ونكرر العملية السابقة.

	D_1	D_2	D_3	العرض	الفرق في التكلفة
S_1	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{1}$ 10	$\boxed{8}$ -	12	4
S_2	$\boxed{2}$ 3	$\boxed{4}$ -	$\boxed{0}$ 11	14	2
S_3	$\boxed{3}$ 4	$\boxed{6}$ -	$\boxed{7}$ -	04	3
الطلب	09	10	11	30 30	
الفرق في التكلفة	1	3	7		

$C_0 = (5 * 2) + (1 * 10) + (2 * 3) + (0 * 11) + (3 * 4) = 38$ دج

2 . نموذج النقل غير المتوازن:

لقد ذكرنا سابقا أن قيم العرض $\sum$ يجب أن تكون مساوية قيم الطلب $\sum$ و نتكلم عن تساوي الوحدات، لكن في بعض الحالات قد تكون هذه القيم غير متساوية و بالتالي النموذج يكون غير متوازي، و لكي نوازي نموذج النقل نضيف إلى الأقل قيمة الفرق و تكون التكلفة الموازية أصفار "00"، سواء العرض أو الطلب نزيد قيمة الفرق و لا ننقص الفرق.

	D_1	D_2	D_3	D_4	العرض
S_1	$\boxed{2}$ –	$\boxed{1}$ 100	$\boxed{3}$ –	$\boxed{0}$ –	100
S_2	$\boxed{5}$ 70	$\boxed{4}$ 20	$\boxed{0}$ 60	$\boxed{0}$ –	150
S_3	$\boxed{2}$ 30	$\boxed{3}$ –	$\boxed{6}$ –	$\boxed{0}$ 20	50
الطلب	100	120	60	20	300 / 300

نموذج غير متوازن: $\sum$ العرض $= 300$

$\sum$ الطلب $= 280$

$$C_0 = (1*100) + (5*70) + (4*20) + (2*30) + (0*20) = 590 \text{ دج}$$

المحاضرة السابعة

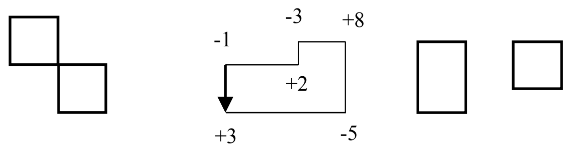
اختبار مثالية الحل الأولي (الابتدائي):

للحصول على الحل الأساسي لا يعني نهاية مشكلة النقل و إنما يجب أن تستخدم أساليب أخرى لاختيار هل الحل الأساسي الذي تم الحصول عليه هو الحل الأمثل أي لا يوجد حل أفضل منه و هناك طريقتين لذلك.

1.طريقة المسار المتعرج (الحجم المتنقل) "***Steppimg stone***"

تقتضي_هذه الطريقة تقييم جميع الخلايا الفارغة (غير مشغولة) في جدول الحل الابتدائي لمعرفة أثر استخدام كل خلية فارغة على مجموع التكاليف ويتم ذلك بوضع مسار مغلق لكل خلية فارغة وإذا وجدنا أن ملأ خلية معينة فارغة سيؤدي إلى تقليل التكاليف فإن جدول النقل سيتم تعديله للاستفادة من ذلك.

ت. غ. م.



الشروط و القواعد الواجب مراعاتها لتكوين المسار المغلق:

– يجب أن يبدأ أو ينتهي المسار المغلق عند الخلية الفارغة المراد تقييمها يبدأ و ينتهي بنفس الخلية.

– يجب أن يتكون المسار المغلق من مجموعة من المستقيمات (أفقية أو عمودية) بحيث تقع الخلايا المشغولة عند الزوايا القائمة للمسار المغلق.

– تقوم بحساب التكلفة الغير مباشرة لكل خلية فارغة.

– حتى يكون الحل أمثل يجب أن تكون التكلفة الغير مباشرة لكل خلية فارغة موجبة أو مساوية للصفر.

مثال سابق: الحل الابتدائي بطريقة الزاوية الشمالية الغربية

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ 9 $\boxed{2}$	$\boxed{1}$ 3	$\boxed{8}$ –	12
S_2	–	$\boxed{4}$ 7 $\boxed{6}$	$\boxed{0}$ 7	14
S_3	$\boxed{3}$ –	–	$\boxed{7}$ 4	04
الطلب	09	10	11	0 30

$C_0 = 104$ دج

البحث عن عدد الخلايا المملوءة = (m+n)-1

m: عدد الصفوف.

n: عدد الأعمدة.

عدد الخلايا المملوءة = (3+3)-1 = 5.

من الأحسن يجب أن تكون في وسط الخلية التي نريد إضافتها أن نملأها بالصفر، في هذه الحالة، الخلايا=4.

في حالة زيادة الخلية التي فيها التخصيص 0 هي التي نزيلها وعدد الخلايا =6.

تقييم الخلايا الفارغة:

$* (S_1, D_3)$:

مسار مغلق: $(S_1, D_3) \rightarrow (S_2, D_3) \rightarrow (S_2, D_2) \rightarrow (S_1, D_2) \rightarrow (S_1, D_3)$

تكلفة غير مباشرة : $+8 - 0 + 4 - 1 = +11$ (ملئ هذه خلية لا يؤثر)

$* (S_2, D_1)$:

مسار مغلق: $(S_2, D_1) \rightarrow (S_1, D_1) \rightarrow (S_1, D_2) \rightarrow (S_2, D_2) \rightarrow (S_2, D_1)$

تكلفة غير مباشرة : $+2 - 5 + 1 - 4 = -6$

$* (S_3, D_1):$

مسار مغلق: $(S_3, D_1) \to (S_1, D_1) \to (S_1, D_2) \to (S_2, D_2) \to (S_2, D_3) \to (S_3, D_3)$
$\to (S_3, D_1)$

تكلفة غير مباشرة : $+3 - 5 + 1 - 4 + 0 - 7 = -12$

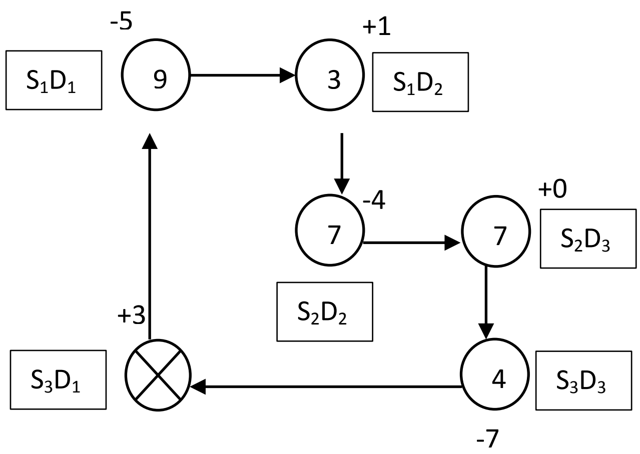
$* (S_3, D_2):$

مسار مغلق: $(S_3, D_2) \to (S_3, D_3) \to (S_2, D_3) \to (S_2, D_2) \to (S_3, D_1) \to (S_3, D_1)$

تكلفة غير مباشرة : $+6 - 4 + 0 - 7 = -5$

نبدأ بأكبر كمية بالسالب:

نأخذ الخلية (S_3, D_3)



نتحصل على قيم الحل في جدول جديد:

$(S_1, D_1): 9 - 4 = 5$

$(S_1, D_2): 3 + 4 = 7$

$(S_2, D_2): 7 - 4 = 3$

$(S_2, D_3): 7 + 4 = 11$

$(S_3, D_3): 4 - 4 =$

جدول الحل الثاني:

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ 5 $\boxed{2}$	$\boxed{1}$ 7	$\boxed{8}$ –	12
S_2	–	$\boxed{4}$ 3 $\boxed{6}$	$\boxed{0}$ 11	14
S_3	$\boxed{3}$ 4	–	$\boxed{7}$ $\otimes$	04
الطلب	09	10	11	30 30

$$C_1 = C_0 + (-12)(4)$$

$$=> C_1 = 104 - 48 = 56\text{دج}$$

$1 - (m + n) =$ عدد الخلايا المملوءة

$* \ (S_1, D_3)$:

مسار مغلق: $(S_1, D_3) \to (S_1, D_1) \to (S_2, D_1) \to (S_2, D_3) \to (S_1, D_3)$

تكلفة غير مباشرة : $+8 - 5 + 2 - 0 = 5$

$* \ (S_2, D_2)$:

مسار مغلق: $(S_2, D_2) \to (S_1, D_2) \to (S_1, D_1) \to (S_2, D_1) \to (S_2, D_2)$

تكلفة غير مباشرة : $+4 - 1 + 5 - 2 = 6$

$* \ (S_3, D_2)$:

مسار مغلق: $(S_3, D_2) \to (S_1, D_2) \to (S_1, D_1) \to (S_3, D_1) \to (S_3, D_2)$

تكلفة غير مباشرة : $+6 - 3 + 5 - 1 = 7$

$* \ (S_3, D_3)$:

مسار مغلق: $(S_3, D_3) \to (S_2, D_3) \to (S_2, D_1) \to (S_3, D_1) \to (S_3, D_3)$

تكلفة غير مباشرة : $+7 - 0 + 2 - 3 = 6$

إذن : $C_2 = C^* = 38\text{دج}$

2.طريقة التوزيع المعدلة "MODI"

- هناك طريقة أخرى لاختيار مثالية الحل الأولي هي طريقة التوزيع المعدلة "MODI"، تتلخص خطواتها كالتالي:

1- تكوين معادلات لكل خلية مشغولة (مملوءة) في جدول الحل الأولي على أساس العلاقة التالية:

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

بحيث: U_i هو المتغير الخاص بالصف "i" و التي تقع في الخلية المعنية.

V_j: هو المتغير الخاص بالعمود "j" و الذي تقع فيه الخلية المعنية.

C_{ij}: هي تكلفة الخلية التي تقع في صف " i" و عمود "j" (تكلفة وحدية).

2- حل المعادلات الأولى الخاصة بكل خلية مشغولة.

3- تقييم كل خلية فارغة أي حساب التكلفة الغير مباشرة لها وفقا للمعادلة أو العلاقة التالية:

التكلفة غير مباشرة(ij) للخلية الفارغة $= C_{ij} - U_i - V_j$

4- بعد التعرف على آثار ملأ أو شغل الخلايا الفارغة على إجمالي التكلفة، يستكمل الحل طبقا لما هو متبع في طريقة المسار المتعرج.

$U_i = ?, V_j = ?$

	D_1	D_2	D_3	العرض	"V"
S_1	$\boxed{5}$ 9	$\boxed{1}$ 3	$\boxed{8}$ -	-	
S_2	$\boxed{2}$ -	$\boxed{4}$ 7 $\boxed{6}$	$\boxed{0}$ 7	-	
S_3	$\boxed{3}$ -	-	$\boxed{7}$ 4	-	
الطلب	09	10	11		
	"U"				

$$C_0 = 104$$

عدد الخلايا المملوءة= $(1 - m + n)$ =5.

$$(S_1, D_1) = C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$
$$(S_1, D_2) = C_{12} = U_1 + V_2 = 1$$
$$(S_2, D_2) = C_{22} = U_2 + V_2 = 4$$
$$(S_2, D_3) = C_{23} = U_2 + V_3 = 0$$
$$(S_3, D_3) = C_{33} = U_3 + V_3 = 7$$

- نفرض أن: $U_1 = 0$

$$=> \quad {}_1 = 5 \quad , \quad V_2 = 1$$
$$U_2 = 3 \quad , \quad V_3 = -3$$
$$U_3 = 10$$

- حساب التكلفة غير مباشرة(ت غ م) لكل الخلايا الفارغة:

ت غ م= $C_{ij} - U_i - V_j$

(S_1, D_3):

ت غ م $= 8 - U_1 - V_3$

$= 8 - 0 - (-3) = 11$

(S_2, D_1):

ت غ م $= 2 - U_2 - V_1$

$= 2 - 3 - 5 = -6$

(S_3, D_1):

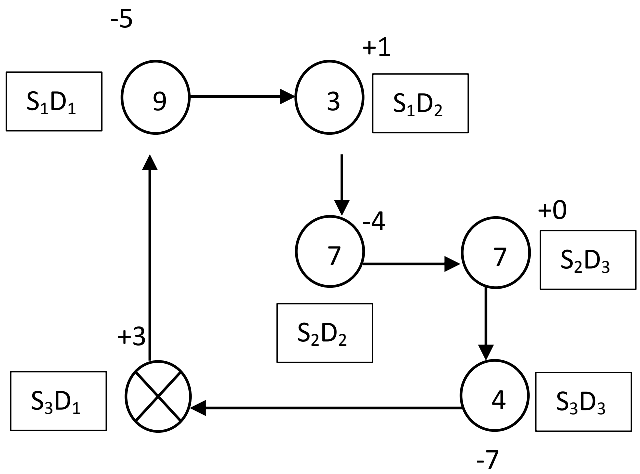
ت غ م $= 3 - U_3 - V_2$

$= 3 - 10 - 5 = -12$

(S_3, D_2):

ت غ م $= 6 - U_3 - V_2$

$= 6 - 10 - 1 = -5$



$$S_1D_1 = 9 - 4 = 5$$
$$S_1D_2 = 3 + 4 = 7$$
$$S_2D_2 = 7 - 4 = 3$$
$$S_2D_3 = 7 + 4 = 11$$
$$S_3D_3 = 4 - 4 = 0$$
$$S_3D_1 = 0 + 4 = 4$$

- جدول الحل الثاني:

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	$\boxed{5}$ 5 $\boxed{2}$	$\boxed{1}$ 7	$\boxed{8}$ –	
S_2	–	$\boxed{4}$ 3 $\boxed{6}$	$\boxed{0}$ 11	
S_3	$\boxed{3}$ 4	–	$\boxed{7}$ $\otimes$	
الطلب	–	–	–	

$$C_1 = C_0 + (-12)(4)$$
$$C_1 = 104 - 48$$
$$C_1 = 56$$

عدد الخلايا المملوءة: 5=1-(m+n)

معادلات الخلايا المملوءة: $C_{ij} = U_i + V_j$

$$(S_1 \quad _1): C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$
$$(S_1D_2): C_{12} = U_1 + V_2 = 1$$
$$(S_2D_2): C_{22} = U_2 + V_2 = 4$$
$$(S_2D_3): C_{23} = U_2 + V_3 = 0$$
$$(S_3D_1): C_{31} = U_3 + V_1 = 3$$

نفرض أن: $3-= V_3 <= 3 = U_2 <= \ 1 = V_2 <= \ 2-=_3<= 5 = V_1 <= 0 = U_1$

حساب ت غ م لكل الخلايا الفارغة:

(S_1D_3):

ت غ م $= C_{13} - U_1 - V_3$

$= 8 - 0 - (-3) = 11$

(S_2D_1):

ت غ م $= C_{21} - U_2 - V_1$

$= 2 - 3 - 5 = -6$

(S_3D_2):

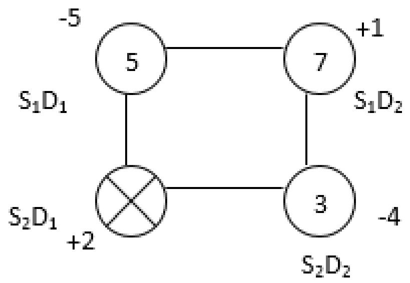
ت غ م $= C_{32} - U_3 - V_2$

$= 6 - (-2) - 1 = 7$

(S_3D_3):

ت غ م $= C_{33} - U_3 - V_3$

$= 7 - (-2) - (-3) = 12$



$$S_1D_1: 5 - 3 = 2$$
$$S_1D_2: 7 + 3 = 10$$
$$S_2D_1: 0 + 3 = 3$$
$$S_2D_2: 3 - 3 = 0$$

جدول الحل الثالث:

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	5 2	1 10	8 –	–
S_2	2 3	4 ⊗	0 11	–
S_3	3 4	6 –	7 –	–
الطلب	–	–	–	

$$C_2 = C_1 + (-6)(3)$$
$$C_2 = 56 - 18 => \quad C_2 = 38$$

اختبار أمثليه الحل الثالث:

عدد الخلايا المملوءة: 5=1-(m+n)

معادلات الخلايا المملوءة: $C_{ij} = U_i + V_j$

$$(S_1D_1): C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$
$$(S_1D_2): C_{12} = U_1 + V_2 = 1$$
$$(S_2D_1): C_{21} = U_2 + V_1 = 2$$
$$(S_2D_3): C_{23} = U_2 + V_3 = 0$$
$$(S_3D_1): C_{31} = U_3 + V_1 = 3$$

نفرض أن: $U_1 = 0 \Rightarrow V_1 = 5 \Rightarrow V_2 = 1 \Rightarrow U_2 = -3 \Rightarrow V_3 = 3 \Rightarrow U_3 = -2$

حساب ت غ م للخلايا الفارغة:

(S_1D_3):

ت غ م $= C_{13} - U_1 - V_3$

$= 8 - 0 - 3 = 5$

(S_2D_2):

ت غ م $= C_{22} - U_2 - V_2$

$= 4 - (-3) - 1 = 6$

(S_3D_2):

ت غ م $= C_{32} - U_3 - V_2$

$= 6 - (-2) - 1 = 7$

(S_3D_3):

ت غ م $= C_{33} - U_3 - V_3$

$= 7 - (-2) - 3 = 6$

و منه:

$$C_2 = C^* = 38$$

المحاضرة الثامنة

مسائل التعيين (التخصيص) Affectation

مقدمة: يمكن القول إن مشاكل التعيين هي حالة خاصة من مسائل النقل، وتتعلق بتعيين عدد معين من الأجهزة أو العمال لإنجاز عدد من الوظائف وذلك عن طريق تعيين جهاز واحد أو عامل واحد لوظيفة واحدة. وهذا يتطلب تساوي عدد الأجهزة مع عدد الوظائف والمشكل يتعلق باختيار أفضل تعيين بحيث يؤدي ذلك تعيين (الأمثل) أقل تكلفة ممكنة أو أكبر ربح ممكن. هناك عدة طرق لحل مسائل التعيين منها:

- طريقة العد الكامل.
- طريقة البرمجة الخطية.
- طريقة النقل.
- طريقة الهنغارية، المجرية.

الطريقة الهنغارية (المجرية):

الحالة 1: تدنية التكاليف:

1/ نطرح أقل قيمة في كل عمود من باقي قيم العمود (لا توجد قيم سالبة).

2/ نطرح أقل قيمة في كل سطر من باقي قيم السطر.

3/نغطي كل الأصفار في الصفوف والأعمدة بأقل عدد من المستقيمات العمودية والأفقية.

4/ إذا كان عدد المستقيمات يساوي عدد الصفوف أو الأعمدة نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل ونقوم بعملية التعيين بأحد القيمة الأصلية المناظرة للصفر في الجدول.

5/ إذا كان عدد المستقيمات أقل من عدد الصفوف فإننا نختار أقل قيمة من القيم غير مغطاة ونطرحها من كل القيم غير مغطاة، ونظيف هذه القيمة إلى نقط تقاطع المستقيمات.

6/ يجرى تكرار هذه الخطوة (الخطوة 5) حتى نتوصل إلى عدد المستقيمات مساوي لعدد الصفوف أو الأعمدة.

مثال:

ترغب إدارة أحد المصانع في تعيين 4 عمال لإنجاز 4 وظائف:

- إذا كانت تكاليف إنجاز الوظائف معطاة بالدينار في الجدول التالي:
- استخدام الطريقة المجرية لإيجاد أفضل تعيين يحقق أقل التكاليف.

الحالة 1 تدنية:

ال وظائف	**1**	**2**	**3**	**4**
A	5	6	2	4
B	9	5	1	9
C	1	2	6	1
D	7	6	15	12

الخطوة الأولى: نطرح أقل قيمة في كل عمود من باقي قيم العمود

فرق الأعمدة:

	1	**2**	**3**	**4**
A	4	4	1	3
B	8	3	0	8
C	0	0	5	0
D	6	4	14	11

الخطوة الثانية: العمود الذي فيه الصفر، تعاد كتابته كما هو.

فرق الأسطر +الأعمدة

	1	2	3	4
A	3	3	0	2
B	8	3	0	8
C	0	0	5	0
D	2	0	10	7

فرق الأسطر +الأعمدة

3 مستقيمات $\neq$ عدد صفوف الأعمدة

أصغر قيمة = 2 أذن لم نتوصل إلى الحد الأمثل.

	1	2	3	4
A	1	1	X	0
B	6	1	0	6
C	0	X	1	X
D	2	0	12	7

4 مستقيمات = 4 صفوف.

ننظر إلى الأصفار الغير المشطبة و نأخذ ما يقابلها من تخصيص في الجدول الأصلي.

$B \rightarrow \mathbf{3}$
$A \rightarrow \mathbf{4}$
$D \rightarrow \mathbf{2}$
$C \rightarrow \mathbf{1}$
$C^* = 4 + 1 + 1 + 6$
$C^* = 12$ دج

الحالة 2: حالة الربح(التعظيم)

في حالة التعظيم يتم أولا طرح جميع القيم في الجدول من أعلى قيمة في الجدول ثم نطبق الخطوات السابقة "18"

حالة التعظيم: أكبر قيمة = 18

	1	2	3	4
A	6	15	4	5
B	9	7	6	1
C	5	11	1	7
D	14	18	9	10

⇓

	1	2	3	4
A	12	3	14	13
B	9	11	12	17
C	13	7	17	11
D	4	0	9	8

⇓

	1	2	3	4
A	9	0	11	10
B	0	2	3	2
C	6	0	10	4
D	4	0	9	8

فرق السطر (الصفوف)

	1	2	3	4
A	9	0	8	6
B	0	2	0	4
C	6	0	7	0
D	4	0	6	4

فرق الأسطر + الأعمدة

عدد المستقيمات $\neq$ عدد الصفوف

<= لم نتوصل إلى الحل الأمثل

	1	2	3	4
A	5	0	4	6
B	x	4	0	6
C	2	X	3	0
D	0	X	2	4

4 مستقيمات = عدد الصفوف

=> توصلنا إلى الحل الأمثل.

$$A \to 2$$
$$C \to 4$$
$$D \to 1$$
$$B \to 3$$
$$\pi^* = 15 + 6 + 7 + 14$$

$$\pi^* = 42$$ دج

تطبيقات:

تطبيق (1):

الجدول التالي يبين تكلفة النقل وحدة واحدة من سلعة معينة من 4 مصادر إلى 5 مراكز طلب، و يبين الجدول أيضا احتياجات مراكز الطلب و إمكانيات المصادر، بالاعتماد على الجدول أوجد:

1. التكلفة الأولية باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية.
2. التكلفة الأولية باستخدام طريقة الأقل تكاليف.
3. التكلفة الأولية باستخدام طريقة الأقل تكاليف في السطر.

4. التكلفة الأولية باستخدام طريقة الأقل تكاليف في العمود.

5. التكلفة الأولية باستخدام طريقة فوجل.

الجدول:

	D_1	D_2	D_3	$\boxed{40}$ D_4	D_5	العرض
S_1	$\boxed{12}$	$\boxed{24}$	$\boxed{72}$		$\boxed{11}$	16
S_2	$\boxed{9}$	$\boxed{18}$	$\boxed{44}$	$\boxed{16}$	$\boxed{90}$	24
S_3	$\boxed{24}$	$\boxed{13}$	$\boxed{51}$	$\boxed{42}$	$\boxed{63}$	12
S_4	$\boxed{15}$	$\boxed{29}$	$\boxed{43}$	$\boxed{18}$	$\boxed{24}$	19
الطلب	12	18	10	5	26	71

العرض $\sum =$ الطلب $\sum$ (شرط التوازن محقق)

لمطلوب:

- **طريقة الزاوية الشمالية الغربية:**

	D_1	D_2	D_3	D_4 $\boxed{40}$	D_5	العرض
S_1	$\boxed{12}$ 12	$\boxed{24}$ 4	$\boxed{72}$ –	–	$\boxed{11}$ –	16
S_2	$\boxed{9}$ –	$\boxed{18}$ 14	$\boxed{44}$ 10	$\boxed{16}$ –	$\boxed{90}$ –	24
S_3	$\boxed{24}$ –	$\boxed{13}$ –	$\boxed{51}$ –	$\boxed{42}$ 5	$\boxed{63}$ 7	12
S_4	$\boxed{15}$ –	$\boxed{29}$ –	$\boxed{43}$ –	$\boxed{18}$ –	$\boxed{24}$ 19	19
الطلب	12	18	10	5	26	71

$$\sum العرض = \sum الطلب$$

$(S_1, 1) => (16,12) => min = 12$

$(S_1, 2) => (4,18) => min = 4$

$(S_2, 2) => (24,14) => min = 14$

$(S_2, 3) => (10,10) => min = 10$

$(S_3, 4) => (12,5) => min = 5$

$(S_3, 5) => (7,26) => min = 7$

$(S_4, 5) => (19,19) => min = 19$

$C_0 = (12,12) + (4,24) + (14,18) + (10,44) + (5,42) + (7,63) + (19,24)$

$C_0 = 2039$

- **طريقة الأقل تكاليف:**

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض
S_1	$\boxed{12}$ –	$\boxed{24}$ –	$\boxed{72}$ –	$\boxed{40}$ –	$\boxed{11}$ 16	16
S_2	$\boxed{9}$ 12	$\boxed{18}$ 6	$\boxed{44}$ 1	$\boxed{16}$ 5	$\boxed{90}$ –	24
S_3	$\boxed{24}$ –	$\boxed{13}$ 12	$\boxed{51}$ –	$\boxed{42}$ –	$\boxed{63}$ –	12
S_4	$\boxed{15}$ –	$\boxed{29}$ –	$\boxed{43}$ 9	$\boxed{18}$ –	$\boxed{24}$ 10	19
الطلب	12	18	10	5	26	71

$$C_0 = (9 * 12) + (18 * 6) + 44 + (16 * 5) + (13 * 12) + (43 * 9) + (11 * 16) + 240$$

$C_0 = 1299$

- **طريقة الأقل تكاليف في السطر:**

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض
S_1	$\boxed{12}$ –	$\boxed{24}$ –	$\boxed{72}$ –	$\boxed{40}$ –	$\boxed{11}$ 16	16
S_2	$\boxed{9}$ 12	$\boxed{18}$ 7	$\boxed{44}$ –	$\boxed{16}$ 5	$\boxed{90}$ –	24
S_3	$\boxed{24}$ –	$\boxed{13}$ 11	$\boxed{51}$ 1	$\boxed{42}$ –	$\boxed{63}$ –	12
S_4	$\boxed{15}$ –	$\boxed{29}$ –	$\boxed{43}$ 9	$\boxed{18}$ –	$\boxed{24}$ 10	19
الطلب	12	18	10	5	26	

$$C_0 = (11 * 16) + (9 * 12) + (18 * 7) + (16 * 5) + (13 * 11) + 51 + (43 * 9) + (24 * 10)$$

$$C_0 = 1311$$

- **طريقة الأقل تكاليف في العمود:**

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض
S_1	$\boxed{12}$ –	$\boxed{24}$ –	$\boxed{72}$ –	$\boxed{40}$ –	$\boxed{11}$ 16	16
S_2	$\boxed{9}$ 12	$\boxed{18}$ 6	$\boxed{44}$ –	$\boxed{16}$ 5	$\boxed{90}$ 1	24
S_3	$\boxed{24}$ –	$\boxed{13}$ 12	$\boxed{51}$ –	$\boxed{42}$ –	$\boxed{63}$ –	12
S_4	$\boxed{15}$ –	$\boxed{29}$ –	$\boxed{43}$ 10	$\boxed{18}$ –	$\boxed{24}$ 9	19
الطلب	12	18	10	5	26	

$$C_0 = (11 * 16) + (9 * 12) + (18 * 6) + (16 * 5) + 90 + (13 * 12) + (10 * 43) + (24 * 9)$$

$$C_0 = 1364$$

- **استخدام طريقة فوجل في الحل الابتدائي:**

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض
S_1	$\boxed{12}$ –	$\boxed{24}$ –	$\boxed{72}$ –	$\boxed{40}$ –	$\boxed{11}$ 16	16
S_2	$\boxed{9}$ 12	$\boxed{18}$ 6	$\boxed{44}$ 1	$\boxed{16}$ 5	$\boxed{90}$ –	24
S_3	$\boxed{24}$ –	$\boxed{13}$ 12	$\boxed{51}$ –	$\boxed{42}$ –	$\boxed{63}$ –	12
S_4	$\boxed{15}$ –	$\boxed{29}$ –	$\boxed{43}$ 9	$\boxed{18}$ –	$\boxed{24}$ 10	19
الطلب	12	18	10	5	26	71 71

تطبيق (2):

لمؤسسة 3 مصانع، إمكانياتها على الترتيب 110، 140، 50 و أربعة نقاط بيع، احتياجاتها على الترتيب 100، 40، 40، 120.

– إذا علمت أن تكاليف وحدية نقل سلعة من المصانع الثلاث إلى نقاط البيع معطاة بالجدول التالي.

– صياغة هذا المشكل في شكل نموذج برمجة خطية.

– بين أن النموذج يقبل حل أمثل.

يرجى استعمال طريقة الزاوية الشمالية الغربية لإيجاد الحل الابتدائي و اختبار المثالية باستعمال طريقة التوزيع المعدلة.

	1	**2**	**3**	**4**
A	5	7	2	4
B	8	6	6	6
C	3	5	9	6

الحل:

$$\sum \text{العرض} = \sum \text{الطلب}$$

$$120 + 40 + 40 + 100 = 50 + 140 + 110$$

$$300 = 300 \text{ (و منه الشرط محقق)}$$

X_{ij}: عدد الوحدات المنقولة من نقاط الإنتاج A, B, C إلى نقاط التوزيع 1، 2، 3، 4.

دالة الهدف:

$$Z_{min} = 5x_{11} + 7x_{12} + 2x_{13} + 4x_{14} + 8x_{21} + 6x_{22} + 6x_{23} + 6x_{24} + 3x_{31} + 5x_{32} + 9x_{33} + 6x_{34}$$

القيود:

$$S/C \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 110 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 140 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 50 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 100 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 120 \end{cases}$$

شرط عدم السلبية:

$$X_{ij} \geq 0$$

$$i = 1,2,3$$

$$j = 1,2,3,4$$

1. **الحل الابتدائي بطريقة الزاوية الشمالية الغربية:**

	1	2	3	4	العرض
A	$\boxed{5}$ 100	$\boxed{7}$ 10	$\boxed{2}$ –	$\boxed{4}$ –	110
B	$\boxed{8}$ –	$\boxed{4}$ 30	$\boxed{6}$ 40	$\boxed{6}$ 70	140
C	$\boxed{3}$ –	$\boxed{5}$ –	$\boxed{9}$ –	$\boxed{6}$ 50	50
الطلب	100	40	40	120	300 300

$$C_0 = (5*100) + (7*10) + (4*30) + (6*40) + (6*70) + (6*50)$$

$$C_0 = 1650$$

2. إيجاد الحل الأمثل بطريقة التوزيع المعدلة:

عدد الخلايا المملوءة: (m+n)–1= (3+4)–1 = 6.

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

- معادلات الخلايا المشغولة:

$$C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$
$$C_{12} = U_1 + V_2 = 7$$
$$C_{22} = U_2 + V_2 = 4$$
$$C_{23} = U_2 + V_3 = 6$$
$$C_{24} = U_2 + V_4 = 6$$
$$C_{34} = U_3 + V_4 = 6$$

$$U_1 = 0, \quad U_2 = -3, \quad U_3 = -3$$

$$V_1 = 5, \quad V_2 = 7, \quad V_3 = 9, \quad V_4 = 9$$

- حساب ت غ م للخلايا الفارغة:

$$\text{ت غ م} = C_{ij} - U_i - V_j$$

$\boxed{\alpha}$

$(A,3)$ ت غ م $= C_{13} - U_1 - V_3$

$$= 2 - 0 - 9 = -7$$

$(A,4)$ ت غ م $= C_{14} - U_1 - V_4$

$$= 4 - 0 - 9 = -5$$

$(B,1)$ ت غ م $= C_{21} - U_2 - V_1$

$$= 8 - (-3) - 5 = 6$$

$(C,1)$ ت غ م $= C_{31} - U_3 - V_1$

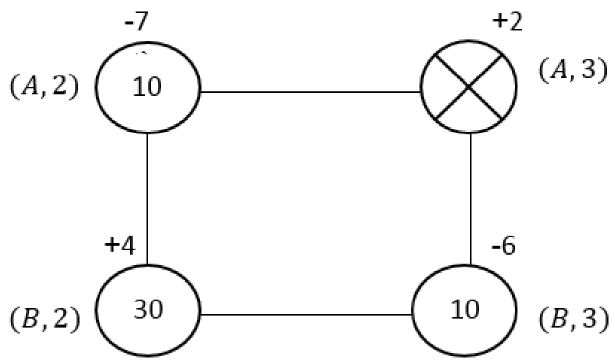
$$= 3 - (-3) - 5 = 1$$

$(C,2)$ ت غ م $= C_{32} - U_3 - V_2$

$$= 5 - (-3) - 7 = 1$$

$(C,3)$ ت غ م $= C_{33} - U_3 - V_3$

$$= 9 - (-3) - 9 = 3$$



$$(A,2): 10 - 10 = 0$$

$$(B,2): 30 + 10 = 40$$

$$(B,3): 40 - 10 = 30$$

$$(A,3): 0 + 10 = 10$$

$$\boxed{\beta}$$

جدول الحل الثاني:

	1	2	3	4	العرض
A	$\boxed{5}$ 100	$\boxed{7}$ $\otimes$	$\boxed{2}$ 10	$\boxed{4}$ –	110
B	$\boxed{8}$ –	$\boxed{4}$ 40	$\boxed{6}$ 30	$\boxed{6}$ 70	140
C	$\boxed{3}$ –	$\boxed{5}$ –	$\boxed{9}$ –	$\boxed{6}$ 50	50
الطلب	100	40	40	120	

$$C_1 = C_0 + (\alpha)(\beta) = 1650 + (-7)(10) = 1580$$

$$C_1 = 1580$$

اختيار أمثلية الحل الثاني:

عدد الخلايا المملوءة: (m+n)-1=6

3. معادلات الخلايا المملوءة:

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

$$(A,1)\ C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$

$$(A,3)\ C_{13} = U_1 + V_3 = 2$$

$$(B,2)\ C_{22} = U_2 + V_2 = 4$$

$$(B,3)\ C_{23} = U_2 + V_3 = 6$$

$$(B,4)\ C_{24} = U_2 + V_4 = 6$$

$$(C,4)\ C_{34} = U_3 + V_4 = 6$$

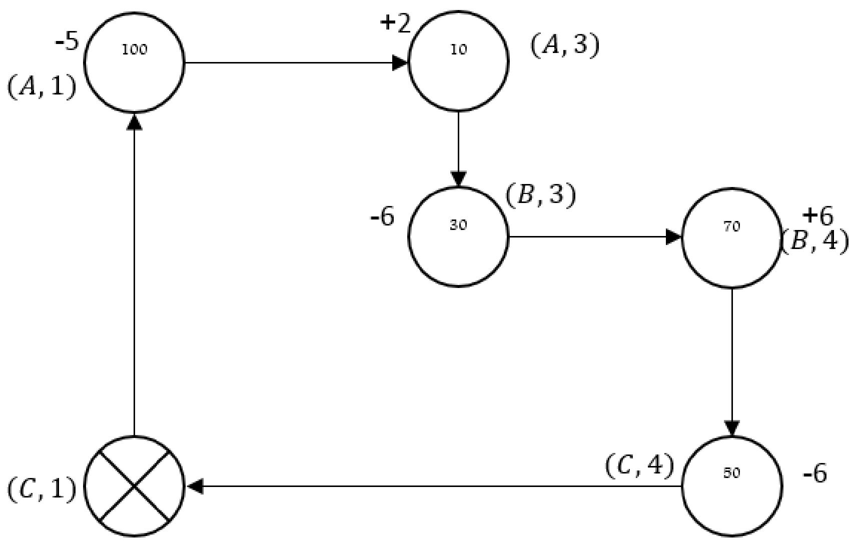
$$U_1 = 0, \quad U_2 = 4, \quad U_3 = 4$$

$$V_1 = 5, \quad V_2 = 0, \quad V_3 = 2, \quad V_4 = 2$$

- حساب ت غ م للخلايا الفارغة:

$$\text{ت غ م} = C_{ij} - U_i - V_j$$

$$(A,2)\ \text{ت غ م} = C_{12} - U_1 - V_2$$
$$= 7 - 0 - 0 = 7$$
$$(A,4)\ \text{ت غ م} = C_{14} - U_1 - V_4$$
$$= 4 - 0 - 2 = 2$$
$$(B,1)\ \text{ت غ م} = C_{21} - U_2 - V_1$$
$$= 8 - 4 - 5 = -1$$
$$(C,1)\ \text{ت غ م} = C_{31} - U_3 - V_1$$
$$= 3 - 4 - 5 = -6$$
$$(C,2)\ \text{ت غ م} = C_{32} - U_3 - V_2$$
$$= 5 - 4 - 0 = 1$$
$$(C,3)\ \text{ت غ م} = C_{33} - U_3 - V_3$$
$$= 9 - 4 - 2 = 3$$



$$(A,1): 100 - 30 = 70$$
$$(A,3): 10 + 30 = 40$$
$$(B,3): 30 - 30 = 0$$
$$(B,4): 70 + 30 = 100$$

$$(C,4): 50 - 30 = 20$$
$$(C,1): 0 + 30 = 30$$

جدول الحل الثالث:

	1	2	3	4	العرض
A	$\boxed{5}$ 70	$\boxed{7}$ –	$\boxed{2}$ 40	$\boxed{4}$ –	110
B	$\boxed{8}$ –	$\boxed{4}$ 40	$\boxed{6}$ ⊗	$\boxed{6}$ 100	140
C	$\boxed{3}$ 30	$\boxed{5}$ –	$\boxed{9}$ –	$\boxed{6}$ 20	50
الطلب	100	40	40	120	300 300

$$C_2 = C_1 + (-6)(30)$$
$$C_2 = 1580 - 180 = 1400$$

اختبار أمثلية الحل الثالث:

عدد الخلايا المملوءة: (m+n)-1=(3+4)-1= 6

- معادلات الخلايا المملوءة:

$$C_{ij} = U_i + V_j$$
$$(A,1)\ C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$
$$(A,3)\ C_{13} = U_1 + V_3 = 2$$
$$(B,2)\ C_{22} = U_2 + V_2 = 4$$
$$(B,4)\ C_{24} = U_2 + V_4 = 6$$
$$(C,1)\ C_{31} = U_3 + V_1 = 3$$
$$(C,4)\ C_{34} = U_3 + V_4 = 6$$

$$U_1 = 0, \quad U_2 = -2, \quad U_3 = -2$$
$$V_1 = 5, \quad V_2 = 6, \quad V_3 = 2, \quad V_4 = 8$$

- حساب ت غ م للخلايا الفارغة:

$$\text{ت غ م} = C_{ij} - U_i - V_j$$

$$(A,2)\ \text{ت غ م} = C_{12} - U_1 - V_2$$

$$= 7 - 0 - 6 = 1$$

$$(A,4)\ \text{ت غ م} = C_{14} - U_1 - V_4$$

$$= 4 - 0 - 8 = -4$$

$$(B,1)\ \text{ت غ م} = C_{21} - U_2 - V_1$$

$$= 8 - (-2) - 5 = 5$$

$$(B,3)\ \text{ت غ م} = C_{23} - U_2 - V_3$$

$$= 6 - (-2) - 2 = 6$$

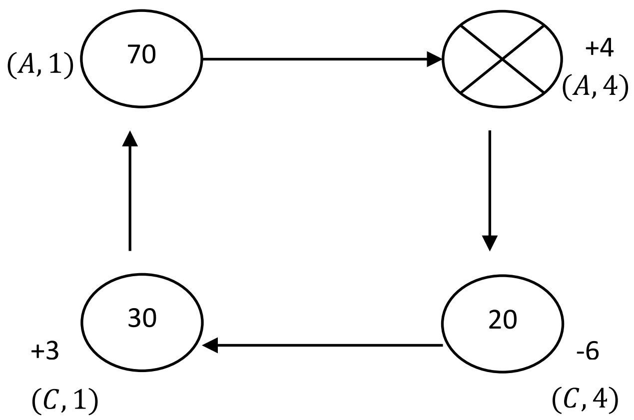
$$(C,2)\ \text{ت غ م} = C_{32} - U_3 - V_2$$

-5

$$= 5 - (-2) - 6 = 1$$

$$(C,3)\ \text{ت غ م} = C_{33} - U_3 - V_3$$

$$= 9 - (-2) - 2 = 9$$



$$(A,1): 70 - 20 = 50$$

$$(C,1): 30 + 20 = 50$$

$$(C,4): 20 - 20 = 0$$

$$(A,4): 0 + 20 = 20$$

جدول الحل الرابع:

	1	2	3	4	العرض
A	$\boxed{5}$ 50	$\boxed{7}$ –	$\boxed{2}$ 40	$\boxed{4}$ 20	110
B	$\boxed{8}$ –	$\boxed{4}$ 40	$\boxed{6}$ –	$\boxed{6}$ 100	140
C	$\boxed{3}$ 50	$\boxed{5}$ –	$\boxed{9}$ –	$\boxed{6}$ $\otimes$	50
الطلب	100	40	40	120	300 300

$$C_3 = C_2 - (-4)(20)$$

$$C_3 = 1400 - 80$$

$$C_3 = 1320$$

اختيار أمثلية الحل الرابع:

عدد الخلايا المملوءة: (m+n)-1=(3+4)-1= 6

- معادلات الخلايا المملوءة:

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

$$(A,1)\ C_{11} = U_1 + V_1 = 5$$

$$(A,3)\ C_{13} = U_1 + V_3 = 2$$

$$(A,4)\ C_{14} = U_1 + V_4 = 4$$

$$(B,2)\ C_{22} = U_2 + V_2 = 4$$

$$(B,4)\ C_{24} = U_2 + V_4 = 6$$

$$(C,1)\ C_{31} = U_3 + V_1 = 3$$

$$U_1 = 0, \quad U_2 = 2, \quad U_3 = -2$$

$$V_1 = 5, \quad V_2 = 2, \quad V_3 = 4, \quad V_4 = 2$$

- حساب ت غ م للخلايا الفارغة:

$$\text{ت غ م} = C_{ij} - U_i - V_j$$

$$(A,2)\ \text{ت غ م} = C_{12} - U_1 - V_2$$
$$= 7 - 0 - 2 = 5$$

$$(B,1)\ \text{ت غ م} = C_{21} - U_2 - V_1$$
$$= 8 - 2 - 5 = 1$$

$$(B,3)\ \text{ت غ م} = C_{23} - U_2 - V_3$$
$$= 6 - 2 - 2 = 2$$

$$(C,2)\ \text{ت غ م} = C_{32} - U_3 - V_2$$
$$= 5 - (-2) - 2 = 5$$

$$(C,3)\ \text{ت غ م} = C_{33} - U_3 - V_3$$
$$= 9 - (-2) - 2 = 9$$

$$(C,4)\ \text{ت غ م} = C_{34} - U_3 - V_{44}$$
$$= 6 - (-2) - 2 = 6$$

و منه: $C_3 = C^* = 1320$

تطبيق(3) : تملك إحدى المؤسسات 6 مراكز توزيع و ثلاث مستويات تخزين. إذا كانت كمية المنتجات المخزنة في المستودعات، حاجات مراكز التوزيع وتكلفة النقل الوحدية من المستودعات إلى المراكز معطاة في الجدول التالي:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	العرض
S_1	10	9	8	11	9	12	240
S_2	3	4	10	10	7	6	340
S_3	4	7	9	10	11	12	460
الطلب	200	340	140	200	100	120	

المطلوب:

1- إيجاد الحل الابتدائي لمسألة النقل باستعمال طريقة أقل تكلفة.

2- ايجاد الحل الأمثل لمشكلة النقل.

تطبيق (4):

تواجه إحدى المؤسسات مشكلة تخصيص عمال لإنجاز وظائف معينة بأقصى كفاءة ممكنة، و قد تم تقييم مدى كفاءة كل عامل في أدائه للوظائف، و لخصت النتائج في الجدول التالي:

	وظيفة A	وظيفة B	وظيفة C	وظيفة D	وظيفة E
عامل 1	0	3	2	0	2
عامل 2	2	3	0	1	1
عامل 3	1	1	2	3	1
عامل 4	0	3	2	2	1
عامل 5	1	2	3	0	0

يشير (0) إلى أن العامل ليس له قدرة على أداء الوظيفة، أما الأرقام (1)، (2)، (3) تشير إلى مستويات الكفاءة: أقل كفاءة، متوسط، والأكثر كفاءة على الترتيب.

أوجد حلا لمشكلة تخصيص العمال لأداء الوظائف باستخدام الطريقة المجرية (الهنغارية).

الفهرس:

المصادر والمراجع:

1. د. إبراهيم نائب ، د. إنعام باقية ،" **بحوث العمليات – خوارزميات و برامج حاسوبية**" ، دار وائل للطباعة و النشر و التوزيع ، عمان الأردن ، 1999.
2. د. أحمد اسماعيل الصفار، د. ماجدة عبد اللطيف مُحَّد، "**الأساليب الكمية في الإدارة**" 1999.
3. د. المحمد صبحي مشرقي، حسن باقية، انعام نائب ابراهيم "**بحوث العمليات**" جامعة حلب 2008.
4. د. رشيق رفيق مرعي ، د. فتحي خليل حمدان ، "**مقدمة في بحوث العمليات** "، دار وائل للنشر، عمان الأردن ، الطبعة الرابعة، 2004.
5. د. رفيق قساسم أحمد "**المدخل إلى بحوث العمليات**" مديرية الكتب و المطبوعات، جامعة حلب 1992.
6. د. زياد عبد الكريم القاضي ، "**مقدمة في بحوث العمليات** "، دار المسيرة للطباعة و النشر 2011.
7. د. صبحي مُحَّد قاسم ، "**مقدمة في بحوث العمليات**" ، الطبعة1 ، عمان ، 1996.
8. د. علي حسن و آخرون "**بحوث العمليات و تطبيقاتها في الوظائف المنشأة**" دار زهران ، عمان 1999.
9. د. علي عبد السلام المغزاوي،" **بحوث العمليات في مجال الإنتاج و التخزين و النقل**" ، بيروت دار المعارف الحديثة، 1987.
10. د. فؤاد الشيخ سالم، و فالح مُحَّد حسن "**بحوث العمليات : نظرية و تطبيق**" عمان : دار مجدلاوي للنشر و التوزيع 1983 .
11. د. مُحَّد الطروانة، د. سليمان عبيدات ،" **مقدمة في بحوث العمليات أساليب و تطبيقات**" دائرة المكتبات و الوثائق الوطنية، الطبعة الأولى، 1989.
12. د. مُحَّد سالم الصفدي ،" **بحوث العمليات تطبيق و خوارزميات**" ، دار وائل للنشر و التوزيع عمان الأردن ، الطبعة الأولى، 1999.
13. د. محمود مُحَّد و عبد الجليل آدم المنصوري "**الأساليب الكمية لاتخاذ القرارات الإدارية**" بنغازي مطابع الثورة للطباعة و النشر 1989.
14. د. مصطفى أبو بكر، د. مصطفى مظهر "**بحوث العمليات و فعالية اتخاذ القرارات** "، مكتبة عين شمس ، القاهرة، 1997.
15. ريتشارد برونسون "**بحوث العمليات**" سلسلة ملخصات شوم، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، الطبعة الثالثة 2011.
16. هاشم حمدي رضا "**إدارة الإنتاج و العمليات**"، دار الراية للنشر و التوزيع، الطبعة الأولى عمان 2011.
17. أحمد طرطار "**الترشيد الاقتصادي للطاقات الإنتاجية**"، الديوان الوطني للمطبوعات الجامعية، الجزائر 2001.
18. نبيل المرسي "**إستراتيجيات الإنتاج و العمليات**"، الدار الجامعية الإسكندرية 2002.
19. عبد الرزاق عزوز "**الكامل في الإحصاء**"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2010.
20. سليمان مُحَّد مرجان "**بحوث العمليات**" دار الكتب الوطنية بنغازي ليبيا 2002.

21. Budnick Frank S., McLeavey D., Mojena R. **‘Principles of Operations Research for Management (Irwin series in quantitative analysis for business’** Richard D. Irwin, 1991.

22. Chandan J. and ohers, **"Essentials of Linear Programming"**, Vikas Publishing house pvtlid, new delthi, 1994.

23. Lapin L**, "Quantitative Methods for Business Decisions**", Harcourt Brace jovanovich, INC, New York.

24. Mc Millan C, ‘**Mathematical Programming’**, John Wiley and Sons, Inc, 1974.

25. R. Panneerselvam **‘Operations Research’**, Prentice-Hall of India Private Limited 2004.

26. Hamdy A. Taha **"Operations research: an introduction "** Macmillan Publishing Co, Inc, Now York, 4th edi. 1987.

27. Yves Nobert, Roch Ouellet, Régis Parent "**La recherche opérationnelle**" Gaëtan Morin édition, 3 édi 2001.

28. Lapin L, **Quantitative Methods for Business Decisions**, Harcourt Brace jovanovich, INC, ne

1