الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة جيلالي ليابس ـ سيدي بلعباس

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة محاضرات في مقياس:

الاقتصاد الجزئي 1

مع مجموعة من التمارين المحلولة

موجهة لطلبة السنة الأولى ليسانس ل.م.د – جذع مشترك

من إعداد:

الدكتور دحماني محمد ادريوش

أستاذ محاضر " أ "

السنة الجامعية: 2019/2018

بسم الله الرحمن الرحيم

بعد سنوات من تدريسي لمقياس الاقتصاد الجزئي تكونت لدي القناعة بضرورة وجود مطبوعة جامعية لهذا المقرر، لمساعدة أبناءنا الطلبة على فهم واستيعاب النظرية الاقتصادية الجزئية بأسلوب بسيط وشامل.

أقدم بين دفتي هذه المطبوعة وجبة دسمة من المحاضرات والتطبيقات أتناول فيها الجزء الأول من مقرر الاقتصاد الجزئي، وهو موجه لطلبة السنة الأولى جدع مشترك بكلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير.

أملي أن يجد الطالب والباحث في هذه المطبوعة المتواضعة في جزءها الأول ما يفيده في مشواره الدراسي، حتى أكون قد وفقت فيما قصدت من هذا الإنجاز.

في الختام أشكر كل من ساهم في تقييم هذا العمل وفي تقديم بعض النصائح والتوجيهات والإرشادات والتعقيبات لإظهار هذا المؤلف في شكله النهائي.

د. دحماني محمد ادريوش

– اسم المقرّر: الاقتصاد الجزئي 1 –

الدكتور دحماني محمد ادريوش – أستاذ محاضر " أ " – قسم العلوم الاقتصادية

جامعة جيلالي ليابس، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير ، ص ب 89 سيدي بلعباس 22000.

– ✉ **البريد الإلكتروني:** mohammed.dahmani@univ-sba.dz

mohammeddriouche.dahmani@gmail.com

– **الموقع الشخصي على شبكة النيت:** https://sites.google.com/site/dah9moh

- الفهرس -

	الموضوع	الصفحة
الفصل الأول	**علم الاقتصاد، الندرة والاختيار**	01
-1	مقدمة عامة:.....	02
-2	الموارد الاقتصادية:.....	03
-3	تعريف علم الاقتصاد:.....	05
-4	التحليل الاقتصادي الجزئي:.....	06
-1-4	الاقتصاد الكلي:	06
-2-4	الاقتصاد الجزئي:	07
الفصل الثاني	**نظرية تحليل سلوك المستهلك**.....	10
	مقدمة:.....	11
1	نظرية المنفعة المقاسة:.....	12
-1-1	تعريف سلوك المستهلك:.....	12
-2-1	المنفعة الكلية:.....	13
-3-1	المنفعة الحدية:.....	14
-4-1	قانون تناقص المنفعة الحدية:.....	16
-5-1	المستهلك العقلاني:.....	16
-2	نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء):.....	16
-1-2	منحى السواء:.....	17
-2-2	خصائص منحنيات السواء:.....	18
-3-2	المعدّل الحدي للإحلال أو الاستبدال:.....	19
-4-2	القيد الميزاني للمستهلك:.....	23
-1-4-2	انتقال خط الميزانية بتغير الدخل:.....	25
-2-4-2	انتقال خط الميزانية في حالة تغير السعر:.....	25
-3-4-2	طرق حل مشكلة المستهلك:.....	26
•	الحل الجبري:.....	26

•	طريقة الإحلال (التعويض):.....	26
•	طريقة مضاعف لاغرانج (Lagrange):.....	27
•	الحل البياني:.....	29
-5-2	تغيير محيط المستهلك:.....	31
-1-5-2	تغير دخل المستهلك:.....	32
-2-5-2	تغير السعر:.....	32
-6-2	أثر الدخل و أثر الإحلال:.....	33
-1-6-2	أثر الدخل الحقيقي:.....	33
-3	مجموعة مختارة من الأسئلة النظرية والتمارين المحلولة والمقترحة:.....	36
-1-3	الأسئلة النظرية:.....	36
-2-3	التمارين المحلولة:.....	38
-3-3	التمارين المقترحة للحل:.....	59
الثالث	**دوال الطلب والمرونـــــــــات**	62
	مقدمة:.....	63
1	تحليل دوال الطلب:.....	64
-1-1	تعريف السعر:.....	64
-2-1	تعريف الطلب:.....	64
-3-1	الكمية المطلوبة من السلعة وعلاقتها بالعوامل الأخرى:.....	65
-4-1	ميل ومنحنى دالة الطلب:.....	66
-5-1	حالات خاصة لدالة الطلب (بعض الاستثناءات):.....	67
2	المرونات:.....	68
-1-2	تعريف المرونة:.....	68
-2-2	مرونة الطلب السعرية (المباشرة):.....	68
1-2-2	درجات مرونة الطلب المباشرة:.....	70
أ-	الطلب عديم المرونة:.....	70
ب-	الطلب مرن نسبيا :.....	70
ت-	الطلب متكافئ المرونة:.....	71
ث-	الطلب مرن:.....	71

ج-	الطلب لانهائي المرونة:.....	72
2-2-2-	مرونة النقطة:.....	73
3-2-2-	مرونة القوس:.....	74
4-2-2-	العوامل المؤثرة على مرونة الطلب السعرية:.....	77
3-2-	مرونة الطلب التقاطعية (غير المباشرة):.....	79
4-2-	مرونة الطلب الدخلية:.....	82
1-4-2-	أنواع السلع بالنسبة لمرونة الطلب الدخلية:.....	82
3-	مجموعة من التمارين المحلولة:.....	84
4-	مجموعة من الأسئلة المقترحة:.....	94
الرابع	**نظرية سلوك المنتج**	**96**
1-	مقدمة:.....	97
2-	دالة الانتاج:	97
3-	دالة الإنتاج، المدى الطويل و القصير:.....	99
4-	الناتج الكلي PT، الناتج المتوسط PM، و الناتج الحدي Pmg:.....	101
1-4	الناتج الكلي:.....	101
2-4	الانتاجية المتوسطة:.....	101
3-4	الإنتاجية الحدية:.....	101
5-	أمثلة عن دوال الإنتاج وفق الدوال المستمرة و الغير مستمرة:.....	102
6-	قانون تناقص غلة الحجم:.....	105
7-	أمثلة و تمارين مقترحة:.....	105
8-	دالة الإنتاج في الأمد الطويل:.....	105
1-8-	منحنيات الناتج المتساوي (الكميات المتساوية):.....	106
2-8-	المعدل الحدي للاحلال التقني TMS_t:.....	107
3-8-	خط التكاليف المتساوية:.....	110
4-8-	توازن المنتج:.....	112
5-8-	التفسير الرياضي لهذه النتيجة:.....	114
6-8-	مسار توسع المؤسسة:.....	115
9-	دوال الإنتاج من نوع Cobb Douglas:.....	116

-10	تمارين محلولة:.....	117
-11	تمارين مقترحة للحل:.....	123

ـ قائمة الجداول ـ

قائـــمة الجـــداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	الصفحة
01	تغير المنفعة الكلية عندما تزداد عدد الوحدات المستخدمة من السلعة Q.....	13
02	تغير كل من UT و Um.....	15
03	التراكيب المختلفة لأثر الدخل والإحلال.....	35
04	الفرق بين مرونة الطلب وميل منحى الطلب.....	70
05	درجات مرونة الطلب المباشرة.....	72
06	مرونة الطلب السعرية.....	76
07	الفرق بين مرونة النقطة ومرونة القوس.....	77

ـ قائمة الأشكال ـ

قـــائـــمة الأشـــكـــال

رقم الشكل	عـــنـــوان الـــشكـــل	الصفحة
01	مخطط يقدم شرح تفصيلي لأهم المدارس الفكرية الاقتصادية وتطوراتها عبر الزمن.....	08
02	منحنى المنفعة الكلية.....	14
03	منحنى المنفعة الحدية.....	15
04	منحنى السواء.....	17
05	خريطة منحنيات السواء.....	18
06	خصائص منحنيات السواء.....	19
07	خط الميزانية.....	23
08	انتقال خط الميزانية عند تغير الدخل.....	23
09	انتقال خط الميزانية عند تغير السعر.....	24
10	منحنى استهلاك الدخل:.....	32
11	منحنى انجل Engel.....	32
12	منحنى استهلاك السعر ومنحى الطلب.....	33
13	أثر الدخل وأثر الإحلال.....	34
14	مرونات الطلب المباشرة.....	56
15	مرونة الطلب التقاطعية.....	80
16	مرونة الطلب الدخلية.....	83
17	الأشكال التي يمكن أن تأخذها دالة الإنتاج.....	98
18	مراحل دالة الإنتاج.....	100
19	منحنى الناتج الكلي، المتوسط و الحدي.....	103

20	منحنى الناتج المتساوي.....	106
21	خريطة منحنيات الناتج المتساوي (خريطة سواء المنتج).....	107
22	طريقة حساب المعدل الحدي للاحلال التقني TMS_t:.....	108
23	خط التكاليف المتساوي.....	111
24	تغير أحد عوامل الانتاج.....	112
25	توازن المنتج.....	113
26	المسار الأمثل للتوسع.....	115

ـ الفصل الأول ـ

علم الاقتصاد، الندرة والاختيار

الفصل الأول: علم الاقتصاد، الندرة والاختيار

1- مقدمة عامة:

إن حاجات الأفراد والأشخاص كثيرة ومتعددة ويتعذر تحقيقها كلها. فهل بإمكان أي فرد جمع وتحصيل كل السلع والخدمات المختلفة التي يأمل في الحصول عليها؟ مثلا شخص يرغب في اقتناء أربع سلع مختلفة ومتنوعة، قد تكون سلع مادية أو خدمات. نفترض أن هذه السلع و الخدمات تتمثل في الحصول على محل تجاري، قطعة أرض، جولة سياحية،... وبالرغم من أن هذه الطلبات واضحة ومحددة إلا أنه قد يقع في مشكل تعدد رغباته و اختياراته حول هذه السلع والخدمات. فالمحل التجاري وقطعة الأرض قد تجعل الفرد أمام العديد من الخيارات كموقعهما الجغرافي ومساحتهما وقربهما من شبكة المياه والغاز والكهرباء وكذا نوع النشاط التجاري والزراعي، نفس الشيء بالنسبة للخدمات، فالجولة السياحية تجعله أمام عدد من الاختيارات كوجهة المكان، اختيار وسيلة النقل وثمن التذكرة، والتسهيلات المتاحة له ونوعية الخدمات المقدمة. ومنه نصل إلى نتيجة مفادها أن رغبات الفرد اليومية غير محدودة ومتعددة. لكن من الذي يجعل الأفراد غير قادرين على تحقيق كل هذه الرغبات؟

فحاجات الفرد ورغباته تتميز بمجموعة من الخصائص أهمها التعدد فهي غير محدودة العدد وتتميز أيضا بالتنافس حيث تتنافس الرغبات فيما بينها حول الموارد المحدودة وذات الاستعمالات البديلة. تتميز أيضا بالتكرار حيث تميل معظم الرغبات التي نشعر بها ونسعى إلى إشباعها وتعظيمها إلى التكرار كالسفر والحصول على السلع الكمالية. التجدد يميز أيضا هذه الرغبات عبر الزمن كالتجديد الدوري لأجهزة الحاسوب والهواتف الذكية،... وتتغير مع تطور نمو الفرد وتطور وتعدد رغباته وميوله، وأيضا بالنسبة للمحيط الذي يعيش فيه.

كما تتميز رغبات الانسان بالتكامل فهناك رغبات تتحقق مع بعضها البعض ولها القابلية للإشباع وتتميز بالنسبية فهذه الرغبات تختلف من شخص لآخر ومن منطقة لأخرى ومن زمان لآخر.

2- الموارد الاقتصادية:

تعرف الموارد الطبيعية فنيا بالمدخلات (Inputs)، أو تعرف أيضا بعوامل الإنتاج. إن إنتاج أي سلعة أو خدمة يتطلب وجود مجموعة من العوامل تسمى أيضا بعناصر الإنتاج (Factors of Production) وهذه العناصر هي:

- **العمل (Labor)**: يعبر عنصر العمل عن أفراد المجتمع من القادرين والراغبين في العمل (في سن العمل) وتتضمن. فهي تتمثل في العمالة المستخدمة الداخلة في عملية الإنتاج، ويحصل عنصر العمل على أجر (Wage) نظير مساهمته في العملية الإنتاجية. و يختلف عنصر العمل من حيث التدريب والمهارات والتأهيل و التكوين، فهناك فئة تعتمد على مهارات أقل كعمال الأشغال العمومية و هناك عمالة تتميز بالتأهيل والتكوين العالي مثل المهندسين والأطباء،...

- **الأرض (Land)**: وتتمثل في جميع الموارد الطبيعية، سواء تواجدت على سطح الأرض أو في باطنها وتتضمن الموارد الطبيعية الموجودة كالأنهار والغابات والمعادن والمياه والأحجار والأراضي المستخدمة في الزراعة والصناعة والسكن أي كل ما ينتمي إلى باطن الأرض أو ما عليها من موارد طبيعية. ويحصل عنصر الأرض (مالك الأرض مثلا) على ريع (Rent) نظير مساهمته في العملية الإنتاجية.

- **رأس المال (Capital)**: أو السلع الاستثمارية (Investment Goods) وهي معدات وآلات من صنع الانسان، وتشمل جميع الآلات والمعدات المستخدمة في العملية الإنتاجية وأدوات التخزين وتشمل أيضا الأبنية المنشآت من الطرقات وغيرها. لكن يجب أن نحدد مفهوم رأس المال (بمفهومه الاقتصادي) فهو يختلف عن المفهوم المحاسبي أو التمويلي. فرأس المال بمفهومة الاقتصادي لا يشمل أي مبالغ نقدية. ومنه يمكن أن نميز بين مفهوم رأس المال الحقيقي الذي يعتبر موردا اقتصاديا يدخل مباشرة في العملية الإنتاجية. بينما المبالغ والسيولة النقدية هي موارد مالية غير حقيقية. ويحصل عنصر رأس المال على عائد (Return) مقابل مساهمته في العملية الإنتاجية.

- **التنظيم أوالمنظم (Entrepreneurship)**: زاد الاهتمام بالقدرات التنظيمية في العملية الإنتاجية بعد الثورة الصناعية، فأصبح المنظم عنصر منفصل عن عنصر العمل فهو الذي يقود المبادرة ويقوم بعملية تنظيم عمل عناصر الإنتاج وذلك باستخدام المهارات الفنية والإدارية المتوفرة في سبيل إنتاج السلعة أو الخدمة. وهو الذي يدخل الابداع والابتكار وطرق حديثة في العملية الانتاجية والتي تشمل كل القطاعات بما فيها الخدماتية. ويحصل المنظم على جزء أو نسبة من الأرباح (Share) لمساهمته في إدارة وتنظيم العملية الإنتاجية.

عدم توافر عناصر الإنتاج بالشكل الكافي أصبح ميزة الاقتصاديات الحالية بحيث أن ندرتها أصبحت عائقا لإنتاج السلع والخدمات التي يطلبها ويرغب في الحصول عليها الأفراد.

إن عناصر الإنتاج، أو الموارد (Resources) متوفرة ولكن بكميات قليلة ونادرة (Scarce) لو قمنا بمقارنتها مع الكم الهائل بحجم وعدد الرغبات والحاجات الفردية غير المحدودة. ومنه فإن المشكلة الاقتصادية أساسها مشكلة الندرة وهي التي تدفعنا إلى القيام بعملية الاختيار من بين البدائل المتاحة والمختلفة (Choice Between Alternatives).

حين لا نستطيع تحقيق جميع رغباتنا وحاجاتنا المتعددة وغير المحدودة، فإننا قد نضطر إلى البحث عن خيارات مختلفة وممكن أيضا اللجوء إلى اختيار البدائل أخرى. فمثلا قد نضطر إلى كراء شقة بدلا من شراءها وممكن شراء سيارة بدلا من استعمال وسائل النقل المتعددة. ومنه فإن عملية اختيار سلعة أو خدمة معينة تجعلنا نضطر للقيام بالتضحية والتي تتمثل في عدم اقتناء سلع أو خدمات أخرى. وتسمى هذه التضحية بـ"تكلفة الفرصة البديلة" (Opportunity Cost) وتعني تكلفة القيام باختيار معين.

فالطبيبة التي قررت مواصلة دراستها الجامعية وإكمال مشوارها التعليمي والتكويني في دراسة التخصص لديها تكلفة فرصة بديلة تتمثل في الاختيارات الأخرى التي لم تقم بها، كعدم حصولها على منصب ذات مردود مادي في مستوصف أو مستشفى أو فتح عيادة خاصة. في حين أن الطالبة التي أنهمت مرحلتها الأولى (طبيبة عامة) والتي قررت عدم مواصلة دراستها الجامعية كانت تكلفة الفرصة البديلة بالنسبة إليها هو عدم حصولها على وظيفة مرموقة مثلا طبيبة مقيمة أو متخصصة.

إن الحاجات والرغبات غير المحدودة والغير منتهية والتي تقابلها الموارد الاقتصادية التي تتميز بالندرة (مشكلة الندرة) تعكس ما يسمى بـ"المشكلة الاقتصادية" (Economic Problem). فالمشكلة الاقتصادية هي حجر الأساس الذي يقوم عليه علم الاقتصاد الحديث.

إن علم الاقتصاد الحديث يقوم بدراسة وتحليل المشكلة الاقتصادية من خلال استخدام النظريات المختلفة والمتشعبة والأسس الاقتصادية المتعددة والمختلفة لإشباع (Satisfaction) أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات الإنسانية باستخدام الموارد الاقتصادية المتاحة والتي يتميز بالندرة والقلة.

إن المشكلة الاقتصادية جعلت الهدف من دراسة علم الاقتصاد هو السعي والعمل على التنسيق بين تحقيق أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات غير المحدودة وذلك باستخدام أقل كمية ممكنة من الموارد الاقتصادية النادرة والقليلة وغير المتاحة بكميات كبيرة.

كل هذا يدفعنا إلى تحديد الأولويات عن طريق الإجابة على الأسئلة الاقتصادية التالية:

- **ماذا ننتج؟** ما هي السلع يتطلب إنتاجها خاصة وأن مشكلة الندرة هي الحاجر أمام هذه العملية؟ فلا يمكن أن ننتج جميع السلع والخدمات التي يرغب جميع الأفراد في الحصول عليها. وبالتالي، فإننا قد نواجه مشكلة الاختيار، والتضحية، وممكن أيضا تكلفة الفرصة البديلة.
- **كيف ننتج؟** ما هي الطريقة الأمثل التي من خلالها نستطيع إنتاج أكبر كمية من السلع والخدمات وبأقل تكلفة ممكنة، وذلك من خلال المحافظة على استدامة الموارد النادرة خلال عملية الإنتاج.

➢ **لمن ننتج؟** كيف يمكن أن نلبي رغبات الأفراد من خلال تحقيق إشباعهم بأكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات غير المحدودة؟

3- تعريف علم الاقتصاد:

يتحدث كل علم بموضوعه (أي بالظواهر التي يدرسها وبمنهجه) وتحديد معالم هذا الموضوع وهذا المنهج، إنما يتحقق تاريخيا من خلال عملية ذات بعد زمني يتكون في إنشاء العلم محلّ الاهتمام، فيتبلور موضوعه وترسم مناهجه ويأخذ محتواه شكل الصيغة العلمية. والواقع كما يعبّر عنه محمد دويدار .M » « DOWIDAR، أن أي فرع من فروع المعرفة لا يكتسب الصبغة العلمية لا بما نريده له ولا بما يوضع في نهاية الاصطلاح المعبّر عنه، وإنما يكتسب هذه الصبغة بعلمية المنهج الذي يستخدم في استخلاص المعرفة المتعلقة بالظواهر محل اهتمام.

فما هو موضوع ومنهج علم الاقتصاد؟

يعتبر علم الاقتصاد بالمقارنة بالعلوم الأخرى علما حديثا، وبدأ يتطور كعلم مستقلّ عن العلوم الاجتماعية الأخرى إلا مع بداية تكوين النظام الرأسمالي في القرن 17. وقد ارتبط تطور هذا العلم أولا بظهور الثورة البرجوازية في أوروبا، وثانيا نتيجة التغيرات الجدرية التي أحدثتها الثورة الصناعية في عملية الإنتاج والتوزيع والاستهلاك.

يعد الأستاذ روبنس ROBINSE من أهم الاقتصاديين الذين عرفوا الاقتصاد بأنه علم الاختيار أو الندرة النسبية، وعلى حدّ تعبير روبنس، الاقتصاد هو ذلك العلم الذي يدرس السلوك الإنساني كعلاقة بين

أهداف وبين وسائل نادرة ذات الاستعمالات البديلة. ومن الملاحظ أن أغلبية الكتاب المعاصرون يأخذون بتعاريف مماثلة، فهناك من يراه أنه علم تدبير الأشياء النادرة. فهو إدارة الأشياء إدارة حسنة.

مجال علم الاقتصاد واسع جدّا، فهو مرتبط بشبكة مفاهيم اجتماعية ونفسية وسياسية وفلسفية (مثل الندرة Scarcity، والوفرة Abundance). إلا أنه يتعلق خصوصا بوجود الإنسان الاجتماعي الاقتصادي، ويكون كل مجتمع مجدّدا لإنتاجه، من خلاله لإنتاج السلع والخدمات وتوزيعها واستهلاكها، واستعماله آلات وأدوات ومواد، تحدّد مهمات الأفراد المتنوعة (تقسيم العمل الاجتماعي). عليه، يكون موضوع كل اقتصاد تحديد الأحكام أو القوانين العامة لاستعمال الموارد البشرية والطبيعية المتوفرة، ولتجديد إنتاجها واضطرادها.

يقوم علم الاقتصاد على منظومة مفاهيم أساسية:

– الإنتاج: Production؛ – الرأسمال: Capital؛ – العمل: Labour؛ – الأرض: Land؛ – التبادل: Exchange؛ – التوزيع: Distribution؛ – الدخل: Income؛ – الريع: Rent؛ – الضريبة: Tax؛ – السوق: Market...الخ.

4- التحليل الاقتصاد الجزئي:

المقياس الذي سنعمل على تدريسه للطلبة السنة الأولى في كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير يسميه البعض مقرر الاقتصاد الجزئي والبعض الآخر يسيمه الاقتصاد الوحدوي ويعني اقتصاد الوحدة الواحدة. هذه الوحدة سواء كانت هي التي تنتج أو تستهلك السلعة أو تعرضها وتقدم للطلب عليها.

قد يخيل لنا أن هناك اختلاف أو تباين بين التحليل الاقتصادي الجزئي والتحليل الاقتصادي الكلي غير أن الأمر أكبر وأصعب من أن نستنتجه من التطرق لهتين الكلمتين أو تقديم تعاريف لهما. بين هذين النوعين من التحليل يوجد نوع آخر يسمى بالتحليل الاقتصادي الوسطي (Mesoeconomics).

سنقدم تعاريف شاملة ومفصلة عن أدوات التحليل الاقتصادي على النحو التالي:

4-1- الاقتصاد الكلي (Macroeconomics):

الاقتصاد الكلي فرع من فروع نظرية التحليل الاقتصادي يهتم موضوعه ببحث أهم القضايا الاقتصادية والاجتماعية الكبرى أي دراسة المجمعات الاقتصادية على مستوى كلي في الاقتصاد الوطني. فهو يحاول تفسير

ميكانزمات ديناميكية النشاط الاقتصاد وتحليل بعض الظواهر الاقتصادية. فهو يهتم بدراسة وتحليل الناتج الكلي، الاستهلاك الكلي، النمو الاقتصادي، البطالة، التضخم، الإنفاق الكلي، الإيرادات الكلية،...

يقوم الاقتصاديون بتطبيق النظريات والأسس الاقتصادية على مستويين مختلفين حيث يقوم الاقتصاد الكلي بالتركيز على دراسة اقتصاد دولة ما ككل أو دراسة القطاعات المختلفة المكونة للاقتصاد كدراسة قطاع المستهلكين (Household Sector) والذي يتضمن المستهلكين ككل أو دراسة القطاع الحكومي (Government Sector) أو قطاع المنتجين (Business Sector) أو القطاع الخارجي والذي يتضمن صادرات وواردات السلع والخدمات (Exports and Imports). وكما ذكرنا ستبقا يركز التحليل الكلي على ظواهر اقتصادية كلية كالمستوى العام للأسعار، مستويات الاستثمار وما شابه ذلك.

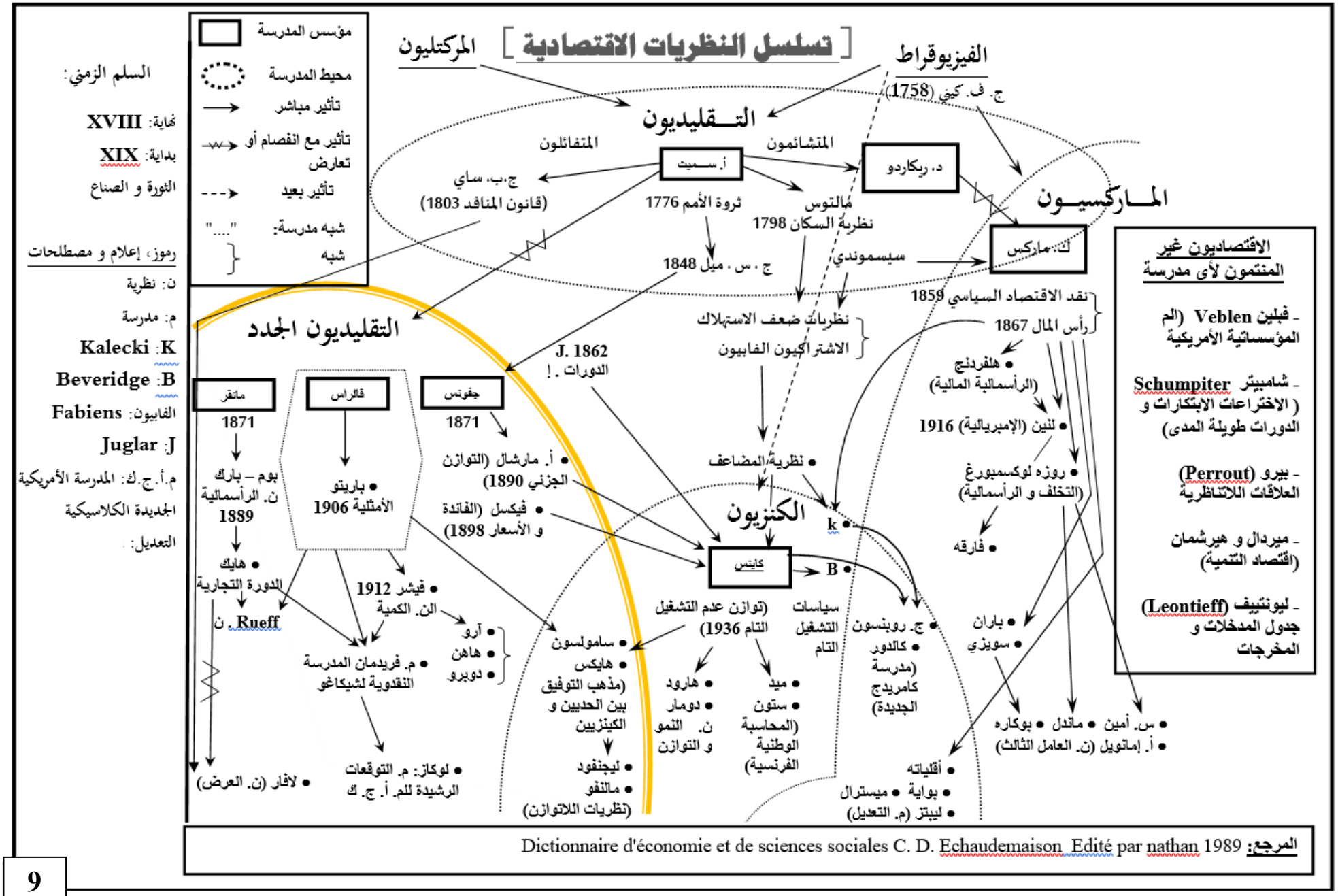
4-2- الاقتصاد الجزئي (Microeconomics):

ظهر التحليل الاقتصادي الجزئي بفضل المساهامات القيمة التي أتت بها المدرسة النيوكلاسيكية والتي تعرف أيضا بالمدرسة الحدية في عدد من الدول الأوروبية (بداية القرن التايع عشر XIX). وقد استعانت بإدخال الأدوات الرياضية والعلوم الكمية في هذا النوع من التحليل. من أهم هذه المدارس نشأت المدرسة الحدية من خلال مجموعة من الأعمال لعدد معتبر من الاقتصاديين ومن مدارس فكرية مختلفة، وقد ظهرت أعمالهم في فترات متقاربة تمتد عبر العقود الثلاثة الأخيرة من القرن التاسع عشر والعقد الأول من القرن العشرين. وينقسم التحليل النيوكلاسيكي إلى عدد من المدارس المختلفة، أهمها المدرسة النمساوية (The Austrian School) التي أسسها كارل منجر (Carl Menger, 1840 – 1921) وبوم بافرك (Böhm-Bawerk, 1851–1914) وفون فيزر (Friedrich von Wieser (1851–1926).

والمدرسة السويسرية التي أسسها ليون والراس Léon Walras (والراس من خلال أهم كتاب عناصر الاقتصاد السياسي الخالص، لوزان، 1874).، والمدرسة الإنجليزية التي أسسها جيفونز (William Stanley Jevons 1835 – 1882) وألفريد مارشال (Alfred Marshall 1842 – 1924)، الذي يعتبر من أكثر الاقتصاديين تأثيرا في المدرسة النيوكلاسيكية. اشتهر بكتابه "مبادئ الاقتصاد" (1890) حيث كان الكتاب المهيمن لتدريس الاقتصاد لفترة طويلة في إنجلترا، وقد شرح من خلاله الأفكار الرئيسة للتحليل الاقتصادي الجزئي مثل العرض والطلب، المنفعة الحدية، كلفة الإنتاج. ويعتبر ألفرد من أهم مؤسسي علم الاقتصاد الحديث. وللأخيرة أتباع أمريكان من أمثال جون بيتس كلارك.

الاقتصاد الجزئي يقوم بدراسة وتحليل سلوك وحدات اقتصادية فردية، كالمستهلك، العوامل المحددة لطلب المستهلك على سلعة ما، المنتج والعوامل المحددة للكمية التي يقوم المنتج بإنتاجها وبيعها، المنشأة وسلوك المنشأة تجاه العمالة والتكاليف والإنتاج، توازن السوق وما إلى ذلك.

الشكل (1): مخطط يقدم شرح تفصيلي لأهم المدارس الفكرية الاقتصادية وتطوراتها عبر الزمن



المرجع: Dictionnaire d'économie et de sciences sociales C. D. Echaudemaison Edité par nathan 1989

ـ الفصل الثاني ـ

نظرية سلوك المستهلك

الفصل الثاني: نظرية سلوك المستهلك

مقدمة:

سنقوم بتحليل سلوك المستهلك لمعرفة كيفية مواجهته لمشكلته الاقتصادية. إن المشكلة الاقتصادية للمستهلك تتمثل في محدودية إمكانياته الحقيقية بالنسبة لاحتياجاته غير المحدودة من السلع والخدمات. فهو لا يستطيع أن يشبع جميع رغباته، ومن الفرضيات التي تقوم عليها هذه النظرية هو السعي إلى إشباع أكبر قدر ممكن من الاحتياجات، وحينما يتحقق السعي في هذا الاتجاه، فإنه يرتبط بنمط معين من السلوك والذي يعرف بأنه سلوك عقلاني أو رشيد. نقول أن سلوك المستهلك سلوك عقلاني و رشيد؛ حين يتصرف بهدف إشباع أكبر قدر من احتياجاته في حدود دخله النقدي المحدود، والأسعار السائدة للسلع والخدمات في السوق. وإذا حقق المستهلك هذا الهدف فإننا نقول عنه أنه قد وصل إلى حالة من التوازن.

ظهرت فكرة المنفعة كأساس للتحليل الاقتصاد الجزئي بهدف لتحليل سلوك بعض الوحدات الفردية وبالضبط المستهلك في السبعينيات من القرن الماضي. عندما نشرت ثلاث مؤلفات اقتصادية هامة، في نفس المدة تقريبا، وهي للإنجليزي "ستانلي جيفونز"، والنمساوي "كارل منجر"، والفرنسي "ليون فالراس". وجاءت على النحو التالي:

1- William, Stanley, Jevons,. (1871). Theory of political economy (نظرية الاقتصاد السياسي).

2- Carl, Menger. (1871). Principles of Economics (مبادئ الاقتصاد), 1871.

3- Walras, Léon (1874). Éléments D'économie Politique Pure, Ou, Théorie De La Richesse (عناصر الاقتصاد السياسي البحت ، أو نظرية الثروة) (in French). Lausanne: L. Corbaz. Retrieved

تعريف المنفعة بأنها " قدرة السلعة أو الخدمة على إشباع حاجة ما، يحس بها الإنسان في لحظة معينة، وفي ظروف محددة ".

-1- نظرية المنفعة المقاسة (Cardinal utility):

1-1- تعريف سلوك المستهلك:

يقصد بسلوك المستهلك، الطريق الذي يسلكه عندما يرغب بإنفاق دخله النقدي على سلعة أو مجموعة من السلع والخدمات لاعتقاده بأنها ستحقق له أقصى مستوى ممكن من الإشباع. كما يقصد به كيفية توزيع دخله المحدود على سلع وخدمات مختلفة بغية الوصول إلى أقصى منفعة ممكنة.

عندما نتكلم عن الاستهلاك من وجهة نظر الاقتصاديين فإننا نعني بذلك استعمال السلع والخدمات من أجل الحصول على منفعة ما. إذا تكلمنا على استهلاك الماء فإننا نحصل على منفعة إشباع العطش، وإذا معناه الاستعمال.

ينقسم الاستهلاك إلى عدّة أقسام:

- الاستهلاك النهائي: أي أن السلعة تستهلك أي تندثر خلال الاستعمال كما هو الحال عند استعمال قلم الحبر للكتابة.
- الاستهلاك الوسيطي: ويكون أداة لبلوغ شيء آخر ولا يكون هو الهدف ذاته. فالسلعة تستهلك وتستعمل في صنع سلعة أخرى، كاستهلاك الحديد لغرض صناعة السيارات والقاطرات...

هناك مجموعة من المحددات، من شأنها تغيير سلوك المستهلك تجاه السلع، أو ما يطلق عليها الخطة الإنفاقية للمستهلك ومن أهمها:

أ– قدرة المستهلك على تحويل رغبته في الحصول على سلعة إلى طلب: فشعور المستهلك بالحاجة إلى سلعة لا يعني بأنه أصبح طالبا لها. فلا بد أن يقبل على طلبها.

ب– أذواق المستهلك وتفضيلاته: تختلف سلوكيات المستهلك من حيث تفضيلاتهم واختياراتهم وأذواقهم تجاه السلع المختلفة، فقد نجد بعض المستهلكين لا يطلبون سلع معينة بالرغم من تدني أسعارها لأنهم لا يفضلونها، في حين نجد أن البعض الآخر في نفس هذه السلع ويطلبها حتى ولو ارتفع سعرها.

ج– حجم الدخل النقدي المخصص للإنفاق وأسعار السلع السائدة في السوق: يعتبر الدخل من أهم محددات سلوك المستهلك

تقوم نظرية سلوك المستهلك على مجموعة من الفرضيات، التي من شأنها تبسيط تحليل ودراسة هذه النظرية:

أ– تمتع المستهلك بالعقلانية والرشد، وهذا يعني أن هدفه الرئيسي عندما ينفق دخله على السلع هو تحقيق أقصى مستوى ممكن من الإشباع، أي تعظيم المنفعة Utility Maximization.

ب– ثبات أذواق المستهلك وتفضيلاته، بمعنى إذا فضل سلعة ما على سلعة أخرى أو مجموعة من السلع على مجموعة أخرى، فإنه يستمر في هذا التفضيل.

ج– محدودية الدخل المخصص للإنفاق، واستنفاذه بأكمله على السلع والخدمات التي يرغب فيها المستهلك، أي أن الادخار في هذه الحالة سيكون صفرا.

1-2- المنفعة الكلية UT:

هي مجموع الفائدة أو السعادة التي يجنيها المستهلك عند حصوله على كميات من السلع. كما تعبر عن مستوى الإشباع الكلي الذي يحققه المستهلك عندما يتناول كميات متتالية من سلعة معينة خلال فترة زمنية محدّدة.

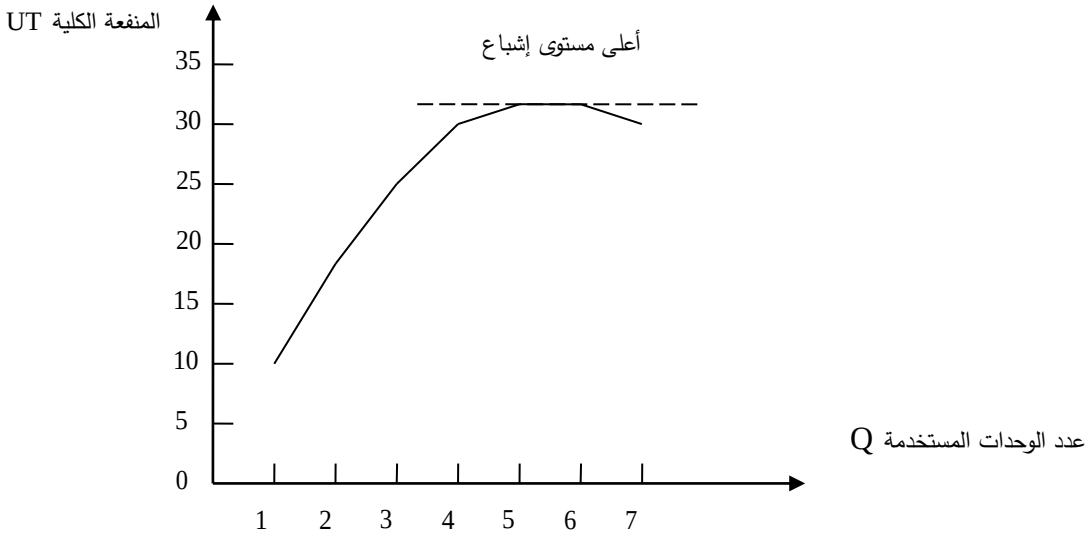
$$U = F(x, y, z\ldots)$$

دعنا نتحول إلى لغة الأرقام من خلال الجدول التالي الذي يبين التغيرات في المنفعة الكلية عندما تزداد عدد الوحدات المستخدمة من السلعة:

الجدول (1): تغير المنفعة الكلية عندما تزداد عدد الوحدات المستخدمة من السلعة Q

عدد وحدات من سلعة معينة Q	المنفعة الكلية UT (وحدات المنفعة)
1	10
2	18
3	25
4	30
5	32
6	32
7	30

الشكل (2): منحنى المنفعة الكلية



من خلال الجدول والرسم البياني يمكن أن نلخص أهم خصائص ومحدّدات المنفعة الكلية:

أ– المنفعة الكلية تزداد بتزايد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة.

ب– التزايد في المنفعة الكلية يكون بمعدّل متناقص كلما زادت عدد الوحدات المستهلكة من السلعة.

ت– يستمر التزايد بمعدّل متناقص حتى يصل المستهلك إلى أقصى مستوى ممكن من الإشباع.

ث– تزايد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة بعد مستوى الإشباع الأقصى سيؤدي إلى تناقص المنفعة الكلية كما هو الحال عند الوحدة 7 من الجدول.

3-1- المنفعة الحدية UMx:

فتتمثل في المنفعة الإضافية التي يحصل عليها المستهلك نتيجة استهلاكه وحدة إضافية من سلعة ما (مقدار الإشباع المضاف على الإشباع الكلي عند إضافة وحدة إضافية واحدة من السلعة ويمكن قياسها كالتالي:

$$\text{المنفعة الحدية} = \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في عدد الوحدات المستهلكة}}$$

ونكتب:

$$UM_x = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_2 - UT_1}{Q_{X_2} - Q_{X_1}}$$

$$UT_X = \sum_{i=1}^{n} UM_{Xi}$$

ورياضيا هي عبارة عن المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية:

$$U' = f'(x) = \frac{dUT_x}{dQ_x} = \lim_{\Delta Q_x \to 0} \frac{\Delta UT_x}{\Delta Q_x} = UM_x$$

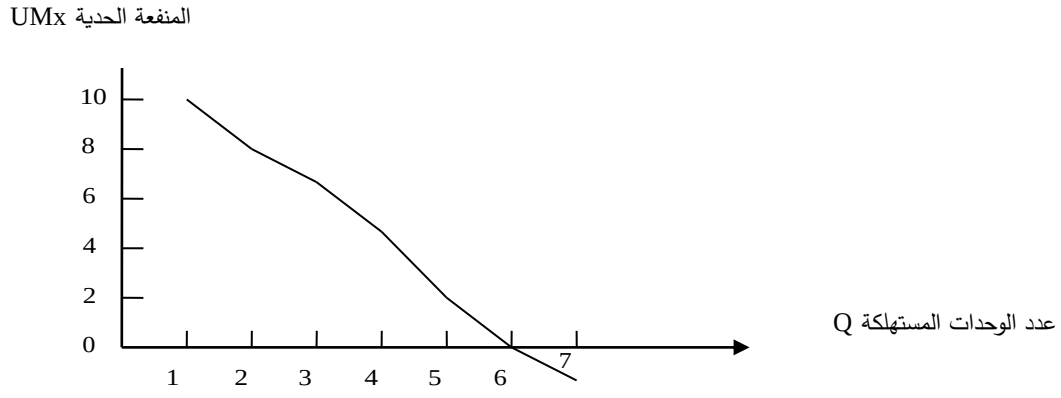
المنفعة الحدية لسلعة X في حالة دالة مستمرة وقابلة للاشتقاق تحسب بنهاية النسبة $\frac{\Delta UT_x}{\Delta Q_x}$ لما $\Delta Q_x \to 0$ (يؤول إلى الصفر).

وبالعودة إلى مثالنا السابق، نستطيع اشتقاق المنفعة الحدية:

الجدول (2): تغير كل من UT وUm

عدد وحدات من Q	المنفعة الكلية UT	المنفعة الحدية Umx
1	10	10
2	18	8
3	25	7
4	30	5
5	32	2
6	32	0
7	30	2-

الشكل (3): منحنى المنفعة الحدية



1-4- قانون تناقص المنفعة الحدية:

نلاحظ من الجدول والرسم البياني السابقين أن السمة الرئيسية للمنفعة الحدية هي خضوعها لقانون تناقص المنفعة الحدية، وهذا يعني أن المنفعة الحدية تعبر عن مقدار الإشباع الذي تضيفه الوحدة الواحدة من السلعة ومستوى الإشباع هذا يأخذ بالتناقص التدريجي كلما زادت عدد الوحدات المستهلكة من السلعة، بمعنى كل وحدة إضافية من السلعة تضيف قدرا من المنفعة بمعدّل أقل من الوحدة السابقة.

1-5- المستهلك العقلاني:

يكون المستهلك النيوكلاسيكي مستهلكا عقلانيا عندما يبحث على تعظيم إشباعه أو منفعته باعتبار دخله وأسعار السلع المراد استهلاكها وللوصول إلى القرار الأمثل يجب على المستهلك أن يقارن بين منفعة عدّة سلع.

2- نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء - Indifference Curves):

نظرا للانتقادات التي وجهت إلى نظرية المنفعة الحدية وخاصة فيما يتعلق بتركيزها على قياس المنفعة المستمدة من الوحدة الواحدة بصورة عددية، جاءت الصيغة الحديثة لتحليل سلوك المستهلك باستخدام ما يسمى بمنحنيات السواء، حيث اعتبرت هذه الأخيرة عدم وجود ضرورة لمعرفة حجم المنفعة بصورة عددية، بل اعتبرت أن المستهلك قادرا على تفضيل كمية من سلعة ما على كمية أخرى من سلعة ثانية، أو مقارنة مجموعات (توليفات) من السلع والخدمات مع مجموعة أخرى، أيهما يعطي مستوى إشباع أكبر.

عندما درسنا المنفعة من خلال النظرية الأولى فإننا افترضنا أن المستهلك لا يستهلك إلا سلعة واحدة هي السلعة X. هكذا كانت المنفعة تتغير بدلالة سلعة واحدة أي: $U = f(x)$

في الواقع فإن المستهلك يستهلك العديد من السلع وبالتالي فإن دالة المنفعة تكون دالة ذات متغيرات متعدّدة أي: $U = f(x, z, y, \dots)$

لتسهيل الأمر نفترض أن المستهلك لا يستهلك إلا سلعتين X و Y، كما نفترض أن هاتين السلعتين استبداليتين حتى تكون عملية الإحلال ممكنة.

2-1- منحنى السواء Indifference Curve:

يعرّف منحنى السواء على أنه التمثيل البياني الذي يربط بين مجموعة من النقاط تمثل وحدات من السلع والخدمات والتي إذا قام المستهلك باستهلاك أي منها تعطيه نفس مستوى الإشباع (المنفعة)، وهذا يعني أن المجموعات الواقعة على منحنى السواء على حدّ سواء من حيث مستوى الإشباع، لذلك سمي هذا المنحنى بهذا الاسم.

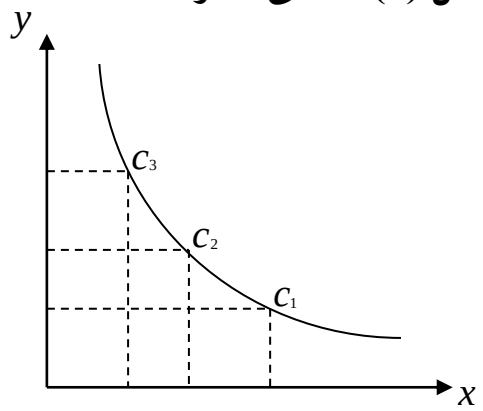
مثال:

لنفرض أن المستهلك العقلاني قد درس الإشباع الممكن للحصول عليه من التوافيق التالية:

التوفيق المنتوج	C1	C2	**C3**
X	**3**	**2**	**1**
Y	**1**	**1.5**	**2**

فالإشباع الذي يحصل عليه المستهلك العقلاني من توفيق (C1) هو نفسه الإشباع الذي يحصل عليه من التوفيق (C2) و (C3).

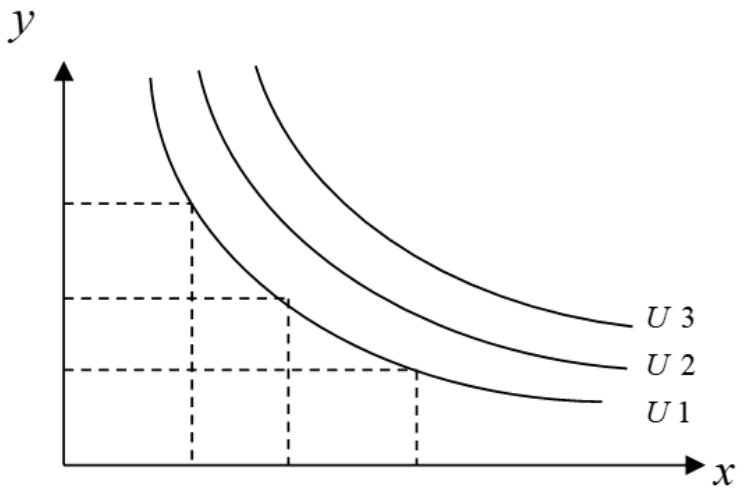
الشكل (4): منحنى السواء



نلاحظ أن كل النقاط الموجودة على المنحنى والتي تمثل تركيبات مختلفة من السلعتين متكافئة وتعطي المستهلك نفس المنفعة، بالنسبة له هي سواء. ويسمى المنحنى الذي حصلنا عليه بمنحنى السواء Indifference Curve.

وجدير بالذكر بأن المستهلك قد يواجه أكثر من منحنى سواء، وهذا ما يطلق عليه خريطة السواء (Indiference Map)، وهي مجموعة من منحنيات السواء، كل واحد منها يعبر عن مستوى إشباع مختلف عن الآخر، والمستهلك يسعى دائما إلى تفضيل منحنيات السواء ذات مستوى الإشباع الأكبر.

الشكل (5): خريطة منحنيات السواء



والقاعدة العامة التي تحكم خارطة السواء هي: كلما ابتعد منحنى السواء عن نقطة الأصل (زاوية الصفر) كلما أعطى للمستهلك مستوى إشباع أكبر، وكلما اقترب منحنى السواء من نقطة الأصل، كلما أعطى مستوى إشباع أقل. وفي الخريطة السابقة منحنى السواء U3 يعطي أكبر قدر ممكن من الإشباع، لذلك سيفضله المستهلك على المنحنيات الأخرى ذات مستوى الإشباع الأقل.

2-2- خصائص منحنيات السواء Characteristics of Indifference Curve:

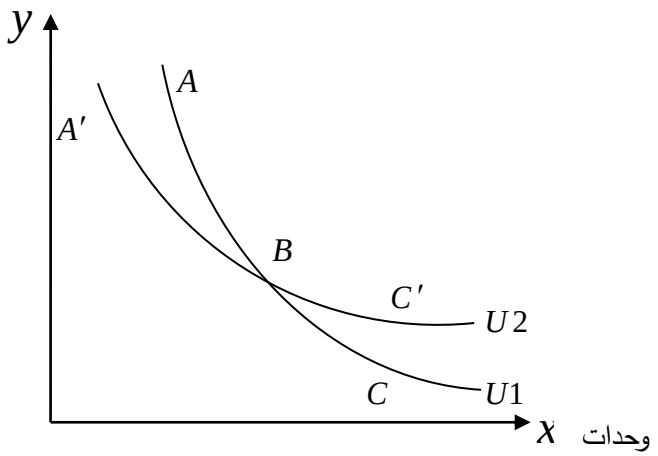
أ- تنحدر منحنيات السواء من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين معبرة عن علاقة عكسية (Indifference Curves are Downward Sloping): أي أنها سالبة الميل، وذلك لأن كل نقطة على منحنى السواء تمثل وحدات من السلعتين x و y. وانتقال المستهلك من نقطة إلى أخرى يعني أنه يزيد من استهلاكه من وحدات إحدى السلعتين مقابل إنقاصه لوحدات السلعة الأخرى. وهذا ما يقود بنا إلى فكرة المعدّل الحدي للإحلال.

ب- منحنيات السواء محدبة عموما بالنسبة لنقطة الأصل (Indifference Curves are convex)، وهذا التحدب يعود إلى تناقص المعدّل الحدي للإحلال بين السلعتين x و y ولهذا السبب ينحدر منحنى السواء إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين.

ج- منحنيات السواء لا تتقاطع (Indifference Curves Cannot Intersect) لأنها تعبر عن فئات متكافئة وهذه الفئات لا تتقاطع وهي تكون دائما متوازية. نفترض أنه لدينا منحنى سواء U1 يمر

بالنقاط A ، B و C ومنحنى سواء U2 يمر بالنقاط A' و B و C'. المنحنيان يتقاطعان في النقطة B.

الشكل (6): خصائص منحنيات السواء



يكون لدينا:

$$\left.\begin{matrix} U_1 \Rightarrow A \approx B \\ U_2 \Rightarrow A' \approx B \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \approx A'$$

علاقة التعدّي تعطينا أن A يتكافأ مع A' وبالتالي يجب أن يقعا على نفس المنحنى ولابد أن يكون المنحنيين متطابقان؛ فلا يتقاطعان.

3-2- المعدّل الحدي للإحلال أو الاستبدال (The marginal rate of substitution):

إن المعدّل للإحلال يعرف بأنه كمية الإنتاج لـ y (عدد الوحدات) التي يتخلى عنها المستهلك للحصول على وحدة إضافية من المنتوج x مع البقاء على نفس مستوى الإشباع وهو عكس ميل منحنى السواء أي:

$$TMS = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|$$

➢ **مثال:** في حالة دالة غير مستمرة.

التوافيق	X	Y	TMS_{XY}
A	1	24	-
B	2	12	12
C	3	8	4
D	4	6	2
E	**5**	**5**	**1**

$$TMS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \left|\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right|$$

من الجانب الرياضي فإن المعدّل الحدي للإحلال يكون دائما سالبا لأن كميات السلعتين تتغيران في اتجاه معاكس. لكن يمكننا أن نتخلص من هذه الإشارة السالبة إذا أخذنا التغيرات بالقيمة المطلقة دون أن ننسى أن الكميات متعاكسة.

أما في حالة دالة مستمرة يمكن كتابة:

$$TMS_{xy} = \left|\frac{dy}{dx}\right| = \frac{UM_x}{UM_y}$$

للحصول على القانون ننطلق من التفاضل الكلي لدالة المنفعة الكلية U = f(x, y)

$$\frac{dU}{dx} = UM_x \Rightarrow dU = UM_x.dx$$

$$\frac{dU}{dy} = UM_y \Rightarrow dU = UM_y.dy$$

$$dU = UM_x.dx + UM_y.dy$$

$$dU = 0$$

بما أن المستهلك يتحرك على نفس منحنى السواء ومشتق الثابت يساوي الصفر.

$$dU = UM_x.dx + UM_y.dy = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{UM_x}{UM_y}$$

حيث أن $\frac{dy}{dx}$ هي نهاية النسبة $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ لما $\Delta x \to 0$

$$\left|\frac{dy}{dx}\right| = \lim_{\Delta x \to 0}\left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \frac{UM_x}{UM_y} = TMS_{xy}$$

على منحنى السواء TMS لنقطة معينة يساوي نسبة المنفعة الحدية للسلعة X على نسبة المنفعة الحدية للسلعة Y.

➢ **مثال:** لدينا دوال المنفعة التالية:

$$U_1 = \sqrt{X}.\sqrt{Y} \quad ، \quad U_2 = X^2.Y^3$$

$$U_3 = X^{1/3}.Y^{2/3} \quad ، \quad U_4 = -X^{-1} - Y^{-1}$$

$$U_5 = 2\ln(X) + \ln(Y) \quad ، \quad U_6 = 0.5\,X + 2\,Y$$

المطلوب: حساب المنفعة الحدية لـ X ، المنفعة الحدية لـ Y ، المعدل الحدي الاحلال[1] TMS_{xy}

$$UM_y = ?\ ،UM_x = ?\ ،\ TMS_{xy} = ?$$

الحلّ:

①

$$U_1 = \sqrt{X}.\sqrt{Y}$$

$$UM_x = \frac{\partial U}{\partial X} \quad \Rightarrow \quad UM_x = \frac{\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}$$

$$UM_y = \frac{\partial U}{\partial Y} \quad \Rightarrow \quad UM_y = \frac{\sqrt{X}}{2\sqrt{Y}}$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{\sqrt{Y}/2\sqrt{X}}{\sqrt{X}/2\sqrt{Y}} = \frac{\sqrt{Y}}{2\sqrt{X}}.\frac{2\sqrt{Y}}{\sqrt{X}} = \frac{Y}{X}$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{Y}{X}$$

②

$$U_2 = X^2.Y^3$$

$$UM_x = \frac{\partial U}{\partial X} \quad \Rightarrow \quad UM_x = 2\,X.Y^3$$

$$UM_y = \frac{\partial U}{\partial Y} \quad \Rightarrow \quad UM_y = 3\,X^2.Y^2$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{2\,X.Y^3}{3\,X^2.Y^2}$$

$$TMS_{xy} = \frac{2\,Y}{3\,X}$$

③

$$U_3 = X^{1/3}.Y^{2/3}$$

$$UM_x = \frac{\partial U}{\partial X} \quad \Rightarrow \quad UM_x = \frac{1}{3}\,X^{-2/3}.Y^{2/3}$$

$$UM_y = \frac{\partial U}{\partial Y} \quad \Rightarrow \quad UM_y = \frac{2}{3}\,X^{1/3}.Y^{-1/3}$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{\frac{1}{3}\,X^{-2/3}.Y^{2/3}}{\frac{2}{3}\,X^{1/3}.Y^{-1/3}}$$

[1] في بعض الكتب باللغة العربية المعدل الحدي للإحلال يكتب بالصيغة MRS (Marginal Rate of Substitution). وأيضا المنفعة الحدية بـ MU (Marginal Utility).

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{1\,.3\,.Y^{1/3}.Y^{2/3}}{3\,.2\,X^{1/3}.\,X^{2/3}}$$

$$TMS_{xy} = \frac{Y}{2\,X}$$

④ $U_4 = -X^{-1} - Y^{-1}$ ويمكن كتابتها أيضا: $U_4 = -\frac{1}{X} - \frac{1}{Y}$

$$UM_x = \frac{\partial\, U}{\partial\, X} \Rightarrow UM_x = -(-1)X^{-1-1} \quad UM_x = X^{-2}$$

$$UM_y = \frac{\partial\, U}{\partial\, Y} \Rightarrow UM_y = -(-1)\,Y^{-1-1} \quad UM_y = Y^{-2}$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{X^{-2}}{Y^{-2}}$$

$$TMS_{xy} = \frac{Y^2}{X^2}$$

⑤ $U_5 = 2\ln(X) + \ln(Y)$

$$UM_x = \frac{\partial\, U}{\partial\, X} \Rightarrow UM_x = 2.\ \frac{1}{X} \quad UM_x = \frac{2}{X}$$

$$UM_y = \frac{\partial\, U}{\partial\, Y} \Rightarrow UM_y = \frac{1}{Y}$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{\frac{2}{X}}{\frac{1}{Y}}$$

$$TMS_{xy} = \frac{2Y}{X}$$

⑥ $U_6 = 0.5\,X + 2\,Y$

$$UM_x = \frac{\partial\, U}{\partial\, X} \Rightarrow UM_x = 0.5$$

$$UM_y = \frac{\partial\, U}{\partial\, Y} \Rightarrow UM_y = 2$$

$$TMS_{xy} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{0.5}{2}$$

$$TMS_{xy} = \frac{1}{4}$$

2-4- القيد الميزاني للمستهلك:

إن المستهلك العقلاني يرغب في الحصول على كميات من المنتوجين (x, y) ليعظم منفعته، حيث أن دخله محدود ولا يمكنه شراء أي كمية يريدها من (x, y). نرمز لسعر السلعة x بـ Px و لسعر السلعة y بـ Py ودخل المستهلك هو R.

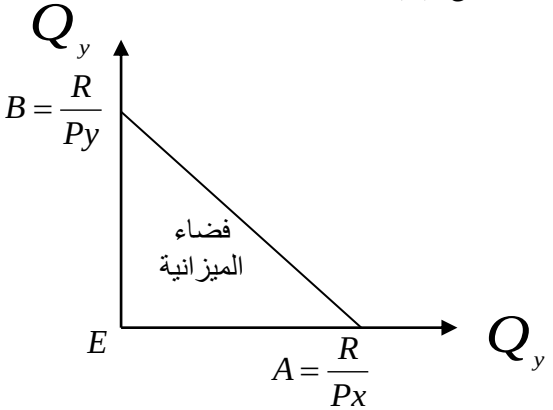
إذا قمنا بحساب كلفة كل نقطة من منحنى السواء في المثال التالي نحصل على ما يلي:

R	U	y	x	
40	12	12	1	A
26	12	6	2	B
24	12	4	3	C
25	12	3	4	D
30	12	2	6	E
31	12	1	12	F

نلاحظ أن التركيبة الأكبر كلفة هي النقطة A وأن التركيبة الأقل كلفة هي النقطة C. ومنه المستهلك العقلاني سيختار النقطة الأقل كلفة، وهو ينفق كل الدخل من أجل تعظيم المنفعة فهو لا يوفر ولا يقترض. لهذا يجب أن يكون الدخل يساوي الإنفاق. وتصبح المعادلة على الشكل التالي:

$$R = xP_x + yP_y \text{ أو } R = Q_xPx + Q_yPy$$

الشكل (7): خط الميزانية



وتعرف هذه المعادلة بمعادلة الدخل أو معادلة خط الميزانية. وعندما نريد رسم خط الميزانية نكتب y بدلالة x أي:

$$R = Q_xPx + Q_yPy$$

$$Q_xPx = R - Q_yPy \quad \Rightarrow \quad Q_x = \frac{R - Q_yPy}{Px}$$

إذا كانت $Q_y = 0$ فإن $Q_x = \frac{R}{Px}$

$$Q_y = \frac{R - Q_x Px}{Py}$$

إذا كانت $Q_x = 0$ فإن $Q_y = \frac{R}{Py}$

➢ **الميل:**

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{BE}{EA} = \frac{E - B}{A - E} = \frac{0 - \frac{R}{Py}}{\frac{R}{Px} - 0} = -\frac{R}{Py}.\frac{Px}{R} = -\frac{Px}{Py}$$

$$\frac{dY}{dX} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{Px}{Py}$$

معادلة خط الميزانية عبارة عن خط مستقيم معادلته من الدرجة الأولى وهي من الشكل التالي:

$y = a + bx$ و يمكن كتابتها على الشكل: $Q_y = a + bQ_x$

- a: تمثل الجزء المقطوع من x.

$a = \frac{R}{Py}$ (عندما تكون y = 0)

- b: ميل خط المستقيم

$$R = Q_x Px + Q_y Py \quad \begin{cases} a = \frac{R}{Py} \\ b = \frac{R}{Px} \end{cases}$$

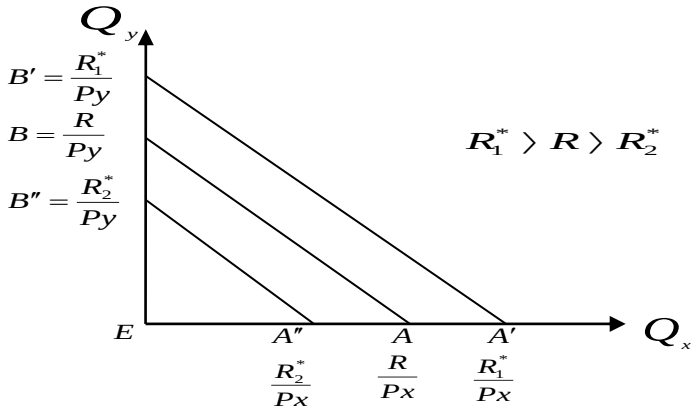
ومنه: $Y = \frac{R - XPx}{Py} = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py} X$ أو يمكن كتابة: $Q_y = \frac{R - Q_x Px}{Py} = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py} Q_x$

$$y = a + bx$$

2-4-1- انتقال خط الميزانية بتغير الدخل:

إذا تغير دخل المستهلك بينما بقيت الأسعار ثابتة يكون الخط الميزاني الجديد ممثلا بخط موازي للخط الأصلي.

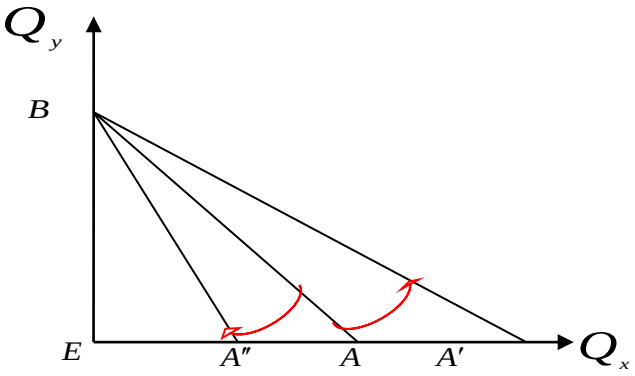
الشكل (8): انتقال خط الميزانية عند تغير دخل المستهلك بينما بقيت الأسعار ثابتة



2-4-2- انتقال خط الميزانية في حالة تغير السعر:

نفترض أن سعر السلعة X يتغير بكمية معينة مع بقاء سعر السلعة Y والدخل على حالهما. فهنا خط الميزانية ينزاح إلى الأعلى أو إلى الأسفل.

الشكل (9): انتقال خط الميزانية عند في حالة تغير السعر



تغيّر سعر السلعة X

➢ملاحظة:

يؤدي التغير في دخل المستهلك إلى الانتقال الموازي لخط الميزانية بينما التغير في سعر السلعة X إلى دوران خط الميزانية حول النقطة B.

نفترض دائما عند دراستنا لسلوك المستهلك أن هذا الأخير يتصرف بشكل عقلاني ونعني بذلك أنه سيحاول تعظيم إشباعه من السلع المختلفة في حدود ميزانية معينة، بناء على القيد المحدد لدخله وأسعار السلع.

2-4-3- طرق حل مشكلة المستهلك:

لحل مشكلة هذا المستهلك نستعمل الحلول التالية: الحل الجبري، والحل البياني.

- **الحل الجبري:**

هو جعل الدالة U = f(x, y) أعظم ما يمكن تحت قيد خط الميزانية. ونكتب شروط الدرجة الأولى على الشكل التالي:

$$\begin{cases} Max \;\; U = f(x,y) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ Sous.c \;\; R = Q_x Px + Q_y Py \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

- **طريقة الإحلال (التعويض):**

من المعادلة الثانية نستخرج قيمة x أو y

$$R = xP_x + yP_y \quad \Rightarrow x = \frac{R - yP_y}{P_x}$$

نعوض قيمة x أو قيمة y في المعادلة (1):

$$Max \;\; U = f\left(\frac{R - yP_y}{P_x}, \; y\right)$$

نشتق بالنسبة لـ y: $\frac{\partial U}{\partial y} = 0$

نتحصل على الكميات x و y.

أما شروط الدرجة الثانية (2) تتمثل في إيجاد المشتق الثاني للدالة: $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \langle 0$

وبالتالي نتحقق بأن x و y تعبر عن أقصى إشباع ممكن.

– مثال: دالة منفعة للمستهلك كما يلي: $U = 2X + 4Y + XY + 8$

قيد الميزانية: $50 = 5x + 10y$

x = ? و y = ?

$$\begin{cases} Max \;\; U = 2x + 4y + xy + 8 \;\; \cdots (1) \\ Sous.c \;\; 50 = 5x + 10y \;\; \ldots \; (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad \Rightarrow x = \frac{50 - 10y}{5} = 10 - 2y$$

نعوضها في (1):

$$U = 2(10 - 2y) + 4y + (10 - 2y)\, y + 8$$
$$U = 20 - 4y + 4y + 10y - 2y^2 + 8$$
$$U = -2y^2 + 10y + 28$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -4y + 10 = 0 \Rightarrow \underline{y = \frac{5}{2}}$$

نعوض y في x:

$$x = 10 - 2y = 10 - x\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\underline{x = 5}$$

نعوض كل من x و y في:

$$U = 2(5) + 4\left(\frac{5}{2}\right) + 5\left(\frac{5}{2}\right) + 8$$

$$\underline{U = 40.5}$$

شروط الدرجة الثانية:

$$\frac{\delta^2 U}{\delta y^2}(-4y + 10) = -4 \langle 0$$

التفسير الاقتصادي:

على المستهلك شراء 5 وحدات من السلعة x و $\left(\frac{5}{2}\right)$ من السلعة y وبذلك تكون منفعته أعظم ما يمكن.

- **طريقة مضاعف لاغرانج (Lagrange)**

$$\begin{cases} Max \;\; U = f(x,y) \\ Sous.c \;\; R = Q_x Px + Q_y Py \end{cases}$$

لحل هذه المشكلة نستعمل طريقة مضاعف لاغرانج وتكتب دالته على الشكل التالي:

$$L = f(x, y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

فشرط الدرجة الأولى (1) يتمثل في المشتقات الجزئية بالنسبة لـ x، y و λ وتكتب على الشكل التالي:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\partial f}{\partial x}/P_x = \frac{UM_x}{P_x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\partial f}{\partial y}/P_y = \frac{UM_y}{P_y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - xP_x - yP_y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

من المعادلة (1) و (2) نجد: $\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y}$

وبالتناسب الطردي نجد:

شرط التوازن: $\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y} = TMS$

بحل جملة معادلتين نتحصل على قيم x و y و λ في التوازن حيث λ تمثل المنفعة الحدية للدخل أو المدخول و نقيس التغير في المنفعة على التغير في الدخل.

أما شرط الدرجة الثانية (2) تعبر عن $0 \langle \Delta$ أو المصفوفة الليسية $\rangle 0$.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial y} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = a_{11}\,[(a_{22} \,.\, a_{33}) - (a_{23} \,.\, a_{32})] - a_{12}\,[(a_{21} \,.\, a_{33}) - (a_{23} \,.\, a_{31})] + a_{13}\,[(a_{21} \,.\, a_{32}) - (a_{22} \,.\, a_{31})]$$

ملاحظة:

$$\begin{cases} Mun\ R = xP_x + yP_y \\ Sous.\ C\ \ U = f(x,y) \end{cases}$$

شروط الدرجة الثانية $\Delta \langle 0$

$$L = xP_x + yP_y + \lambda\big(U - f(x,y)\big)$$

مثال:

$$Max\ \ U = 2x + 4y + xy + 8$$

نستعمل طريقة لاغرانج:

$$L = f(x,\ y) + \lambda\big(R - xP_x - yP_y\big)$$

شروط الدرجة الأولى:

$$L = 2x + 4y + xy + 8 + \lambda(50 - 5x - 10y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2 + y - 5\lambda = 0 \ldots..(1) \quad \rightarrow (1) \Rightarrow \lambda = \frac{2+y}{5}$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = 4 + x - 10\lambda = 0 \ldots..(2) \quad \rightarrow (2) \Rightarrow \lambda = \frac{4+x}{10}$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 50 - 5x - 10y = 0 \ldots..(3)$$

من (1) و (2) نستنتج:

$$\frac{2+y}{5} = \frac{4+x}{10} \Rightarrow (4+x)\,5 = (2+y)\,10$$
$$20 + 5x = 20 + 10y \Rightarrow 5x = 10y$$
$$\Rightarrow x = \frac{10y}{5}$$
$$x = 2y$$

نعوض في المعادلة (3) نجد:

$$50 = 5\,(2y) + 10y = 20y$$
$$\Rightarrow y = \frac{5}{2}$$
$$x = 2y \quad \Rightarrow x = 2\left(\frac{5}{2}\right)$$
$$\Rightarrow x = 5$$

$$\lambda = \frac{2+y}{5} = \frac{4+x}{10} = \frac{9}{10}$$
$$\Rightarrow \lambda = \frac{9}{10}$$

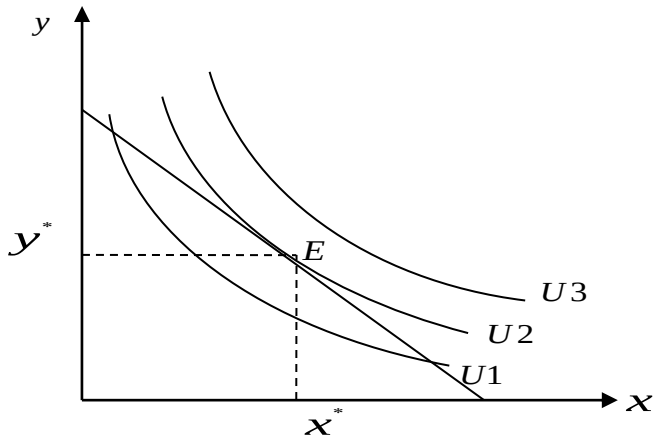
$$U = 2x + 4y + xy + 8 = \underline{40.5}$$

شروط الدرجة الثانية (2):

$$U1$$
$$\Delta = 0 - (1)\,(0-50) - 5\,(-10) \Rightarrow \underline{\Delta = 100 \rangle 0}$$

■ **الحل البياني:**

يمكن أن نعبّر عن توازن المستهلك بيانيا كما يلي:



بحيث يحقق المستهلك وضع التوازن في النقطة E منها يحصل على أقصى منفعة كلية عندما يشتري بدخله المحدود تلك المجموعة من السلعتين x و y الممثلة لنقطة تماس خط الميزانية لأحد المنحنيات في خريطة السواء الخاصة بهذا المستهلك.

$$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y} = TMS_{xy}$$

يكون المستهلك في حالة توازن عندما يكون المعدّل الحدي للإحلال مساويا لنسبة الأسعار.

مثال:

$$U = ? \qquad P_y = 10 \quad P_x = 5 \quad R = 50$$

$$\begin{cases} Max \;\; U = 2x + 4y + xy + 8 \\ Sous.c \;\; 50 = 5x + 10y \end{cases}$$

$$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\left.\begin{matrix} UM_x = 2 + y \\ UM_y = 4 + x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{2+y}{4+x}$$

$$\frac{2+y}{4+x} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$2\,(2+y) = 4 + x \quad \Rightarrow \; x = 2y$$

نعوض في معادلة خط الميزانية:

$$50 = 5\,(2y) + 10y = 20y$$

$$y = \frac{50}{20} \quad \Rightarrow \underline{y = \frac{5}{2}}$$

$$x = 2\left(\frac{5}{2}\right) \quad \Rightarrow \; \underline{x = 5}$$

$$\underline{U = 40.5}$$

ملاحظة: في حالة:

$$\begin{cases} Mun\ R = xP_x + yP_y \\ Sous.\ C\ U = f(x,y) \end{cases}$$
$$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

ونعوض في معادلة المنفعة.

ونستنتج مما سبق لحل مشكلة المستهلك العقلاني طريقتين:

الطريقة الجبرية والطريقة البيانية، فإيجاد دوال الطلب حسب مارشال يتمثل في التالي:

$$\begin{cases} Max\ U = f(x,y) \\ Sous.c\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

وهيكس:

$$\begin{cases} Mun\ R = xP_x + yP_y \\ Sous.\ C\ U = f(x,y) \end{cases}$$

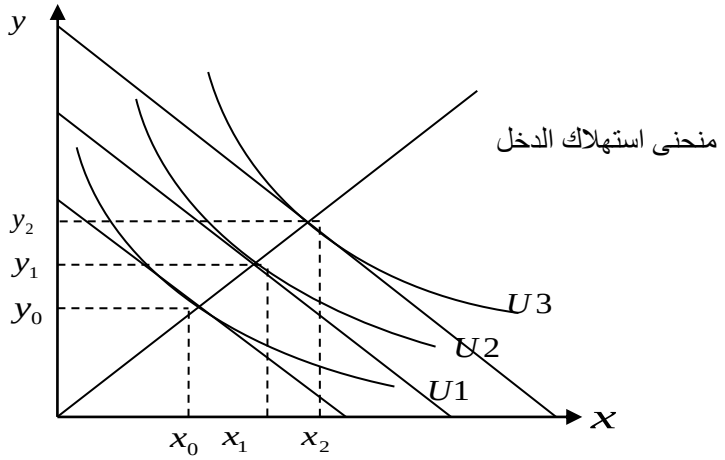
2-5- تغيير محيط المستهلك:

افترضنا فيما سبق أن دخل المستهلك وأسعار السلع كانت ثابتة لفترة زمنية معينة، فيما يلي نتخلى عن هذه الفرضية.

2-5-1- تغير دخل المستهلك:

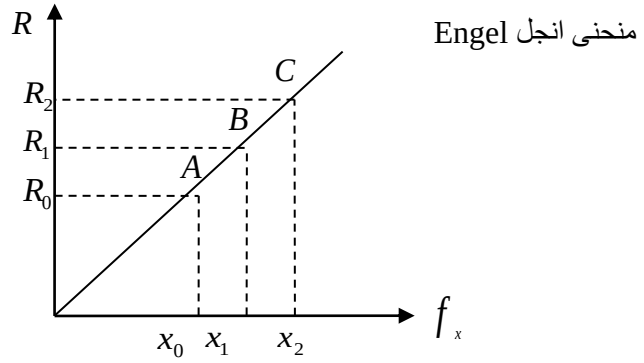
لنفرض أن أسعار السلعتين x وy تبقى ثابتة مع التغير في الدخل النقدي، فارتفاع الدخل يؤدي إلى ازدياد في الكميات المستهلكة وبالتالي الخط الميزاني ينتقل نحو اليمين وتكون هذه المنحنيات متوازية ولها ميل $\left(\frac{-p_x}{p_y}\right)$ فبتغير الدخل نحصل على نقاط عديدة للتوازن بتوصيلها نتحصل على منحنى استهلاك دخل أو منحنى مستوى المعيشة.

الشكل (10): منحنى استهلاك الدخل



ويعرف بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن المستهلك الناتجة عن تغير دخل المستهلك دون غيره. ويمكن الحصول على منحنى انجل بمنحنى استهلاك دخل، ويعبر عن الكمية التي يشتريها المستهلك من سلعة ما في وحدة الزمن عند المستويات المختلفة من دخله.

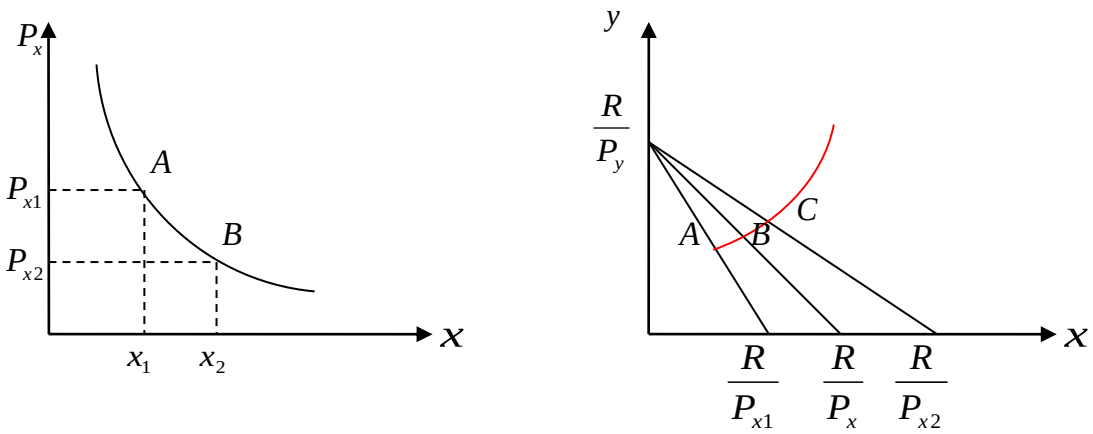
الشكل (11): منحنى انجل



2-5-2- تغير السعر:

لنفرض الآن ثبات كل من دخل المستهلك وسعر إحدى السلعتين، فعند انخفاض سعر السلعة X يصبح بإمكان المستهلك شراء المزيد منها وبالتالي يتحول خط من ميزانيته نحو اليمين. وهكذا بتغير سعر إحدى السلعتين يمكن استنتاج الكميات التوازنية التي يشتريها المستهلك عند كل سعر وبإيصال هذه النقاط نحصل على **منحنى استهلاك سعر** ويعرّف بأنه مجموعة النقاط التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن ويكون السعر هو المتغير الوحيد ونستخرج من منحنى استهلاك سعر **منحنى طلب المستهلك** الذي يبين العلاقة بين الكميات التي يرغب المستهلك في الحصول عليها من السلعة X عند مستويات الأسعار المختلفة.

الشكل (12): منحنى استهلاك السعر ومنحنى الطلب



منحنى طلب المستهلك منحنى استهلاك سعر

2-6- أثر الدخل وأثر الإحلال:

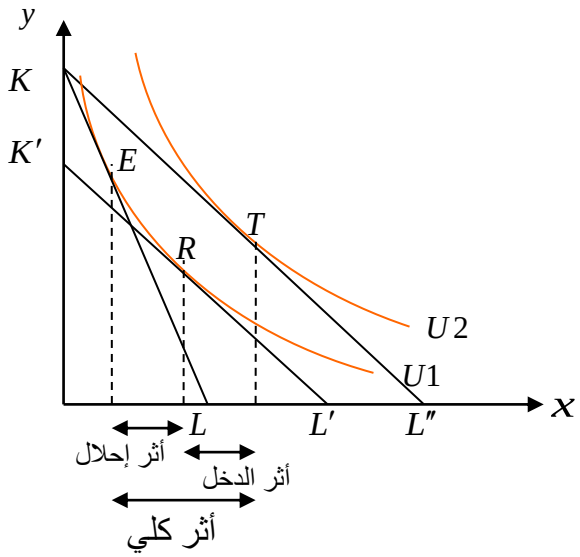
إن أثر تغير السعر على الكمية المطلوبة من سلعة ما هو محصلة أثري الإحلال والدخل. فأثر الإحلال هو عبارة عن تغير الكمية المطلوبة الناتج عن تغير السعر عندما يتم انتقال المستهلك على نفس منحنى السواء أي الاحتفاظ بنفس الإشباع مع تغييره بتوزيع إنفاق دخله على مختلف السلع. وأثر الإحلال يكون دائما في اتجاه معاكس لوجهة تغير السعر، بحيث عند انخفاض سعر السلعة يؤدي على زيادة الطلب عليه.

2-6-1- أثر الدخل الحقيقي:

ينجم عن تغير الدخل الحقيقي المترتب عن تغير سعر السلعة المعينة وأثره على الكمية المطلوبة قد يكون موجبا أو سالبا تبعا لطبيعة السلعة محل الدراسة. إذا كان أثر الدخل على السلعة موجب، أي كلما زاد الدخل الحقيقي كلما زادت مشتريات المستهلك. ففي هذه الحالة تكون السلعة كمالية أو عادية.

أما إذا ازداد الدخل الحقيقي فإن طلب المستهلك على السلعة X ينخفض (سلعة رديئة). وهكذا فإن الأثر الكلي لتغير السعر على الكمية المطلوبة ما هو عبارة إلا على أثر الإحلال وأثر الدخل، ويتضح ذلك من الشكل التالي:

الشكل (13): أثر الدخل وأثر الإحلال



إن نقطة توازن المستهلك هي E مثلا عند سعر Px = 2 فخط الميزانية يكون ممثل في KL وعند انخفاض السعر (Px = 1) والانتقال من E إلى R يمثل أثر إحلال أي الارتفاع في الكمية المطلوبة x بعد انخفاض Px وخط الميزانية هو $K'L'$. أما الانتقال من R إلى T يمثل أثر الدخل (استرجاع الدخل الأصلي) أما الأثر الكلي يتمثل من E إلى T.

ويمكن التمييز بين أربع مجموعات من أثر الدخل والإحلال: الآثار الاعتيادية لأثري الدخل والإحلال

1- عندما تكون النقطة T يمين النقطة R: في هذه الحالة يعمل كل من أثر الدخل وأثر الإحلال بنفس الاتجاه المتمثل في زيادة مشتريات السلعة x عند انخفاض مشترياتها.

2- عندما يكون أثر الدخل صفر: تكون النقطة T عمودية على R بحيث يعتبر أثر الإحلال العامل الوحيد المتسبب في تغيير المشتريات للسلعة x.

3- عندما يكون أثر الدخل سالب وأقل من أثر الإحلال: تقع T بين النقطتين E وR وهنا تكون السلعة رديئة.

4- عندما يكون أثر الدخل سالب وكافي لإلغاء أثر الإحلال: تكون T يسار النقطة E ويطلق على هذه النتيجة أثر جيفن Giffen (1837-1910). أي أن السعر الأقل للسلعة يؤدي إلى انخفاض المشتريات بدلا من زيادتها.

الجدول (3): التراكيب المختلفة لأثر الدخل والإحلال

الحالات	(1)	(2)	(3)	(4)
أثر إحلال	سالب	سالب	سالب	سالب
أثر الدخل	موجب	صفر	سالب⟨أثر إحلال	سالب⟩أثر إحلال
أثر كلي	زيادة	زيادة	زيادة	انخفاض
نوع السلعة	عادية أو كمالية	عادية	رديئة	قيفن
الوضعية في المنحنى	T يمين R	T عمودي على R	T بين E وR	T يسار E

3- مجموعة مختارة من الأسئلة النظرية والتمارين المحلولة والمقترحة:

3-1- الأسئلة النظرية:

3-1-1- طرح الأسئلة:

اشرح المصطلحات التالية:

1- المشكلة الاقتصادية، المنفعة، المنفعة الكلية، المنفعة الحدية، سلوك الفرد العقلاني (الرشيد)، المشكلة الاقتصادية، الموارد الاقتصادية.

2- ما هي العوامل التي تؤدي إلى تفاقم المشكلة الاقتصادية؟

3- ما هي عيوب نظرية المنفعة المقاسة؟

4- اشرح كل من منحنى استهلاك الدخل ومنحنى استهلاك السعر، وبين فيما يفيد كل منهما؟

5- عندما تختلف ميزانية المستهلك فقط بينما تظل أسعار x و y ثابتة، فإن TMS_{xy} هي نفسها لكل مجموعة من المجموعات المثالية للسلع x و y (صحيح أم خطأ، علل ذلك.

3-1-2- الإجابة على الأسئلة النظرية:

1-

- **المشكلة الاقتصادية:** إن المشكلة الاقتصادية للمستهلك تتمثل في كيفية الحصول على أكبر إشباع ممكنتي الحصول على أكبر عدد ممكن من الرغبات والحاجات في حدود دخل المستهلك الثابت.
- **تعريف المنفعة:** تعرف المنفعة على أنها مقياس الفائدة أو السعادة التي يجنيها الفرد أثناء شراءه سلع مختلفة، إذ أن المستهلك لا يقدم على شراء سلعة ما إلا إذا اقتنع أن هذه السلعة سوف تعود عليه بالمنفعة، والمنفعة التي يريد المستهلك الحصول عليها تتمثل في قدرة السلع المشتريات على إشباع رغبة أو سد الحاجة لديه.
- **تعريف المنفعة الكلية:** هي مجموع المنافع التي يحصل عليها من جراء استهلاك وحدات من سلعة معينة ونرمز لها بـ: UT.
- **تعريف المنفعة الحدية:** هي المنعة المحصل عليها من جراء استهلاك وحدة واحدة إضافية من السلعة أو هي الفرق بين المنعة القديمة والمنفعة الجديدة ونرمز لها بـ: Umg.
- **سلوك الفرد العقلاني أو الرشيد:** معناه أن الفرد سيحاول توزيع دخله في شراء سلع مختلفة عند الأسعار المحددة في الشيء الذي يحقق له أكبر إشباع ممكن وبالتالي المستهلك تكون لديه دائما المشكلة التالية،

هل الدالة: $f(A,B,C)$ أعظم ما يمكن. المستهلك يحاول إشباع حاجته من السلع في حدود ميزانيته أي بناء على قيد وأسعار السلع. (R) دخل المستهلك وهو ثابت. (A,B,C) أسعار السلع ثوابث.

- **المشكلة الاقتصادية:** هي العلاقة النسبية بين الموارد الاقتصادية والحاجات الإنسانية وهي ناتجة عن العجز في إشباع الحاجات الإنسانية المتعددة والمتنوعة والمتجددة بشكل مستمر.
- **الموارد الاقتصادية:** الموارد التي تكلف الإنسان جهدا ووقتا عند استخدامها لإنتاج وإشباع احتياجاته، ولولا هذه التكلفة لما أصبح مورد اقتصادي. وهي تتمثل في: الأرض، رأس المال، العمل والتنظيم.

2- العوامل التي تساعد على تفاقم المشكلة الاقتصادية هي: – ندرة الموارد في الطبيعة، – وتعدد وتزايد الرغبات والحاجات الانسانية.

3- إن النظرية الأولى للمنفعة تفترض قياسها جراء استهلاك وحدات معينة من سلعة ما. لكن في الحقيقة المنفعة شيء حسي وشعور لا يمكن قياسه. كذلك من بين فرضيات هذه النظرية أن شروط التوازن تفرض على المستهلك المقارنة بين المنافع الحدية أي مقارنة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على جميع السلع، لكن بعض السلع لا يمكن تقسيمها أو تجزئتها كالسيارة، مبرد الهواء،...إن نظرية المنفعة المقاسة نظرية تبقى مقبولة على العموم رغم انطلاقها من مجموعة من الفرضيات غير الواقعية، و رغم ذلك فقد أوصلتنا إلى نتائج مقبولة ميدانيا و تطبيقيا منها العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من سلعة و سعرها.

4- شرح كل من منحنى استهلاك الدخل ومنحنى استهلاك السعر، تبيان فيما يفيد كل منهما:

منحنى استهلاك الدخل: هو عبارة عن المحل أو الخط الهندسي الذي يربط بين مختلف نقاط توازن المستهلك التي تحدث عندما يتغير الدخل دون غيره من العوامل الأخرى. يفيد هذا المنحنى في اشتقاق منحنى انجل (نوعية السلعة).

منحنى استهلاك السعر: هو عبارة عن المحل أو الخط الهندسي الذي يربط بين مختلف نقاط التوازن والتي كانت نتيجة تغير إحدى السلع دون غيرها من العوامل الأخرى. و يفيد هذا استخدام هذا المنحنى في اشتقاق دالة الطلب للمستهلك (المرونة مثلا،...).

5- نعم صحيح. إذا تغيرت الميزانية وبقيت أسعار كل من x ، y ثابتة، فإن TMS_{xy} هي نفسها لكل مجموعة من المجموعات المثالية للسلع x و y حيث أن:

$$TMS_{xy} = \frac{P_x}{P_y}$$

3-2- التمارين المحلولة:

التمرين 1:

انطلاقا من جدول المنفعة الكلية التالي:

الوحدات المستهلكة من X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
المنفعة الكلية UTx	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27

1- استخرج جدول المنفعة الحدية.

2- ارسم على منحنى كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية وحدّد نقطة أقصى إشباع.

- حل التمرين 1:

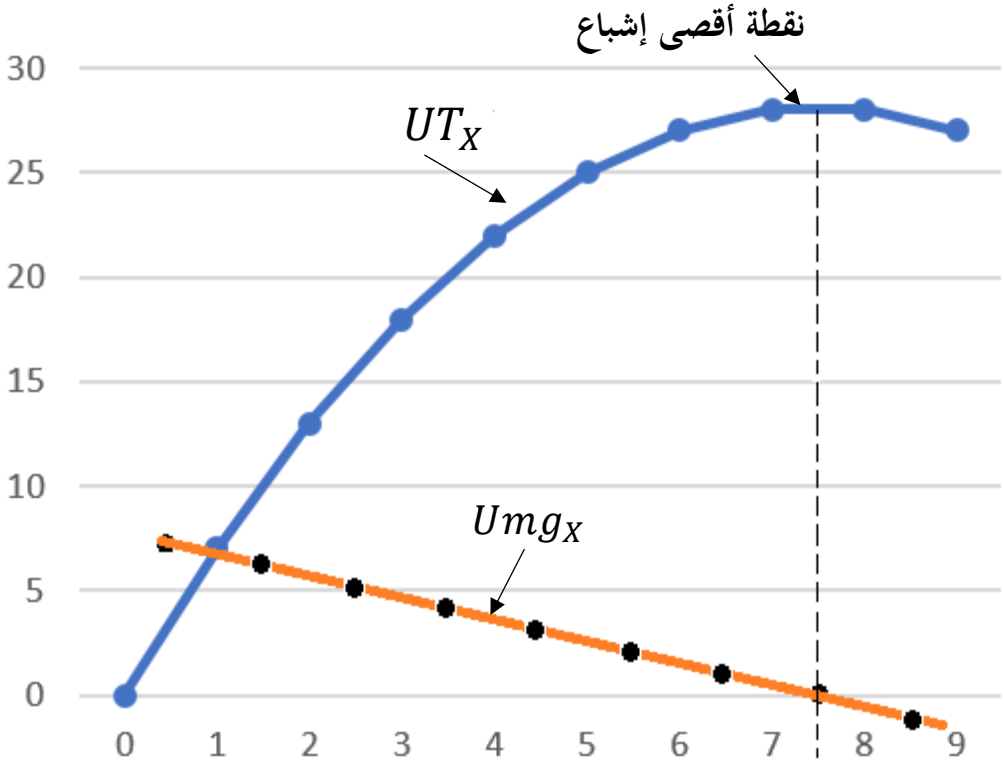
1- استخرج جدول المنفعة الحدية:

نعلم أنه في حالة الدوال المتقطعة يمكن حساب المنفعة الحدية لـ X على النحو التالي:

$$Umg_X = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} = \frac{UT_2 - UT_1}{Q_{X_2} - Q_{X_1}}$$

Q_X	UT_X	Umg_X
0	0	7
1	7	6
2	13	5
3	18	4
4	22	3
5	25	2
6	27	1
7	28	0
8	28	-1
9	27	

2- ارسم على منحنى كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية وحدّد نقطة أقصى إشباع.



التمرين 2:

لتكن دالة المنفعة الكلية $UT = F(A,B)$ لمستهلك ما على النحو التالي:

$$UT = 2A + 4B + AB + 8$$

وإذا كانت أسعار السلعتين A و B هو: $P_A = 5um$ و $P_B = 10um$ وكان الدخل المستهلك $R = 50\ um$.

1- متى يتحقق شرط توازن المستهلك؟

2- حدّد الكميات من السلعتين A و B التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن وهذا باستعمال طريقة الإحلال والاستبدال، طريقة مضاعف لاغرونج، طريقة شرط التوازن.

حل التمرين 2:

لدينا:

$$\begin{cases} UT = 2A + 4B + AB + 8 & \text{دالة الهدف} \\ 50 = 5A + 10B & \text{دالة الدخل} \end{cases}$$

لدينا شرط التوازن: $\frac{UM_A}{P_A} = \frac{UM_B}{P_B} = \lambda$

1- يتحقق شرط توان المستهلك (انظر للمحاضرة)

2- حدّد الكميات من السلعتين A و B التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن:

- **طريقة الإحلال والاستبدال:**

$$\begin{cases} UT = 2A + 4B + AB + 8 \\ B = 5 - \frac{1}{2}A \end{cases}$$

نحل قيمة B في المعادلة UT:

$$UT = 2A + 4(5 - \frac{1}{2}A) + A(5 - \frac{1}{2}A) + 8$$

$$UT = 2A + 20 - 2A + 5A - \frac{1}{2}A^2 + 8$$

$$UT = -\frac{1}{2}A^2 + 5A + 28$$

$$U \max \begin{cases} UT' = 0 \\ UT'' \langle 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -A + 5 = 0 \\ -1 \langle 0 \end{cases}$$

$$-A + 5 = 0 \Rightarrow A = 5 \quad u \qquad B = 5 - \tfrac{1}{2}(5) \Rightarrow B = 2.5 \quad u$$

المستهلك يصل إلى أقصى إشباع (منفعة) عند استهلاك 5 وحدات من السلعة A ووحدتين ونصف (2.5) من السلعة B.

أقصى إشباع (الكميات المثلى) هي:

$$U\,max = 2(5) + 4(2.5) + (5)(2.5) + 8$$

$U\,max =$40.5 وحدة منفعة

- **طريقة لاغرونج:**

$$L = f(A,B) + \lambda(R - AP_A - BP_B)$$

شروط الدرجة الأولى:

$$L = 2A + 4B + AB + 8 + \lambda(50 - 5A - 10B)$$

$$\frac{\partial L}{\partial A} = 2 + B - 5\lambda = 0 \ldots..(1) \quad \rightarrow (1) \Rightarrow \lambda = \frac{2 + B}{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial B} = 4 + A - 10\lambda = 0 \ldots..(2) \quad \rightarrow (2) \Rightarrow \lambda = \frac{4 + A}{10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 50 - 5B - 10B = 0 \ldots..(3)$$

من (1) و (2) نستنتج:

$$\frac{2 + B}{5} = \frac{4 + B}{10} \Rightarrow (4 + B)\,5 = (2 + B)\,10$$

$$20 + 5B = 20 + 10B \Rightarrow 5B = 10B$$

$$\Rightarrow B = \frac{10B}{5}$$

$$B = 2B$$

نعوض في المعادلة (3) نجد:

$$50 = 5\,(2B) + 10B = 20B$$

$$\Rightarrow B = \frac{5}{2}$$

$$A = 2B \quad \Rightarrow A = 2\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\underline{\Rightarrow A = 5}$$

$$\lambda = \frac{2 + B}{5} = \frac{4 + A}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{9}{10}$$

$$U = 2A + 4B + AB + 8 = \underline{40.5}$$

شروط الدرجة الثانية (2):

$$\Delta = 0 - (1)\,(0 - 50) - 5\,(-10) \Rightarrow \underline{\Delta = 100 \rangle 0}$$

التمرين 3:

يتحدد مستوى الإشباع عند مستهلك ما عند استخدامه لعدد معين من الكميات من السلعتين A و B وأسعارها على التوالي: $P_A = 18\,um$ و $P_B = 12\,um$ أما R فيمثل دخل المستهلك.

المطلوب:

1- إذا كان منحنى السواء الذي يتحرك عليه المستهلك معطى بالدالة: $B = \frac{6}{A}$. حدد معادلة خط الميزانية، وحدد إحداثيات النقطة التي يمس فيها منحنى السواء B خط الميزانية. ماذا تمثل هذه الاحداثيات؟

2- أحسب قيمة الدخل.

3- مثل هذه النتيجة بيانيا.

حل التمرين 3:

1- حدد معادلة خط الميزانية:

لدينا معادلة الدخل: $R = AP_A + BP_B$ وبتعويض أسعار السلعتين داخل معادلة الدخل تصبح على النحو التالي:

$$\mathrm{R} = 18\,\mathrm{A} + 12\,\mathrm{B} \;\Rightarrow\; \mathrm{B} = -\frac{3}{2}\,\mathrm{A} + \frac{R}{12}$$

إذا معادلة خط الميزانية تكتب على الشكل: $\mathrm{B} = -\frac{3}{2}\,\mathrm{A} + \frac{R}{12}$

- لحساب احداثيات النقطة التي يمس فيها منحنى السواء B خط الميزانية فإن:

$$-\frac{3}{2}\,\mathrm{A} + \frac{R}{12} = \frac{6}{A}$$

نقوم بمساواة ميل منحنى وميل خط الميزانية حيث لدينا:

- مثل منحنى السواء يمثل المشتقة الأولى لدالة المنحنى ويكتب على النحو التالي:

$$\frac{dB}{dA} = \frac{(0\,.A) - (6\,.1)}{A^2} \;\Rightarrow\; \frac{dB}{dA} = \frac{-6}{A^2}$$

- أما ميل خط الميزانية فيمثل معامل A (إذا علمنا أن B بدلالة A) وهو يساوي أي معامل A:

$$-\frac{3}{2}$$

بالمساواة بين ميل منحنى السواء وميل خط الميزانية نجد:

$$\frac{-6}{A^2} = -\frac{3}{2} \;\Rightarrow\; A = 2 \quad \Rightarrow B = 3$$

- هذه الإحداثيات تمثل الكميات من السلعتين A وB التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن وتسمى نقطة التوازن.

2- حساب قيمة الدخل R:

عند التوازن نعوض قيمة A بـ: 2 ونحصل على

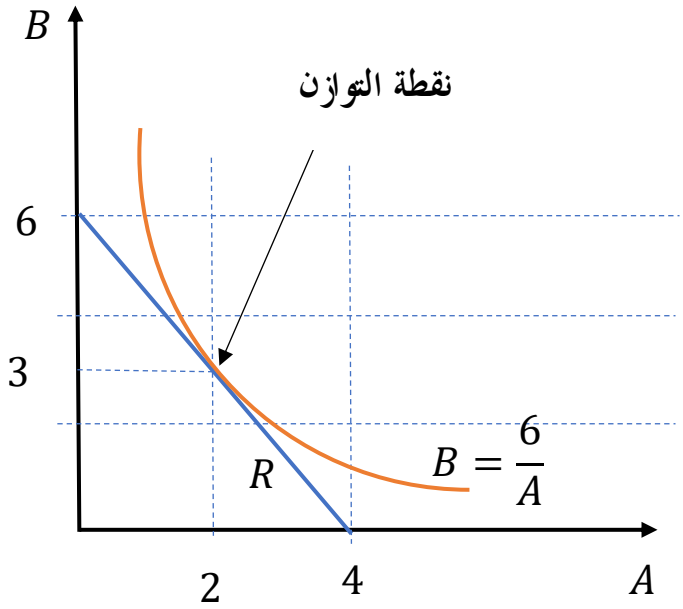
$$-\frac{3}{2}\,\mathrm{A} + \frac{R}{12} = \frac{6}{A} \;\Rightarrow\; -\frac{3}{2}\,(2) + \frac{R}{12} = \frac{6}{(2)} \;\Rightarrow\; R = 72\,um$$

3- تمثيل هذه النتيجة بيانيا:

لابد من رسم خط الميزانية من المعادلة: $72 = 18\,A + 12\,B$ والذي يحتاج على الأقل لنقطتين لرسمه.

النقاط الممكنة هي فقط الموجودة على محوري التراتيب والأعمدة حيث:

A	0	4
B	6	0



التمرين 4:

لتكن بيانات المنفعة الكلية للسلعة (X) كما يلي في الجدول الآتي:

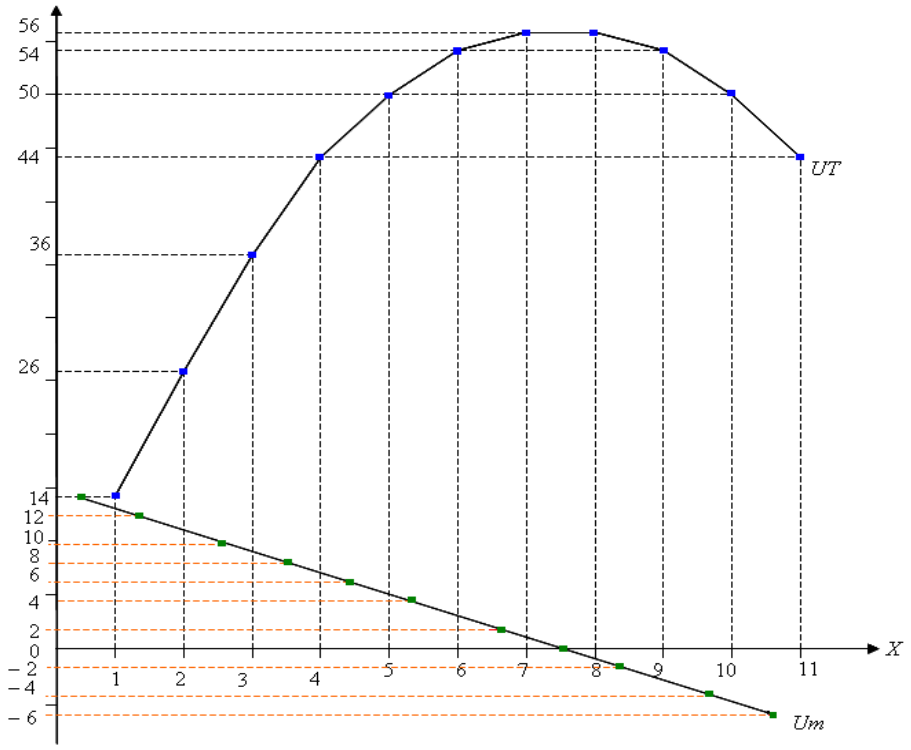
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UT	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27

1- استنتج جدول المنفعة الحدية.

2- مثل بيانات المنفعة الكلية والمنفعة الحدية، ثم حدّد نقطة أقصى إشباع.

حل التمرين 4:

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	X
44	50	54	56	56	54	50	44	36	26	14	0	UT
-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	-	UM



بيانيا:

من البيان أقصى إشباع يكون عند أعظم نقطة للمنفعة الكلية والمنفعة الحدية تكون مساوية للصفر وهذه النقطة هي $X = 7.5$

رياضيا:

$$UT = 15X - X^2$$

$$\text{U max} \begin{cases} UT' = 0 \\ UT'' < 0 \end{cases} \begin{cases} -2X + 15 = 0 \\ -2 < 0 \end{cases}$$

$$-2X + 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{15}{2} \quad \Rightarrow \underline{X = 7.5\ u}$$

$$U\ max = 15\ (7.5) - (7.5)^2$$

$$U\ max = 56.25 \quad Utiles$$

المقارنة:

- نلاحظ من البيان أنه كلما تزايدت المنفعة الكلية تناقصت المنفعة الحدية وهذا ما يسمى بقانون تناقص المنفعة الحدية.

- عندما تصل المنفعة الكلية لأقصى قيمة تنعدم المنفعة الحدية (أقصى إشباع للمستهلك يكون عند انعدام المنفعة الحدية).

– لما المنفعة الكلية تبدأ في التناقص المنفعة الحدية تأخذ قيم سالبة.

قانون المنفعة الحدية:

هذا يعني أن المنفعة الحدية أي منفعة الوحدة الأخيرة تتناقص مع زيادة الكمية المستهلكة من هذه السلعة. اما المنفعة الكلية أي مجموع المنافع الحدية $(UT_X = \sum UM_X)$ فتزداد نتيجة استهلاك وحدات إضافية لكن بمعدّل متناقص، وتصل المنفعة الكلية إلى أقصى مستوى لها عند بلوغ المنفعة الحدية درجة الصفر.

التمرين 5:

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك تكتب على الشكل التالي: $U = x^{3/4}\, y^{1/4}$

وقيد الميزانية على الشكل التالي: $R = XPx + YPy$

1- المطلوب إيجاد دوال الطلب على السلعتين x و y.

2- دراسة دوال الطلب في السؤال السابق.

3- إذا كانت $Px = Py = 2$ و $R = 10$ ثم $R = 20$.

المطلوب رسم منحنى استهلاك دخل مع استخلاص منحنى انجل بالنسبة للسلعة y .

4- إذا بقي Px و R على حاله مع تغير سعر السلعة y أخدا القيم التالية: 4، 2، 1.

المطلوب إيجاد نقاط التوازن الجديدة ورسم منحنى استهلاك سعر مع استخلاص منحنى الطلب للسلعة y.

5- إذا ضربنا الدخل والأسعار بنفس المعامل. ما هي التغيرات التي تطرأ على دوال الطلب x و y.

حل التمرين 5:

1- إيجاد دوال الطلب على السلعتين x و y:

$$L = x^{3/4}\, y^{1/4} + \lambda\,(R - XPx - YPy)$$

$$\frac{\delta U}{\delta x} = \frac{3}{4}\, x^{1-/4}\, y^{1/4} - \lambda Px = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}\left(\frac{y}{x}\right)^{1/4} = \lambda Px \ldots\ldots (1)$$

$$\frac{\delta U}{\delta y} = \frac{1}{4}\, x^{3/4}\, y^{-3/4} - \lambda Py = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^{3/4} = \lambda Py \ldots\ldots (2)$$

$$\frac{\delta U}{\delta \lambda} = R - XPx - YPy = 0 \ldots\ldots (3)$$

من (1) و (2) نجد:

$$\lambda = \frac{\frac{3}{4}\left(\frac{y}{x}\right)^{1/4}}{Px} = \frac{\frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^{3/4}}{Py}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{3}{4}\left(\frac{y}{x}\right)^{1/4}}{\frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^{3/4}} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{12}{4}\frac{y}{x} = \frac{Px}{Py}$$

$$\Rightarrow XPx = 3YPy$$

نعوض في معادلة خط الميزانية (3):

$$X = \frac{3YPy}{Px}$$

$$R - XPx - YPy = 0$$
$$\Rightarrow R = 3YPy - YPy = 0$$
$$\Rightarrow Y = \frac{R}{4Py}$$

$$X = \frac{3\left(\frac{R}{4Py}\right) Py}{Px} \quad \Rightarrow X = \frac{3R}{4Px}$$

2- دراسة دوال الطلب في السؤال السابق:

دالة الطلب بالنسبة للسلعة y

$$Y = \frac{R}{4Py}$$

$$\frac{\delta y}{\delta Py} = \left(\frac{R}{4Py}\right)' = \frac{-4R}{16\,Py^2} = \frac{-R}{4Py^2} \langle 0$$

الدالة متناقصة

$$\frac{\delta^2 Y}{\delta Py^2} = \frac{8PyR}{16Py^4} = \frac{R}{2Py^3} \rangle 0$$

الدالة محدبة بالنسبة لنقطة الأصل

- دالة الطلب بالنسبة للسلعة x:

$$x = \frac{3R}{4Px}$$

$$\frac{\delta X}{\delta Px} = \left(\frac{3R}{4Px}\right)' = \frac{-12R}{16Px^2} = \frac{-3R}{4Px^2} \langle 0$$

الدالة متناقصة

$$\frac{\delta^2 X}{\delta Px^2} = \frac{24PxR}{16Px^4} = \frac{3R}{2Px^2} \rangle 0$$

الدالة محدبة بالنسبة لنقطة الأصل

3- رسم منحنى استهلاك دخل مع استخلاص منحنى انجل بالنسبة للسلع x و y لدينا المعطيات :

$Px = Py = 2$ و $R = 10$ ثم $R = 20$ ، $X = \frac{3R}{4Px}$ ،$Y = \frac{R}{4P}$

لما: $Px = Py = 2$ و $R = 10$

$$A\left(x = \frac{3.10}{4.2} = \frac{15}{4} \ , \ y = \frac{10}{4.2} = \frac{5}{4}\right)$$

$$\Rightarrow U = \left(\frac{15}{4}\right)^{3/4}\left(\frac{5}{4}\right)^{1/4}$$

$$\Rightarrow U = 2.849$$

$$A\ (x = 3.75 \ , \ y = 1.25)$$

لما: $Px = Py = 2$ و $R = 20$

$$B\left(x = \frac{15}{2} \ , \ y = \frac{20}{4.2} = \frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow U = \left(\frac{15}{2}\right)^{3/4}\left(\frac{5}{2}\right)^{1/4}$$

$$\Rightarrow U = 5.89$$

$$B\ (x = 7.5 \ , \ y = 2.5)$$

A يقابلها على منحنى انجل $A'\ (R = 10 \ , \ y = 1.25)$

B' يقابلها على منحنى انجل $B'\ (R = 20 \ , \ y = 2.5)$

خط الميزانية $R = XPx + YPy$

$$10 = 2x + 2y$$

$$x = 0 \quad \Rightarrow y = 5$$

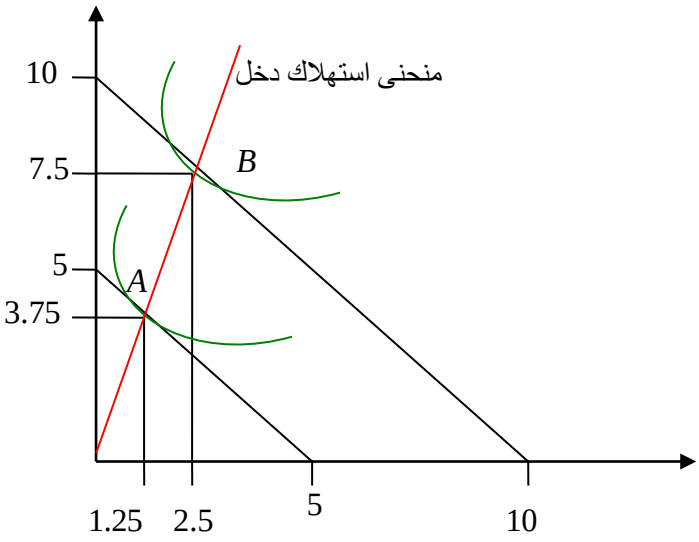
$y = 0 \quad \Rightarrow x = 5$

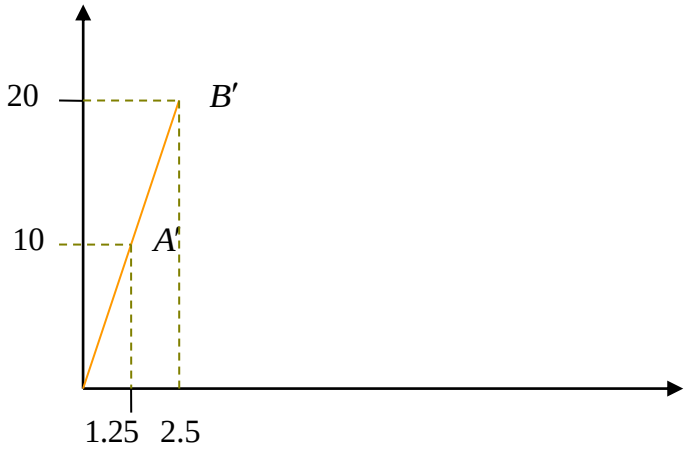
$20 = 2x + 2y$

$x = 0 \quad \Rightarrow y = 10$

$y = 0 \quad \Rightarrow x = 10$

نقلب المحاور لغرض واحد وهو إيجاد منحنى انجل بالنسبة للسلعة y





4- إيجاد نقاط التوازن الجديدة ورسم منحنى استهلاك سعر مع استخلاص منحنى الطلب للسلعة y

لدينا:

النقطة A: $Py = 4$ ، $Px = 2$ ، $R = 10$

$A\ (x = 3.75\ ,\ y = 0.62)$

$$x = \frac{30}{8} = 3.75$$

$$y = \frac{10}{16} = 0.62$$

يقابلها على منحنى الطلب $A'\ (Py = 4\ ,\ y = 0.62)$

النقطة B: $Py = 2$ ، $Px = 2$ ، $R = 10$

$$B\ (x = 3.75\ ,\ y = 1.25)$$

$$x = \frac{30}{8} = 3.75$$
$$y = \frac{10}{8} = 1.25$$

يقابلها على منحنى الطلب $B'\ (Py = 2\ ,\ y = 1.25)$

النقطة C: $Py = 1$ ، $Px = 2$ ، $R = 10$

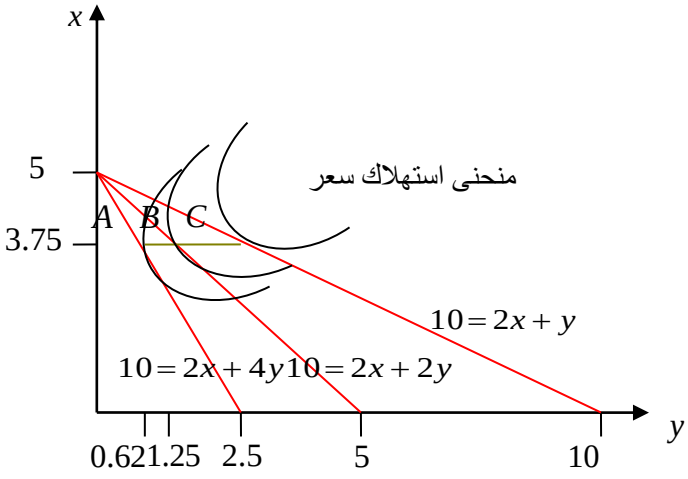
$$C\ (x = 3.75\ ,\ y = 2.5)$$

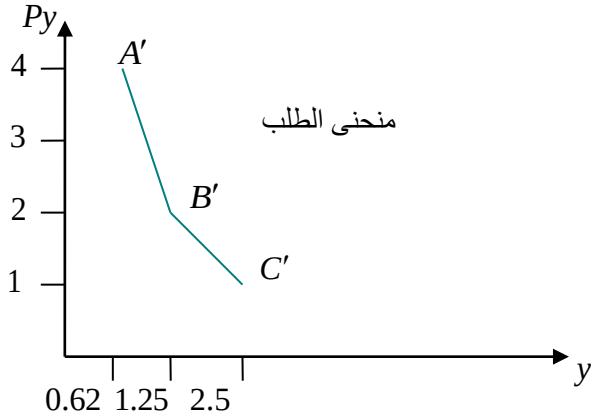
$$x = \frac{30}{8} = 3.75$$
$$y = \frac{10}{4} = 2.5$$

يقابلها على منحنى الطلب $C'\ (Py = 1\ ,\ y = 2.5)$

خط الميزانية $R = XPx + YPy$

$$10 = 2x + 4y$$
$$x = 0 \Rightarrow y = 2.5$$
$$y = 0 \Rightarrow x = 5$$
$$10 = 2x + 2y$$
$$x = 0 \Rightarrow y = 5$$
$$y = 0 \Rightarrow x = 5$$
$$10 = 2x + y$$
$$x = 0 \Rightarrow y = 10$$
$$y = 0 \Rightarrow x = 5$$





$$X_1 = \frac{3\alpha R}{4\alpha P x} = \frac{3R}{4Px} \Rightarrow X = X_1$$

$$Y_1 = \frac{\alpha R}{4\alpha P y} = \frac{R}{4Py} \Rightarrow Y = Y_1$$

التمرين 6:

إن تفضيلات الكميات من السلع 1 و2 لمستهلك ما يمكن ترجمتها رياضيا بواسطة بدالة المنفعة التالية:

$$U\ (X_1, X_2) = X_1^{0.3}\ X_2^{0.7}$$

حيث أن الكميات من X_1 و X_2 تمثل على التوالي الكميات من السلعة 1 و2.

دخل المستهلك يرتفع لقيمة قدرها $R = 50\ u.m$ وأسعار السلعتين 1 و 2 على التوالي: أن: $P_1 = 2$ و$P_2 = 5$،

1) المعدل الحدي للإحلال TMS.

2) كتابة الصيغة الرسمية لشرط تعظيم منفعة المستهلك.

3) أوجد بالاستعانة بطريقة الاستبدال والإحلال التوفيقة المثلى التي تعظم المنفعة.

4) أوجد نفس النتيجة بالاعتماد على طريقة مضاعف لاغرانج.

5) إذا قمنا بتحويل رتابة الدالة بشكل متزايد $U\ (X_1, X_2)$ على النحو التالي: $V(U) = LnU$ باستخدام نفس طريقة مضاعف لاغرانج بين أننا سنحصل على نفس النتائج.

6) مثل بيانيا التوفيقة المثلى.

حل التمرين 6:

1) المعدل الحدي للإحلال TMS يحسب كنتيجة للعلاقة بين المشتقات الجزئية الأولى لدالة المنفعة الكلية:

لدينا: $U = X_1^{0.3}\ X_2^{0.7}$

$$UM_{X_1} = \frac{\partial\ U}{\partial\ X_1} \Rightarrow UM_{X_1} = 0.3\ X_1^{0.3-1}\ X_2^{0.7} \Rightarrow UM_{X_1} = 0.3\ X_1^{-0.7}\ X_2^{0.7}$$

$$UM_{X_2} = \frac{\partial\ U}{\partial\ X_2} \Rightarrow UM_{X_2} = 0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{1-0.7} \Rightarrow UM_{X_2} = 0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{-0.3}$$

$$TMS_{X_2X_1} = \frac{UM_{X_1}}{UM_{X_2}} = \frac{0.3\ X_1^{-0.7}\ X_2^{0.7}}{0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{-0.3}}$$

$$TMS_{X_2X_1} = \frac{0.3\ X_2^{0.3}\ X_2^{0.7}}{0.7\ X_1^{0.3}\ X_1^{0.7}}$$

$$TMS_{X_2X_1} = \frac{3\ X_2}{7\ X_1}$$

2) كتابة الصيغة الرسمية لشرط تعظيم منفعة المستهلك:

يسعى المستهلك لتعظيم منفعته تحت قيد الدخل وتكتب الصيغة الرسمية لشرط تعظيم المنفعة على النحو التالي:

$$\begin{cases} Max & U = X_1^{0.3}\ X_2^{0.7} \\ S.c & 50 = 2\ X_1\ + 5\ X_2 \end{cases}$$

3) إيجاد التوفيقة المثلى التي تعظم المنفعة بالاستعانة بطريقة الاستبدال والإحلال:

- المرحلة الأولى التعبير بمتغير بدلالة متغير آخر (متغير دالة في متغير آخر) انطلاقا من قيد معين (في هذه الحالة X_2 كدالة في المتغير X_1) أي:

$$50 = 2\ X_1\ + 5\ X_2\ \ \ldots..(1)$$

$$(1) \Leftrightarrow X_2 = \frac{50 - 2\ X_1}{5}$$

$$(1) \Leftrightarrow X_2 = 10 - 0.4\ X_1$$

- المرحلة الثانية هو تعويض X_2 بالصيغة الجديدة التي تم إيجادها في دالة المنفعة على النحو التالي:

$$U\big(X_1, X_2(X_1)\big) = X_1^{0.3}[X_2(X_1)]^{0.7} \quad \dots (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow U\big(X_1, X_2(X_1)\big) = X_1^{0.3}\,(10 - 0.4\,X_1)^{0.7}$$

- المرحلة الأخيرة هو التعظيم بدون قيد هذه الدالة الجديدة للمنفعة والتي تتبع متغير واحد فقط هو X_1، شروط الرتبة الأولى هو إيجاد المشتقة الجزئية الأولى لهذه الدالة بدلالة X_1 ونضعها مساوية للصفر على النحو التالي:

$$\frac{d\,U\big(X_1, X_2(X_1)\big)}{d\,X_1} = 0.3\,X_1^{-0.7}\,(10 - 0.4\,X_1)^{0.7} - 0.7\,(10 - 0.4\,X_1)^{0.7-1}(0.4)\,X_1^{0.3} = 0$$

$$0.3\,X_1^{-0.7}(10 - 0.4\,X_1)^{0.7} - 0.28\,(10 - 0.4\,X_1)^{0.7-1}\,X_1^{0.3} = 0$$

$$0.3\,X_1^{-0.7}(10 - 0.4\,X_1)^{0.7} = 0.28\,(10 - 0.4\,X_1)^{-0.3}\,X_1^{0.3}$$

$$0.3\,\frac{(10 - 0.4\,X_1)^{0.7}}{(10 - 0.4\,X_1)^{-0.3}} = 0.28\,\frac{X_1^{0.3}}{X_1^{-0.7}}$$

$$0.3\,(10 - 0.4\,X_1) = 0.28\,X_1$$

$$X_1 = 7.5$$

القيمة المثلى للكمية X_2 يمكن تحديدها باستعمال الصيغة السابقة (معادلة خط الميزانية) المحصل عليها أي:

$$X_2 = 10 - 0.4\,X_1$$

$$X_2 = 10 - 0.4\,(7.5)$$

$$X_2 = 7$$

في الأخير يجب التحقق من شروط الدرجة الثانية:

$$\frac{d^2\,U\big(X_1, X_2(X_1)\big)}{d\,X_1^2} = (0.3)(-0.7)X_1^{-0.7-1}(10 - 0.4\,X_1)^{0.7}$$
$$+(0.7)(-0.4)(10 - 0.4\,X_1)^{0.7-1}\,(0.3)X_1^{-0.7}$$
$$-(0.28)(-0.3)(10 - 0.4\,X_1)^{-0.3-1}(-0.4)\,X_1^{0.3}$$
$$-0.3\,X_1^{0.3-1}\,(-0.28)\,(10 - 0.4\,X_1)^{-0.3}$$

$$\frac{d^2\,U\big(X_1, X_2(X_1)\big)}{d\,X_1^2} = -0.21\,X_1^{-1.7}(10 - 0.4\,X_1)^{0.7} - 0.084\,(10 - 0.4\,X_1)^{-0.3}$$
$$.\ X_1^{-0.7} - 0.0336\,(10 - 0.4\,X_1)^{-1.3} - 0.84\,X_1^{-0.7}\,(10 - 0.4\,X_1)^{-0.3} < 0$$

الشرط الثاني محقق، إذا التوفيقة المثلى هي $X_1 = 7.5$ و $X_2 = 7$

4) أوجد نفس النتيجة بالاعتماد على طريقة مضاعف لاغرانج:

المرحلة الأولى كتابة دالة لاغرانج:

$$L(X_1,\ X_2, \lambda) = X_1^{0.3}\,X_2^{0.7} + \lambda(50 - 2\,X_1 - 5\,X_2)$$

المرحلة الثانية إيجاد شروط المرتبة الأولى:

$$\begin{cases} L_1 = \dfrac{\partial L(X_1,\ X_2, \lambda)}{\partial\ X_1} = 0.3\ X_1^{-0.7}\ X_2^{0.7} - 2\lambda = 0 & (1) \\ L_2 = \dfrac{\partial L(X_1,\ X_2, \lambda)}{\partial\ X_2} = 0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{-0.3} - 5\lambda = 0 & (2) \\ L_\lambda = \dfrac{\partial L(X_1,\ X_2, \lambda)}{\partial\ \lambda} = 50 - 2\ X_1\ - 5\ X_2 = 0 & (3) \end{cases}$$

المعادلتين الأولى والثانية تسمح لنا بالحصول على:

$$\begin{cases} 0.3\ X_1^{-0.7}\ X_2^{0.7} = 2\lambda \\ 0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{-0.3} = 5\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \frac{0.3\ X_1^{-0.7}\ X_2^{0.7}}{0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{-0.3}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{X_2}{X_1} = \frac{14}{15}$$

$$\Leftrightarrow X_2 = \frac{14}{15}\ X_1$$

بتعويض X_2 بهذه الصيغة المحصل عليها في المعادلة (3) في معادلات شروط الدرجة الأولى سنحصل على:

$$(3) \ \Leftrightarrow \ 50 - 2\ X_1\ - 5\ \left(\frac{14}{15}\right)\ X_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \ X_1\ = 7.5$$

إذا القيمة المثلى لـ X_2 هي:

$$X_2 = \frac{14}{15}\ (7.5)$$

$$\Leftrightarrow \ X_2\ = 7$$

إذا الكميات المثلى عند استخدام دخل قدره $R = 50$ خل هي 7.5 وحدات من X_1 و7 وحدات من X_2.

المرحلة الثالثة إيجاد شروط المرتبة الثانية:

$$\Delta\ = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 L}{\partial\ {X_1}^2} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial\ X_1 \partial y} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial\ X_1 \partial \lambda} \\ \dfrac{\partial^2 L}{\partial X_2 \partial x} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial {X_2}^2} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial X_2 \partial \lambda} \\ \dfrac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial x} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial y} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta\ = \begin{vmatrix} (-0.7)\ 0.3\ X_1^{-1.7}\ X_2^{0.7} & (0.7) 0.3\ X_1^{-0.7}\ X_2^{-0.3} & -2 \\ (0.3)\ 0.7\ X_1^{-0.7}\ X_2^{-0.3} & (-0.3)\ 0.7\ X_1^{0.3}\ X_2^{-1.3} & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = -2\begin{vmatrix}(0.7)0.3\ X_1^{-0.7}X_2^{-0.3} & -2\\ (-0.3)\ 0.7\ X_1^{0.3}X_2^{-1.3} & -5\end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix}(-0.7)\ 0.3\ X_1^{-1.7}X_2^{0.7} & -2\\ (0.3)\ 0.7\ X_1^{-0.7}X_2^{-0.3} & -5\end{vmatrix}$$

$$\Delta = 2.1\ X_1^{-0.7}X_2^{-0.3} + 0.84\ X_1^{0.3}X_2^{-1.3} + 5.25\ X_1^{-1.7}X_2^{0.7} + 2.1\ X_1^{-0.7}X_2^{-0.3}$$

نلاحظ أن المحدد مساوي لقيمة موجبة. إذا النتيجة المحصل عليها هي تمثل التوفيقة المثلى.

5) نقوم بتحويل رتابة الدالة بشكل متزايد $U\ (X_1, X_2)$ على النحو التالي:

$$V[U\ (X_1, X_2)] = Ln\ U\ (X_1, X_2) \qquad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow Ln\ U\ (X_1^{0.3}\ X_2^{0.7}) = \ 0.3\ Ln\ X_1 + \ 0.7\ Ln\ X_2$$

إذا دالة التعظيم في هذه الحالة تكون على النحو التالي:

$$V\ (X_1, X_2) = 0.3\ Ln\ X_1 + \ 0.7\ Ln\ X_2$$

بحيث تصبح كتابة صيغة مشكلة المستهلك على النحو التالي:

$$\begin{cases} Max\ \ V\ (X_1, X_2) = 0.3\ Ln\ X_1 + \ 0.7\ LnX_2 \\ S.c \qquad 50 = 2\ X_1\ + 5\ X_2 \end{cases}$$

معادلة لاغرانج تكتب على الشكل التالي:

$$L(X_1,\ X_2, \lambda)\ =\ 0.3\ Ln\ X_1 + \ 0.7\ LnX_2\ +\ \lambda(50\ -\ 2\ X_1\ -5\ X_2)$$

المرحلة الثانية إيجاد شروط المرتبة الأولى:

$$\begin{cases} L_1 = \dfrac{\partial L(X_1,\ X_2, \lambda)}{\partial\ X_1} = \dfrac{0.3}{X_1} - 2\lambda = 0 & (1) \\ L_2 = \dfrac{\partial L(X_1,\ X_2, \lambda)}{\partial\ X_2} = \dfrac{0.7}{X_2} - 5\lambda = 0 & (2) \\ L_\lambda = \dfrac{\partial L(X_1,\ X_2, \lambda)}{\partial\ \lambda} = 50 - 2\ X_1\ -5\ X_2 = 0 & (3) \end{cases}$$

المعادلتين الأولى والثانية تسمح لنا بالحصول على:

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{0.3}{X_1} = 2\lambda \\ \dfrac{0.7}{X_2} - 5\lambda\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\frac{0.3}{X_1}}{\frac{0.7}{X_2}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \ \frac{0.3}{X_1}.\frac{X_2}{0.7} = \frac{2}{5} \Rightarrow \ X_2 = \frac{0.4 \times 0.7}{0.3} X_1$$

$$\Rightarrow\ X_2 = \frac{28}{30}\ X_1$$

ومنه يمكن تعويض X_2 بهذه الصيغة المحصل عليها في المعادلة (3) في معادلات شروط الدرجة الأولى وسنحصل على:

$$(3) \Leftrightarrow \ 50 - 2\ X_1\ -5\ \left(\frac{20}{30}\right) X_1 = 0$$

$$50 = \left(2 + \frac{14}{3}\right) X_1$$

$$\Leftrightarrow \quad X_1 = 7.5$$

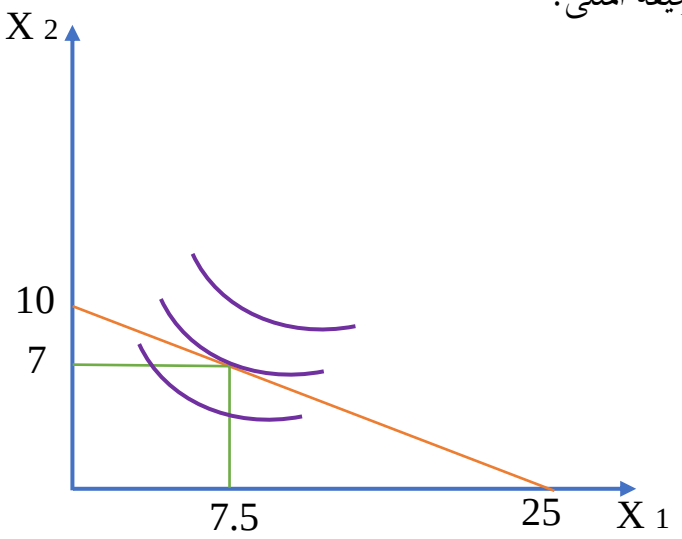
إذا القيمة المثلى لـ X_2 هي:

$$X_2 = \frac{28}{30}(7.5)$$
$$\Leftrightarrow \quad X_2 = 7$$

إذا نحصل على نفس الكميات المثلى عند استخدام

وبالتالي يتم الحصول على نفس النتيجة بالنسبة للكميات المطلوبة، والتي تعتبر منطقية، لأنه من المعروف أن دالة المنفعة تعرف بأنها تحول رتيب متزايد.

6) التمثيل البياني للتوفيقة المثلى:



التمرين 7:

نفترض مستهلك ما يستهلك سلعتين فقط X و X. يمكن تمثيل تفضيلاته بدالة المنفعة التالية:

$$U = \frac{1}{4} X^2 Y$$

هذا المستهلك لديه دخل R والذي يخصصه بالكامل لشراء هاتين السلعتين X و Y، حيث أن: Px وPy، هي أسعار السلعتين X و Y على التوالي.

1) قدم تعرفا لدالة المنفعة الكلية.

2) نفترض أن مستوى المنفعة الكلية قيمة ثابتة قدرها $U_0 = 16$. المطلوب كتابة معادلة منحنى السواء الخاص بهذا المستهلك ورسمه.

3) نفترض أن دخل المستهلك هو $R = 60$ وأسعار السلعتين X و Y على التوالي: $Px = 6$ و $Py =$ 3، المطلوب إيجاد معادلة خط الميزانية ورسمه على نفس المنحنى البياني.

4) أوجد المعدل الحدي للإحلال TMS للسلعة Y بالسلعة X عند أي نقطة.

5) أكتب شرط تعظيم المستهلك وحدد دوال الطلب على السلعتين X و Y. بيّن هذه السلة (التوفيقة) المثلى على هذا الرسم البياني.

حل التمرين 7:

1) دالة المنفعة: نقصد بالمنفعة درجة الرضا والفائدة والسعادة التي يمكن للمستهلك أن يحصل عليها عند استهلاكه لوحدات متتالية من سلعة أو خدمة معينة. أما في هذا المثال فدالة المنفعة هي دالة مرتبطة بالتفضيل والاختيار، فهي العلاقة التي تقوم بتخطيط سلة الاستهلاك لقيمة حقيقية، بحيث تكون المنفعة التي تحققها السلة الخاصة بـ X أكبر من أو مساوية لتلك الموجودة في السلة Y، إذا وفقط إذا كانت السلعة X مفضلة أو معادلة للسلعة Y.

2) إيجاد معادلة منحنى السواء الخاصة بهذا المستهلك ورسم هذا المنحنى، إذا كان مستوى المنفعة الكلية

- يأخذ قيمة ثابتة قدرها $U_0 = 16$

لدينا دالة المنفعة: $U = \frac{1}{4} X^2 Y$

من أجل: $U_0 = 16$ نحصل على $\frac{1}{4} X^2 Y = 16$ حيث: $Y = \frac{64}{X^2}$

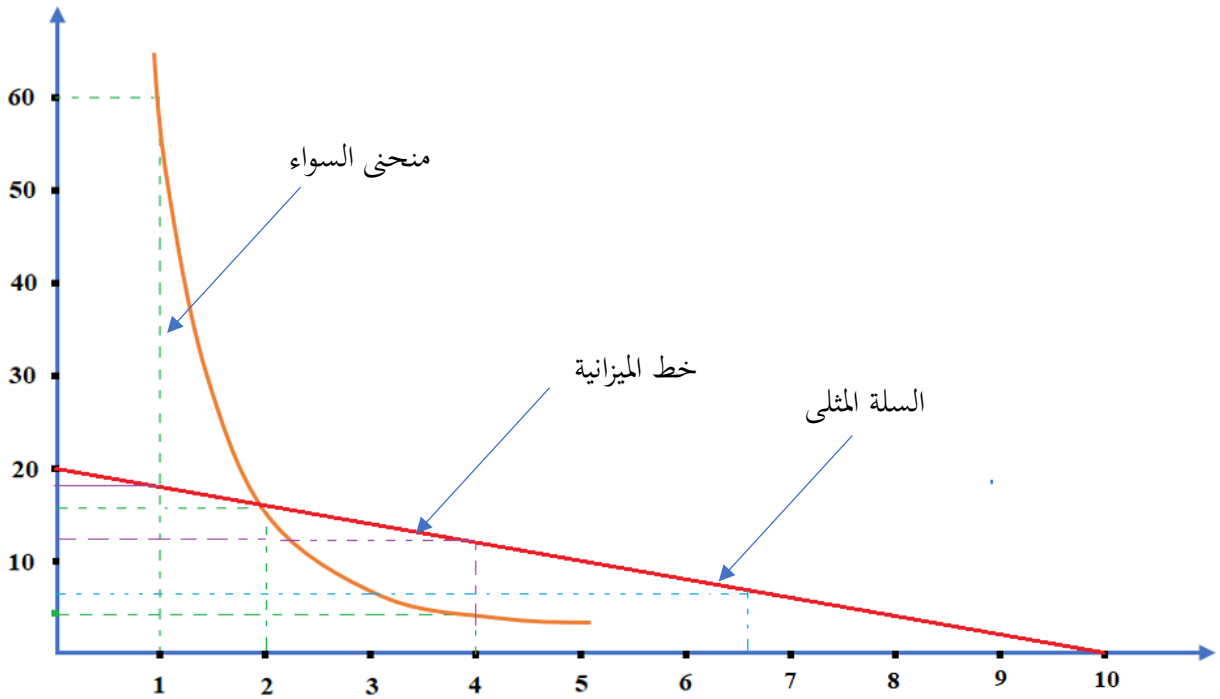
إذا معادلة منحنى السواء تكتب وفق الصيغة التالية: $Y = \frac{64}{X^2}$

- لرسم منحنى السواء، نعطي القيم إلى X ووفقا لهذه القيم، نحدد قيمة Y

بالنسبة لـ $X = 1$ ، بالتعويض في معادلة منحى السواء نجد: $Y = 64$

بالنسبة لـ $X = 2$ ، بالتعويض في معادلة منحى السواء نجد: $Y = 16$

بالنسبة لـ $X = 4$ ، بالتعويض في معادلة منحى السواء نجد: $Y = 4$



3) إيجاد معادلة خط الميزانية ورسمه على نفس المنحنى البياني بافتراض أن دخل المستهلك هو $R = 60$ وأسعار السلعتين X و Y على التوالي: $Px = 6$ و $Py = 3$،

معادلة خط الميزانية تأخذ الشكل التالي: $R = X.Px + Y.Py$ بتعويض دخل المستهلك $R = 60$ و: $Px = 6$ و $Py = 3$، نجد: $60 = 6X + 3Y$

ومنه نجد معادلة خط الميزانية على الشكل التالي:

$$Y = 20 - 2X$$

- من أجل تمثيله بيانيا:

بالنسبة لـ $X = 1$ ، بالتعويض في معادلة خط الميزانية نجد: $Y = 18$

بالنسبة لـ $X = 2$ ، بالتعويض في معادلة خط الميزانية نجد: $Y = 16$

بالنسبة لـ $X = 4$ ، بالتعويض في معادلة خط الميزانية نجد: $Y = 14$

النقاط التي يقطع فيها خط الميزانية المحاور:

- المحور OX: $\frac{R}{P_x} = \frac{60}{6} = 10$
- محور OY: $\frac{R}{P_y} = \frac{60}{3} = 20$

4) أوجد المعدل الحدي للإحلال TMS للسلعة Y بالسلعة X عند أي نقطة.

$$UM_x = \frac{\partial U}{\partial X} \quad \Rightarrow \quad UM_x = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot X.Y$$

$$UM_y = \frac{\partial U}{\partial Y} \quad \Rightarrow \quad UM_y = \frac{1}{4} X^2$$

$$TMS_{yx} = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{2\,\frac{1}{4} X Y}{\frac{1}{4} X^2}$$

$$TMS_{yx} = \frac{2Y}{X}$$

5) تحديد شرط تعظيم المستهلك وتحديد دوال الطلب على السلعتين X و Y. وإظهار السلة (التوفيقة) المثلى على الرسم البياني السابق:

شرط تعظيم المستهلك يكتب على الشكل التالي:

$$\begin{cases} Max & U = \frac{1}{4} X^2 Y \\ S.c & 60 = 6\,\mathrm{X} + 3\,\mathrm{Y} \end{cases}$$

لدينا شرط التوازن:

$$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{2\,\frac{1}{4} X Y}{\frac{1}{4} X^2} = \frac{6}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\ Y}{X} = \frac{6}{3} \Rightarrow 6\,Y = 6\,X$$

$$\Rightarrow Y = X$$

$Y = X$ دالة الطلب على السلعة Y

$X = Y$ دالة الطلب على السلعة X

نعوض قيمة $Y = X$ في معادلة خط الميزانية ونحصل على:

$$6\,\mathrm{X} + 3\,\mathrm{Y} = 6\,\mathrm{Y} + 3\,\mathrm{Y} \Rightarrow 9\,\mathrm{Y} = 60$$

$$\Rightarrow \mathrm{Y} = \frac{60}{9}$$

$$\Rightarrow \mathrm{Y} = \frac{20}{3}$$

لدينا: $Y = X$ ومنه: $Y = X = \frac{20}{3}$

أما عن تمثيل السلة (التوفيقة) المثلى فسيكون على الرسم البياني السابق.

3.3 التمارين المقترحة للحل:

التمرين 8:

تذكير بخصوص حساب المشتقات، المنفعة الحدية UM والمعدل الحدي للإحلال TMS

المطلوب: إكمال الجدول التالي:

$TMS_{y\,x}$	UM_y	UM_x	UT (x , y)
			$2\,x + 3\,y$
			$a\,x + b\,y$
			$2\sqrt{x} + y$
			$\ln x + y$
			$x\,.\,y$
			$x^a\,.\,y^b$
			$x^a + y^b$

التمرين 9:

يحب أحمد بشكل خاص الكتب والأقراص الصلبة المستخدمة. لقد قضى للتو ميزانيته بأكملها على شراء 3 كتب بسعر 20 و.ن لكل منها وقرصين بسعر 10 و.ن لكل منها. يخبرك أحمد أنه مستعدة حاليا للتضحية بكتاب واحد من أجل قرصين. تمثل الأقراص (X) على الإحداثي الكبير والكتب (Y) على المحور ص.

1. ما هي معادلة القيد (الميزانية) الخاصة بأحمد؟

2. هل الاختيار الحالي لأحمد هو الأمثل؟ فسر ومثل بيانيا اختياره. (حدد التركيبة المختارة التي تمثل الحرف A).

في الأسبوع التالي، كان هناك ترويج للكتب حيث انخفض سعرها إلى 10 و.ن لكل منها. أعلن أحمد عن رغبته في شراء 5 كتب و 3 أقراص لأنه في مثل هذه الظروف يكون للكتاب نفس قيمة القرص.

3. توضيح هذه المجموعة الجديدة على نفس الرسم البياني.

4. حدد هذه التركيبة بالحرف B.

5. إذا قمت بدمج التركيبات الممثلة بالحرفين A و B، فما الذي تحصل عليه؟

ياسمين، أخت أحمد، تشتري أيضا الكتب والأقراص المستخدمة مقابل 800 و.ن كل عام. كانت تشتري بأسعار منتظمة بـ 10 و.ن للقرص و 20 و.ن للكتاب. دالة المنفعة الخاصة بها هي على النحو التالي:

$$U = 10\,X\,Y^2$$

6. تحديد أفضل تركيبة لياسمين.

7. وضح ما إذا كان المعدل الحدي للإحلال الخاص بها TMS_{xy} يختلف عن المعدل الحدي للإحلال الخاص بأحمد.

التمرين 10:

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية: $U = X^{\alpha}.Y^{\beta}$

1- نفترض أن Y تبقى ثابتة ومقدار الزيادة في X هو 10%، فما هي نسبة الزيادة في المنفعة الكلية؟ انطلاقا من العبارة السابقة حدّد الدلالة الاقتصادية لكل من α و β.

2- أوجد العلاقة التي تربط بين المعدّل الحدّي للإحلال TMS_{XY} ومرونة المنفعة بالنسبة لكل من السلعتين X و Y (E_X ، E_Y).

3- أوجد العلاقة بين مرونة منحنى السواء ومرونة المنفعة بالنسبة لكل من السلعتين X و Y .

4-نفرض أن مرونة منحنى السواء الموافقة لدالة المنفعة هي: $E = -1$ ومرونة المنفعة بالنسبة لـ X هي: $E_X = +0.5$. بكم سيتضاعف قيمة المنفعة الكلية إذا ضربنا الكميات X و Y في العدد 4.

التمرين 11:

نفترض سلعتين في السوق هما X و Y وأن دالة النفعة الخاصة بالمستهلك تكتب على الشكل التالي:

$$U(X,Y) = Ln\,X + Ln\,Y$$

1- أوجد دوال الطلب الخاصة بالسلعتين X و Y مع العلم أن هما $R = 20$.

التمرين 12:

في حالة وجود دالة منفعة على النحو التالي: $U = f(X,Y) = 4\,X^2\,Y$ ودالة قيد الميزانية أيضا من الشكل: $100 = 10\,X + 20Y$.

1- حدد الكميات المطلوبة على النحو الأمثل باستخدام طريقة مضاعف Lagrange. ما هو مستوى المنفعة الكلية المحققة؟

2- ما هو المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج؟

نفترض أن أسعار السلع هي على النحو التالي: $P_X = 5$ ، $P_Y = 10$ ،

3- ما هو الدخل اللازم لتحقيق أقصى قدر من المنفعة على نفس منحنى السواء.

التمرين 13: (تعظيم المنفعة تحت قيد معين)

لدينا مستهلك ما دالة المنفعة الخاصة به يمكن كتابتها على النحو التالي:

$$U = 2XY + 8X + 5Y$$

مع: $X \geq 0$ و $Y \geq 0$

1- قدم تعريفا للمعدل الحدي للإحلال TMS من 1 إلى 2. أحسب هذا المعدل.

2- إذا كان المستهلك مستهلكا عقلانيا (رشيدا) وينفق كل دخله R لاقتناء السلعتين X و Y بأسعار P_1 و P_2 التوالي على:

- حدّد نقطة التوازن A إذا كان $R = 160$، $P_1 = 8$ ، $P_2 = 5$
- أحسب مستوى المنفعة المحقق U_A .
- مثل ذلك بيانيا.

3- من خلال التمثيل البياني، أظهر تموقع نقطة التوازن D إذا أصبح $R = 200$.

- مثل منحنى الاستهلاك الدخل. هل السلع هي سلع عادية.

التمرين 14:

إذا كان المستهلك يحصل على المنفعة قدرها $UT = 3\,X^{1/4}\,Y^{1/2}$، ونفترض أن هذا المستهلك يخصص كل دخله R لاقتناء سلعتين: السلعة X والسلعة Y. فإذا كان دخل هذا المستهلك هو $R = 96\,um$ و $Px = 2$ أما $Py = 16$، حيث أن: Px و Py ، هي أسعار السلعتين X و Y على التوالي.

1- نفترض أن مستوى المنفعة محدد بقيمة قدرها $UT_0 = 24$. قدم معادلة منحنى السواء الخاصة بهذا المستهلك ورسمها.

2- كتابة معادلة خط الميزانية ورسمها على نفس الرسم البياني.

3- ما هو المعدل الحدي لإحلال السلعة Y بالسلعة X عند أي نقطة.

4- ما الذي هو مساوي للمعدل الحدي للإحلال TMS اشرح ذلك.

5- حدد بالاستعانة بالـ TMS طلبات التوازن للسلع X والسلع Y بالنسبة لهذا المستهلك. أعد توضيح هذه السلة (التوفيقة) المثلى على الرسم البياني.

ـ الفصل الثالث ـ

دوال الطلب

والمرونـــــات

دوال الطلب والمـــــرونات

مقدمة:

لقد بينت النظرية الاقتصادية اتجاه تأثير المتغيرات الكمية (المتغيرات الخارجية) والمتمثلة في السعر، الدخل، أسعار السلع الأخرة سواء البديلة أو المكملة على الطلب على كمية سلعة معينة، لكنها لم توضح مقدار ذلك التأثير. إلا أنه من خلال حساب المرونات يتوضح ذلك أكثر. إن فكرة دراسة دوال الطلب وأيضا المرونات تعتبر من أكثر الموضوعات تطبيقا في مجال السياسة الاقتصادية، وهي مهمة جدا في الدراسات التي يقوم بها قطاع الأعمال لتسويق منتجاتهم، مثلا نجد العديد من التجار يقومون بإعلان تخفيضات موسمية في الأسعار الملابس. فإذا كان الطلب على الملابس مرنا فإن التخفيضات في الأسعار ستؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي. أما في مجال السياسة الاقتصادية تستخدم المرونة في الدراسات الخاصة مثلا بأثر الإعانات على الأفراد. فعندما تقرر الدولة تقديم إعانة لسلعة ما فإن معرفة مرونة العرض ومرونة الطلب ضرورية لتحديد المستفيد الأكبر من هذه الإعانة.

1- تحليل دوال الطلب:

1-1- تعريف السعر:

يعرف السعر أيضا بالثمن وهو قيمة أي سلعة أو خدمة معبر عنها بشكل نقدي. بتعبير آخر هو المبلغ من المال الذي يدفعه المستهلك ثمنا مقابل الحصول على سلعة ما أو خدمة.

في الاقتصاد الجزئي يمكن تعريف السعر بصفة أكثر دقة، على أنه المبلغ الذي يتم دفعه مقابل درجة الإشباع التي يحصل عليها المستهلك من امتلاكه سلعة ما أو حصوله على خدمة معينة.

1-2- تعريف الطلب:

يعرف الطلب بالكمية من السلعة التي يكون المستهلك مستعد وقادر على شرائها عند سعر معين وخلال فترة زمنية محددة. ويقوم الطلب أساسا على عدة عناصر أهمها:

- الرغبة في الشراء؛
- القدرة على الشراء (توفر القوة الشرائية والمعبر عنها بالدخل النقدي)؛
- إمكانية قياس الكمية المراد شراءها عند سعر معين؛
- الفترة الزمنية المحددة.

ينص قانون الطلب على وجود علاقة عكسية بين التغير في السعر والتغير في الكمية المطلوبة، إلا أن هذا القانون لا يكشف عن درجة ذلك التغير ومدى الاستجابة في الكمية المطلوبة وهذا ما يعرف بمرونة الطلب السعرية.

ويمكن أم نميز بين نوعين من الطلب: طلب المستهلك الفردي (ويعرف أيضا بالطلب الفردي) والطلب الثاني هو طلب السوق.

- **دالة الطلب الفردي**: يتمثل الطلب الفردي في الكمية التي يطلبها الفرد أو الأسرة من سلعة أو خدمة ما وخلال فترة زمنية محددة وعند سعر معين.
- **دالة طلب السوق**: ويعرف أيضا بالطلب الكلي ويمثل إجمالي الكميات من السلع التي يطلبها المجتمع أي مجموع الأفراد من هذه السلعة عند نفس سعر الطلب الفردي وخلال نفس الفترة الزمنية. إن

الطلب الكلي يمكن الحصول عليه بجمع الطلبات الفردية ببعضها البعض عند نفس سعر وخلال نفس الفترة الزمنية.

1-3- الكمية المطلوبة من السلعة وعلاقتها بالعوامل الأخرى:

هناك عدد من العوامل التي تؤثر في على الطلب الكلي على السلعة ما ، Q_x^d أهمها سعر السلعة نفسها P_x أيضا دخل المستهلك R بالإضافة لأسعار السلع الأخرى سواء كانت مكملة أم بديلة (P_y ، P_z). هناك عوامل أخرى قد تتحكم في كمية الطلب على السلعة كذوق المستهلك (G)، توقعات المستهلك (V)، عدد المستهلكين في السوق (N)،...

رياضيا يمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الطلبة على سلعة ما والعوامل المحددة لها على النحو التالي:

$$Q_x^d = f\ (P_x, R, P_y, P_z, G, V, N)$$

وفي أغلب الحالات يتم ربط دالة الدالة على سلعة ما بسعرها وتكتب صيغة الدالة على النحو التالي:

$$Q_x^d = f\ (P_x)$$

يمكن أن نوجز هذه العوامل على النحو التالي:

1. **سعر السلعة نفسها:** أهم شيء يؤثر على كمية الطلب على سلعة ما هو سعرها والعلاقة هي عكسية في أغلب الحالات، فارتفاع سعر هذه السلعة قد يؤدي بالمستهلك لتخفيض الطلب عليها والعكس في حالة انخفاض سعرها.

2. **دخل المستهلك:** إن ارتفاع دخول المستهلكين سيعمل على رفع القدرة الشرائية لهم ومن القدرة على اقتناء عدد كبير من السلع فيزيد الطلب عليها وعند أي سعر في السوق. والعكس في حالة انخفاض دخولهم.

3. **سعر السلع أخرى سواء كانت سلع بديلة أو سلع مكملة:** يقصد بالسلع البديلة السلع التي قد تعطي نفس الإشباع للمستهلك، فعندما تؤدي سلعتان وظيفة واحدة أو تفي باحتياجات المستهلك فتعتبر أنها سلع بديلة. فالسلع البديلة هي التي تكون مرتبطة إلى حد أن الزيادة في سعر إحداها سوف تسبب زيادة في الطلب على السلعة الأولى، وتكون هناك علاقة طردية ومباشرة بين سعر السلعة والطلب على السلعة البديلة. مثلا إذا انخفض سعر الشاي فإن الكثير من المستهلكين سيستهلكون الشاي محل البن أي الطلب على الكمية من البن تنخفض نتيجة انخفاض سعر الشاي. أما فيما يخص السلع المكملة فهي السلع المرتبطة ارتباطا وثيقا ويتم استهلاكها معا، وفي هذا النوع من السلع تكون هناك علاقة عكسية بين سعر إحداها والطلب على السلعة الأخرى. فمثلا إذا ارتفع سعر الوقود فإن الكمية المطلوبة من السيارات سوف تنخفض.

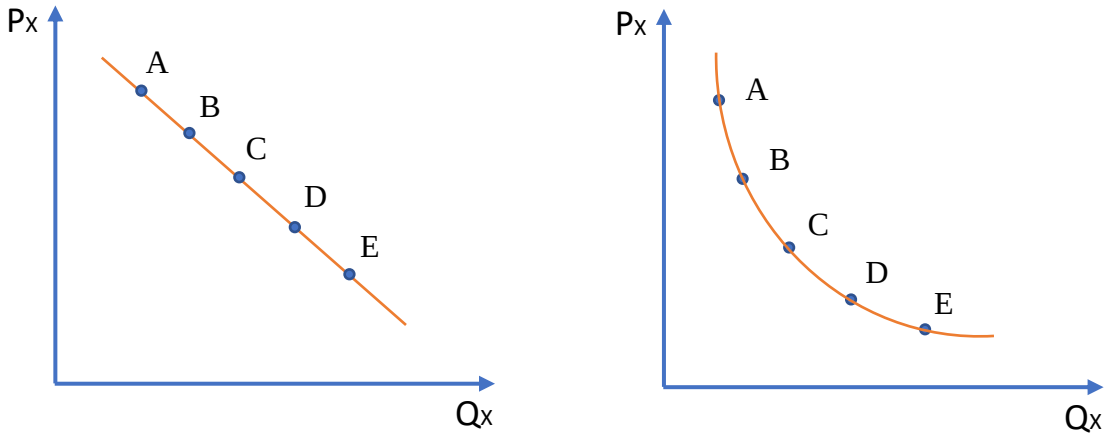
4. **أذواق المستهلك:** إن أذواق ونمط تفضيل عند جل المستهلكين تتغير بسرعة لعوامل متعددة، فالزيادة في شدة رغبة المستهلك لسلعة ما تؤدي إلى زيادة طلبه على هذه السلعة ويحدث العكس إذا انخفضت أذواق المستهلكين. مثلا تعتبر الدعاية والإشهار والإعلان من أهم العوامل المؤثرة على ذوق المستهلك خاصة في ظل الاستعمال المكثف لتكنولوجيا الاعلام والاتصال.

5. **عدد المستهلكين في السوق:** إن ارتفاع عدد المستهلكين في السوق قد يرفع مباشرة من الطلب على سلعة معينة وقد تكون عند أي سعر. ويحدث العكس عند تراجع عدد المستهلكين في السوق حيث يتراجع الطلب على هذه السلعة مباشرة.

وهناك عوامل أخرى قد تؤثر على الكمية المطلوبة من السلعة فمثلا ارتفاع الحر يزيد من الطلب على المكيفات الهوائية، نزول المطر قد يزيد من الطلب على المظلات،....

1-4- ميل ومنحنى دالة الطلب:

إن دالة الطلب لها ميل سالب، أي أن العلاقة بين الكمية المطلوبة و سعرها هي علاقة عكسية (في غالب الأحيان). ونلاحظ ذلك بصفة أكثر دقة من خلال شكل منحنى الطلب، فهو ينحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار على اليمين. حيث على المحور الأفقي نمثل الكمية المطلوبة من السلعة أما على المحور العمودي من الشكل البياني فيعكس سعر هذه السلعة. فمنحى الطلب يجمع بين التوفيقات المختلفة على المنحى البياني، حيث كل توفيقة (نقطة) تعكس السعر والكمية المطلوبة المناظرة لها. وقد يأخذ هذا المنحنى شكلين، الشكل الخطي والشكل الغير خطي كما هو موضح:



5-1- حالات خاصة لدالة الطلب (بعض الاستثناءات):

منحنى الطلب كما هو معروف ينحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين ماعدا بعض الحالات الشاده والاستثناءات حيث يكون ميل دالة الطلب في هذه الحالة موجبا. ومن فإن الكمية المطلوبة من السلعة ترتبط إيجابا بسعرها حيث ينخفض الطلب على الكمية إذا انخفض السعر وترتفع إذا ارتفع السعر.

- **استثناء فبلن**: ارتبط هذا الاستثناء بصاحب المبدأ المعروف بالاستهلاك المظهري وهو عالم الاقتصاد والاجتماع الأمريكي ثورستاين فبلن Thorstain Veblen. تم إبراز استثناء Veblen في كتابه Theory of the Leisure Class (1899). في مجال السلع الفاخرة أو على الأقل تلك التي تسمح بتمييز اجتماعي معين، ينتج عن انخفاض أسعار هذه المنتجات انخفاض في الاهتمام الذي تمثله في عيون المستهلكين المحتملين. على العكس من ذلك، قد يؤدي رفع سعر المنتج إلى جعله مرغوبا فيه ووضعه في فئة السلع التي تعكس حيازتها مكانة اجتماعية عالية. بشكل عام، يتجسد هذا الاستثناء من خلال حقيقة أن الأفراد يميلون إلى الرغبة في السلع التي يكون سعرها المرتفع ذا قيمة، على الرغم من القيمة العملية المنخفضة. على سبيل المثال، أعمال فنية، ملابس مصممة، سيارات قديمة وسيارات فاخرة، مجوهرات ذات علامة تجارية،...
- **استثناء جيفن**: سلعة جيفن أو ما يعرف بالإنجليزية بالـ Giffen Good، هي السلعة التي يزيد المستهلك من الطلب عليها عند ارتفاع أسعارها والعكس بالعكس. في حالة سلعة جيفن فهي تعتبر سلعة شعبية ورخيصة بشكل كبير جدا في أذهان المستهلكين (كونها الأكثر طلبا في أوساط منخفضي الدخل) مثلا الخبز أو الأرز وأحيانا بعض السلع الرديئة في بعض النامية، حيث تنشأ حالة عكسية لتأثير الدخل تطغى على طابع تأثير الإحلال، وبالنهاية فإن التأثير النهائي لارتفاع سعر سلعة جيفن هو زيادة الطلب عليها. أغطى مثال عن ذلك السيد جيفن، حيث أشار إلى أن ارتفاع سعر الخبز في بريطانيا أدى إلى استنزاف موارد الأسر الفقيرة الكادحة، وارتفعت المنفعة الحدية للنقود بالنسبة لهم مما جعلهم يضطرون إلى الحد من استهلاكهم للحوم، والأطعمة النشوية الأكثر تكلفة، ومادام أن الخبز لا يزال أرخص السلع التي يمكن اقتناؤها، فإنها سوف تستهلك بكمية أكثر من قبل.

2- المرونات:

لقد أولت النظرية الاقتصادية أهمية كبرى لموضوع المرونات، فهي من الأدوات الرئيسية التي يلجأ إليها الباحث عند تحليل العديد من التغيرات التي تحدث في بعض الظواهر الاقتصادية. ويرجع الفضل للاقتصادي البريطاني ألفريد مارشال (مؤسس المدرسة النيوكلاسيكية)، حيث زاد من التحليل الاقتصادي الجزئي أكثر عمقا ووضوحا عندما أدخل مفهوم المرونات في تحليل توازن السوق، بعد أن قدم الصيغة الشاملة والنهائية لمفهوم مرونة الطلب السعرية.

2-1- تعريف المرونة:

يمكن تعريف مرونة الطلب على أنا مقياس أو مؤشر لتحديد درجة استجابة الكمية المطلوبة من سلعة معينة نتيجة التغير في أحد العوامل المؤثرة على الطلب ويمكن قياسها قياسا كميا.

يمكننا أن نميز بين ثلاثة أنواع من المرونة وهي على النحو التالي:

- مرونة الطلب السعرية (المباشرة).
- مرونة الطلب التقاطعية (الغير مباشرة).
- مرونة الطلب الدخلية.

$$Q_X = (P_X \ , \quad P_Y \ , \quad R \ , \ldots\ldots)$$

- P_X: مرونة الطلب السعرية
- P_Y: مرونة الطلب التقاطعية
- R: مرونة الطلب الدخلية
- $\ldots\ldots$: أنواع أخرى من المرونة

وسنعرض هذه المرونات على النحو التالي:

2-2- مرونة الطلب السعرية (المباشرة):

مرونة الطلب السعرية هي مقياس لقياس مدى استجابة الكمية المطلوبة من السلعة للتغير عند سعرها و مع بقاء العوامل الأخرى المؤثرة ثابتة. و عمليا يمكن صياغة هذه العلاقة على النحو التالي:

$$\text{المرونة} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة للسلعة } X}{\text{التغير النسبي في سعر السلعة نفسها } P_X}$$

أو بعبارة أخرى فإن المرونة المباشرة تكتب على الشكل التالي:

$$E_{X/P_X} = \frac{\frac{\Delta Q_X}{Q_X}}{\frac{\Delta P_X}{P_X}}$$

$$E_{X/P_X} = \frac{\Delta Q_X}{Q_X} \cdot \frac{P_X}{\Delta P_X}$$

$$E_{X/P_X} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} \cdot \frac{P_X}{Q_X}$$

$$E_{X/P_X} = \frac{Q_{X_2} - Q_{X_1}}{P_{X_2} - P_{X_1}} \cdot \frac{P_X}{Q_X}$$

حيث:

E_{X/P_X}: مرونة الطلب السعرية.

Q_X: الطلب على السلعة X .

P_X: سعر السلعة X .

Δ: التغير.

وتكون مرونة الطلب المباشرة سالبة لأن السعر يؤثر على الطلب تأثيرا عكسيا في معظم الحالات.

مرونة الطلب السعرية تتغير حسب نوع السلعة، حيث أن نسبة المرونة تعتمد على مقدار التغير النسبي في الكمية المطلوبة مقارنة مع مقدار التغير النسبي في سعر السلعة نفسها.

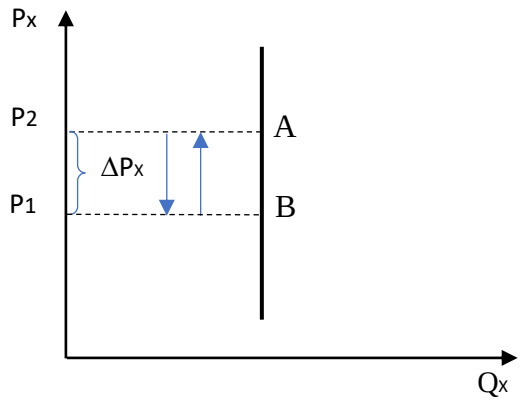
الجدول (04): الفرق بين مرونة الطلب وميل منحى الطلب

مرونة الطلب	ميل منحى الطلب
النسبة بين التغير النسبي في الكمية المطلوبة إلى التغير النسبي في السعر	النسبة بين التغير المطلق في السعر إلى التغير المطلق في الكمية المطلوبة
$E_{X/P_X} = \frac{\frac{\Delta Q_X}{Q_{X1}}}{\frac{\Delta P_X}{P_{X1}}}$	$\alpha = \frac{\Delta P_X}{\Delta Q_X}$

2-2-1- درجات مرونة الطلب المباشرة:

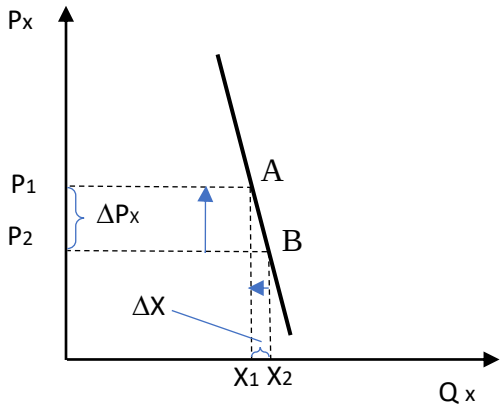
أ) **الطلب عديم المرونة Perfectly Inelastic Demand (غير مرن تماما)**: حيث تكون مرونة الطلب السعرية مساوية للصفر. في هذه الحالة نلاحظ أن الكمية المطلوبة من السلعة لا تستجيب للتغير مهما تغير سعرها، والشكل البياني (1) يوضح ذلك.

الشكل (14): مرونات الطلب المباشرة



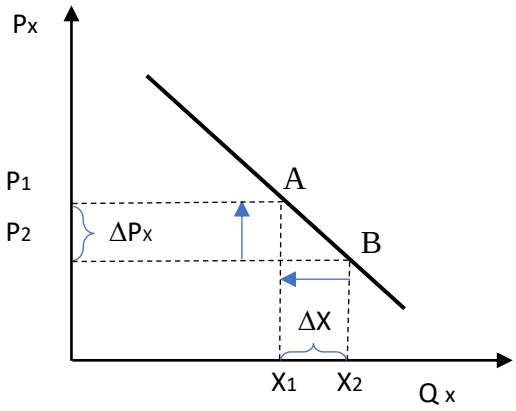
الطلب عديم المرونة

ب) **الطلب مرن نسبيا (Relatively Elastic Demand):** حيث أن المرونة تكون أقل من الواحد. ومنه فإن الكمية من السلعة تستجيب بنسبة أقل من التغير النسبي في سعرها، أي أن معامل المرونة E_{Q_X/P_X} في هذه الحالة سيكون أقل من الواحد. كمثال لذلك انخفاض سعر سلعة ما بنسبة 20% مثلا، فإن الكمية المطلوبة ستزيد فقط بنسبة 10%.



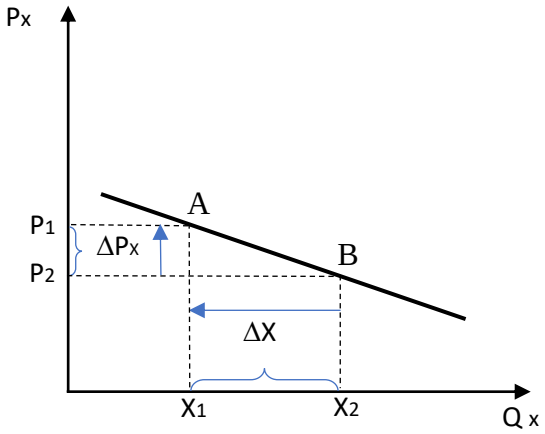
الطلب غير مرن

ت) **طلب متكافئ المرونة (Unitary Elastic Demand)**: في هذا النوع من المرونات تكون درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة مساوية للتغير النسبي في سعرها حيث أن معامل المرونة يكون مساوي للواحد أي $E_{Q_x/P_x} = 1$. فمثلا عند ارتفاع السعر بنسبة 15% فإن الكمية المطلوبة تنخفض بنسبة 15% والشكل البياني التالي يوضح ذلك.



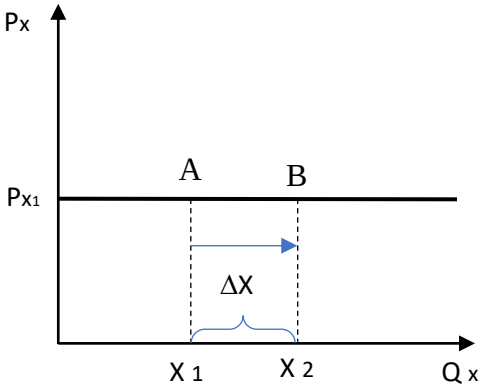
الطلب متكافئ المرونة

ث) **الطلب مرن (Elastic Demand)**: حيث تكون درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة أكبر من التغير النسبي في السعر، وبالتالي يكون معامل المرونة في هذه الحالة أكبر من الواحد أي $E_{Q_x/P_x} > 1$، وهذا يعني مثلا أنه عند ارتفاع السعر بنسبة 20% فإن الكمية المطلوبة من السلعة تنخفض بنسبة 30%.



الطلب مرن

ج) **الطلب لا نهائي المرونة (Perfectly Elastic Demand)**: في هذه الحالة الخامسة، نجد أن الكمية المطلوبة من السلعة تستجيب للتغير في السعر بدرجة كبيرة جدا، وبالتالي يكون معامل المرونة مساوي إلى ما لا نهاية.

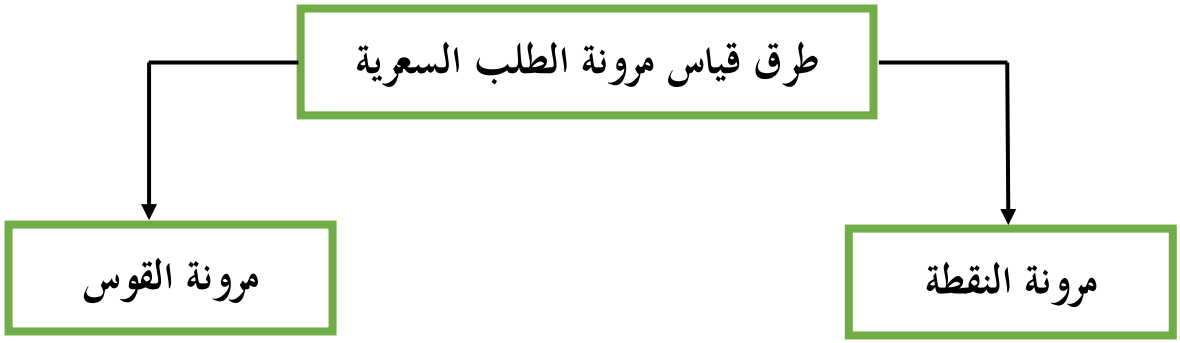


الطلب لا نهائي المرونة

الجدول (05): درجات مرونة الطلب المباشرة

المرونة	مرونة الطب السعرية	أمثلة
$E = 0$	عديم المرونة	تذكرة مباراة نهائي، الطلب على الدواء...
$0 < E < 1$	ضعيف المرونة	السلع الضرورية كالطلب على الوقود...
$E = 1$	متكافئ المرونة	اللباس، السكن .....
$E > 1$	مرن	جهاز كمبيوتر محمول
$E = \infty$	لا نهائي المرونة (مطلق)	كالطلب على سلعة ما ارتفع سعرها، ولها بديل تام لم يترفع سعره

ملاحظة: المرونة بالقيمة المطلقة



2-2-2- مرونة النقطة:

هي المرونة التي تقاس عند نقطة معينة وتختلف باختلاف النقطة التي ننطلق منها. ومثال لذلك نفترض لدينا نقطتين A و B. فعند النقطة A تكون الكمية المطلوبة من السلعة X هو 300 وحدة عندما يكون سعرها 50 وحدة نقدية بينما يزيد الطلب على هذه السلعة عند النقطة B فيصبح 400 وحدة من X لم ينخفض سعرها ويصبح 40 و.ن.

- **عند الانتقال من النقطة A إلى النقطة B:**

$$E_{X/P_X} = \frac{400 - 300}{40 - 50} \cdot \frac{50}{300}$$

$$E_{X/P_X} = -1.66$$

$$\left|E_{X/P_X}\right| = 1.66$$

في الاتجاه الأول نقول عن الطلب على الكمية من السلعة أنه مرن.

- **عند الانتقال من النقطة B إلى النقطة A:**

$$E_{X/P_X} = \frac{300-400}{50-40} \cdot \frac{40}{400}$$

$$E_{X/P_X} = -1$$

$$\left|E_{X/P_X}\right| = 1$$

نقول في هذه الحلة أن الطلب على السلعة أحدي أو متكافئ المرونة.

نلاحظ أن حساب المرونة في الاتجاه الأول من A إلى B يختلف عند حسابها من B إلى A هذا يدفعنا للبحث عن نوع آخر أو طريقة حسابية أخرى لتجنب هذا الإشكال، أي الاختلاف في معامل المرونة. فنقوم بحساب مرونة القوس.

2-2-3- مرونة القوس:

طريقة حسابها تقريبا نفس الطريقة الأولى فقط أن هذا النوع من المرونات يكون بين نقطتين ويعرف باسم معامل مرونة القوس وحسب بالطريقة التالية:

$$\text{مرونة القوس} = \frac{\text{التغير في الكمية المطلوبة للسلعة } X}{\text{متوسط الكمية المطلوبة للسلعة } X} \div \frac{\text{التغير في السعر } P_X}{\text{متوسط السعر}}$$

حيث أن:

متوسط الكمية المطلوبة: $\frac{Q_{X1}+Q_{X2}}{2}$ متوسط السعرين $\frac{P_{X1}+P_{X2}}{2}$

$$E_{X/P_X} = \frac{Q_{X_2}-Q_{X_1}}{P_{X_2}-P_{X_1}} \cdot \frac{P_{X_1}+P_{X_2}}{Q_{X_1}+Q_{X_2}}$$

- **عند الانتقال من النقطة A إلى النقطة B:**

$$E_{X/P_X} = \frac{400-300}{40-50} \times \frac{40+50}{400+300}$$

$$E_{X/P_X} = -1.28$$

$$\left|E_{X/P_X}\right| = 1.28$$

- **عند الانتقال من النقطة B إلى النقطة A:**

$$E_{X/P_X} = \frac{300 - 400}{50 - 40} \times \frac{40 + 50}{400 + 300}$$

$$E_{X/P_X} = -1.28$$

$$\left|E_{X/P_X}\right| = 1.28$$

نلاحظ أنه عند استخدام مرونة القوس نتجاوز المشكل السابق هو اختلاف قيمة معامل مرونة الطلب عند حسابها في الاتجاهين.

الجدول (06): مرونة الطلب السعرية

إذا ارتفع P_x بـ 1%	الطلب مرن (السلع الكمالية)	غير مرن (قليل المرونة) (السلع الضرورية)	متكافئ المرونة (أحادي المرونة)	عديم المرونة (سلع لا يمكن الاستغناء عنها)	لا نهائي المرونة
	$\Delta Q_x\ \% > \Delta P_x\ \%$	$\Delta Q_x\ \% < \Delta P_x\ \%$	$\Delta Q_x\ \% = \Delta P_x\ \%$	$\Delta Q_x\ \%$ لن يغير $\Delta P_x\ \%$	أي تغير في $\Delta P_x\ \%$ ولو بسيط لا نهائي في $\Delta Q_x\ \%$
$P_x \uparrow$	$\Delta Q_x \downarrow$	$\Delta Q_x \uparrow$	ΔQ_x يتغير بنفس النسبة	--------	$\Delta Q_x \downarrow$
$P_x \downarrow$	$\Delta Q_x \uparrow$	$\Delta Q_x \downarrow$	ΔQ_x يتغير بنفس النسبة	--------	$\Delta Q_x \downarrow$
إذا انخفض P_x بـ 1%	$E_{Q_x/P_x} > 1$	$0 < E_{Q_x/P_x} < 1$	$E_{Q_x/P_x} = 1$	$E_{Q_x/P_x} = 0$	$E_{Q_x/P_x} = \infty$
	الطلب مرن	الطلب غير مرن	الطلب متكافئ المرونة	الطلب عديم المرونة	الطلب لا نهائي المرونة
	سلعه لها بديل	سلعه ليس لها بديل			

ويمكن الكشف عن نقاط الاختلاف بين مرونة النقطة ومرونة القوس من خلال النقاط التالية:

الجدول (07): الفرق بين مرونة النقطة ومرونة القوس

مرونة النقطة	مرونة القوس
المرونة عند نقطة معينة	المرونة بين نقطتين
تختلف إذا ارتفع السعر أو انخفض عند نقطة معينة.	لا تختلف إذا ارتفع السعر أو انخفض بين نقطتين
تستخدم عندا يكون التغير في السعر صغير جدا	تستخدم عندما يكون التغير في السعر كبير

2-2-4- العوامل المؤثرة على مرونة الطلب السعرية:

- **ضرورة السلعة للمستهلك:** نوع السلعة فيما إذا كانت ضرورية إذ تكون مرونتها منخفضة على عكس السلع الكمالية مرونة الطلب عليها مرتفعة. مثلا التغير في أسعار السلع الضرورية (الدواء، البن، الزيت، السكر،...) لن يؤدي إلى تغير كبير في استهلاكها لأن الكمية المستهلكة من تلك السلع محدودة باحتياجات الأفراد ولن يقبلوا على شراء كميات كبيرة منها نتيجة انخفاض أسعارها والعكس لا يمكنهم أن يخفضوا استهلاكهم منها بنسب كبيرة حتى ولو ارتفعت أسعارها. أما السلع الكمالية التي لها درجة مرونة مرتفعة فيستطيع المستهلك الاستغناء عنها وتخفيض الكمية المستهلكة منها عند ارتفاع أسعارها (مثل المجوهرات، ساعات اليد، العطور،....).
- **بدائل السلعة المتاحة:** إذا كان للسلعة بديل يحل محلها عندها سيكون الطلب عليها مرنا وبالعكس السلع التى ليس لها بديل يكون الطلب عليها غير مرن. كمثال الطلب على صنف معين من السيارات مرن لأن هناك أصنافا أخرى بديلة لها أما الطلب على مادة الوقود فهو أقل مرونة لأن بدائله قليلة.
- **نسبة ما ينفق على السلعة من دخل المستهلك:** فالطلب يكون أكثر مرونة بازدياد نسبة ما ينفق المستهلك من دخله على السلعة. فأسعار البيوت أو الانفاق على الأكل والصحة مهمة جدا للمستهلك لأنها تشكل نسبة كبيرة من إنفاقه فهو يبذل جهدا كبيرا للحصول على تخفيض في

أسعارها. إذا الطلب على هذ النوع من السلع التي يشكل الانفاق عليها نسبة كبيرة من دخل المستهلك أكثر مرونة من السلع الأخرى.

- **الفترة الزمنية:** تزداد مرونة الطلب السعرية في الفترة الطويلة عكس الفترات القصيرة. ويرجع ذلك إلى أن الأجل الطويل يسمح بتغيير عادات وأذواق المستهلكين فيغيرون طلبهم على السلعة بدرجة كبيرة عند تغير سعرها (مثلا رفع سعر الكهرباء تحتاج لفترة زمنية للاستغناء عن بعض الأدوات الكهربائية).

2-3- مرونة الطلب التقاطعية (غير المباشرة):

تقيس مرونة الطلب التقاطعية مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة معينة (X) للتغير في سعر سلعة أخرى (Y) . و عمليا يمكن صياغة هذه العلاقة على النحو التالي:

$$\text{المرونة} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة للسلعة } X}{\text{التغير النسبي في سعر السلعة } P_Y}$$

أو تكتب على الشكل التالي:

$$E_{X/P_Y} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_Y} \cdot \frac{P_Y}{Q_X}$$

حيث:

E_{X/P_Y}: مرونة الطلب التقاطعية.

Q_X: الطلب على السلعة X .

P_Y: سعر السلعة Y .

Δ: التغير

ويمكن أن نميز بين ثلاث أنواع من السلع فيما يخص مرونة الطلب التقاطعية:

1- **السلع المكملة:** وهي السلع التي تنخفض الكمية المطلوبة منها عند ارتفاع سعر الأخرى. فهاتين السلعتين متلازمتين في الاستهلاك، حيث لا يمكن استهلاك الأولى بدون استهلاك الأخرى، كالسيارة والوقود أو البن والسكر. فارتفاع سعر السيارة مثلا يؤدي إلى انخفاض الطلب على السيارات وأيضا انخفاض الطلب على الوقود. وفي هذه الحالة، يكون معامل مرونة الطلب التقاطعية سالبا $E_{Q_X/P_y} < 0$.

2- **السلع البديلة:** وهي السلع التي يمكن لأحدها أن تحل محل الأخرى مثلا سيارة الأجرة والحافلة. إن ارتفاع سعر تذكرة سيارة الأجرة سيعمل على انخفاض الطلب على سيارات الأجرة، ولكن سيدفع إلى ارتفاع الطلب والبحث عن بديل مناسب لوسيلة النقل هذه مما سيعمل على زيادة الطلب على الحافلات. وفي هذه الحالة، يكون معامل مرونة الطلب التقاطعية موجبا:

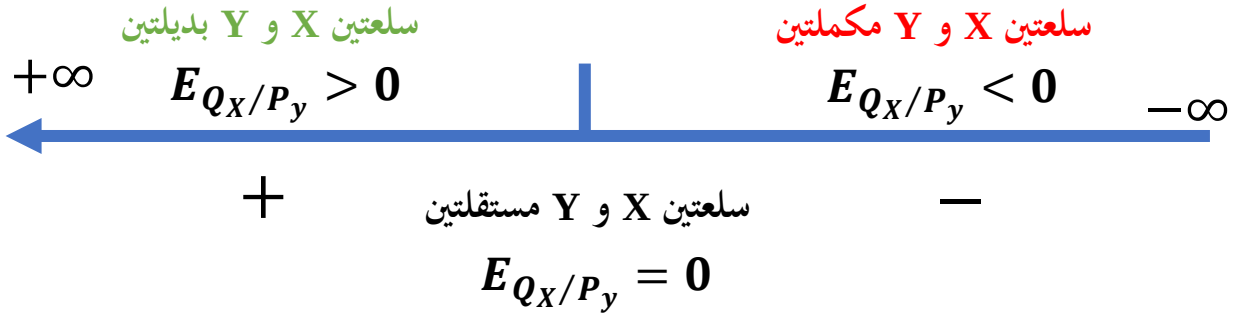
$E_{Q_X/P_y} > 0$.

3- **السلع المستقلة:** وهي السلع التي لا ترتبط ببعضها البعض حيث أن التغير في سعر أحدها لا يؤدي إلى تغير الطلب على السلعة الأخرى ويكون معامل مرونة الطلب التقاطعية مساويا للصفر. فمثلا ارتفاع سعر مواد البناء لن يؤثر على الطلب على أسعار اللحوم لأن السلعتين مستقلتين

$E_{Q_X/P_y} = 0$.

إن استخدام مرونة الطلب التقاطعية هو للتمييز بين السلع البديلة و السلع المكملة والسلع المستقلة. إذا كانت مرونة الطلب التقاطعية موجبة فهذا يعني أن السلعتين X و Y سلعتين بديلتين. أما إذا كانت المرونة سالبة فهذا يعني أن السلعتين X و Y سلعتين مكملتين. أما إذا كانت المرونة تساوي الصفر (معدومة)، هذا يعني عدم وجود أي علاقة ارتباط بين السلعتين X و Y ، أي أن السلعتين مستقلتين. ويمكن اختصار ذلك في الشكل التالي:

الشكل (15): مرونة الطلب التقاطعية



المثال 1: نفترض أن الكمية المطلوبة من السلعة X هي 15 وحدة كلما كان سعر السلعة Y هو 18 و.ن. بينما كانت الكمية المطلوبة منها 20 وحدة عندما سعر السلعة هو 17 و ن. المطلوب: حساب مرونة الطلب التقاطعية.

حل المثال 1: حساب مرونة الطلب التقاطعية

لدينا: (الدالة متقطعة غير مستمرة)

$$E_{X/P_Y} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_Y} \cdot \frac{P_Y}{Q_X} \Rightarrow E_{X/P_Y} = \frac{Q_{X_2} - Q_{X_1}}{P_{Y_2} - P_{Y_1}} \cdot \frac{P_{Y_1}}{Q_{X_1}}$$

$$\Rightarrow E_{X/P_Y} = \frac{20 - 15}{17 - 18} \cdot \frac{18}{15}$$

$$\Rightarrow E_{X/P_Y} = -6$$

نستنتج ما يلي: أن مرونة الطلب التقاطعية تدل على أنه إذا ارتفع سعر السلعة Y بمقدرا 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة X مكملة للسلعة Y. حيث أن ارتفاع سعر السلعة Y سيؤدي إلى انخفاض الطلب عليها (العلاقة عكسية)، وانخفاض الطلب على السلعة Y سيصاحبه انخفاض في الطلب على السلعة X على لأن السلعتين X و Y سلعتين مكملتين لا يمكن استخدام سلعة دون الأخرى.

المثال 2: إذا كانت دالة الطلب على السلعة X دالة ثابتة لسعر السلعة Y ومحددة بالعلاقة التالية:

$$Q_X = 100 - 20\,Y$$

المطلوب: أحسب مرونة الطلب التقاطعية إذا كان سعر السلعة Y هو $P_Y = 2\ um$

المثال 2:

لدينا: (الدالة مستمرة) وهي:

$$Q_X = 100 - 20\,P_y$$

$$E_{X/P_Y} = \frac{\delta Q_X}{\delta P_Y} \cdot \frac{P_Y}{Q_X} \Rightarrow E_{X/P_Y} = -20 \cdot \frac{P_Y}{100 - 20\,P_y}$$

$$\Rightarrow E_{X/P_Y} = -20 \cdot \frac{(2)}{100 - 20 \cdot (2)} \Rightarrow E_{X/P_Y} = \cdot \frac{-40}{60}$$

$$\Rightarrow E_{X/P_Y} = -0.66$$

نستنتج ما يلي: أن مرونة الطلب التقاطعية تدل على أنه إذا انخفض سعر السلعة Y بمقدار 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة X ترتفع بنسبة قدرها 0.66% مما يعني أن السلعة Y هي سلعة مكملة للسلعة Y.

2-4- مرونة الطلب الدخلية:

تقيس مرونة الطلب الدخلية مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة معينة (X) للتغير في الدخل (R).

وعمليا يمكن صياغة هذه العلاقة على النحو التالي:

$$\text{المرونة} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة للسلعة } X}{\text{التغير النسبي في الدخل } R}$$

أو تكتب على الشكل التالي:

$$E_{X/R} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_X}$$

حيث:

$E_{X/R}$: مرونة الطلب الدخلية.

Q_X: الطلب على السلعة X .

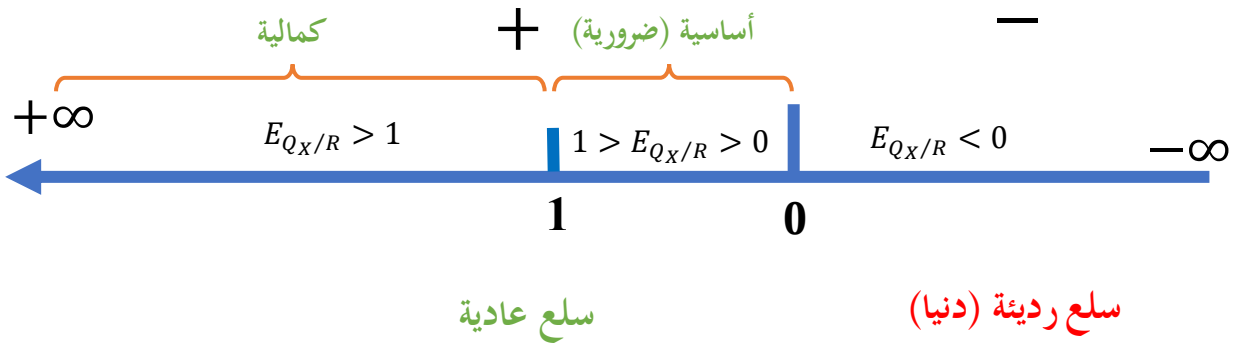
R : دخل المستهلك.

Δ: التغير

2-4-1- أنواع السلع بالنسبة لمرونة الطلب الدخلية:

يمكن التمييز بين نوعين من السلع، سلع عادية وسلع دنيا (رديئة). كما أنه يمكن التمييز بين نوعين من السلع العادية فنجد سلع عادية أساسية (ضرورية) وسلع عادية كمالية. ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل البياني التالي:

الشكل (16): مرونة الطلب الدخلية



– السلع العادية:

هي السلع التي يزيد الاقبال على طلبها مع ارتفاع دخل المستهلك، وأيضا يتراجع الطلب عليها مع تراجع دخل المستهلك. وفي هذه الحالة عند حساب مرونة الطلب الدخلية نجد أن معامل المرونة موجبة أكبر من الصفر أي $E_{Q_X/R} > 0$. إلا أنه يمكن التمييز بين نوعين من السلع العادية، سلع عادية أساسية (ضرورية) وسلع عادية كمالية.

1- **السلع العادية الأساسية (ضرورية):** تكون مرونة الطلب الدخلية محصورة بين الصفر والواحد أي $1 > E_{Q_X/R} > 0$. حيث أن الكمية المطلوبة لهذا النوع من السلع تستجيب للارتفاع بنسبة أقل من نسبة الزيادة في الدخل. العكس صحيح. وتعرف مرونتها أنها مرونة ضعيفة (قليلة المرونة).

2- **السلع العادية الكمالية:** السلع الكمالية هي السلع التي يستجيب الطلب عليها بنسبة أكبر من نسبة التغير في الدخل، حيث أنه عند ارتفاع الدخل فإن زيادة الطلب على هذا النوع من السلع سيكون بنسبة أكبر من نسبة الارتفاع في الدخل. تكون مرونة الطلب الدخلية عند السلع الكمالية أكبر من الواحد أي $E_{Q_X/R} > 1$.

– السلع الدنيا (رديئة): هي السلع التي ينخفض الطلب عليها مع ارتفاع دخل المستهلك والعكس. وفي هذه الحالة يكون معامل الطلب الدخلية سالبة أي: $E_{Q_X/R} < 0$.

3- مجموعة من التمارين محلولة:

3-1- المثال 3:

أحسب مرونة الطلب الدخلية إذا علمت أن الكمية المطلوبة من سلعة ما ارتفعت من 24 إلى 28 وحدة عندما ارتفع الدخل من 1700 إلى 1900.

حل المثال 3:

لدينا:

$$E_{X/R} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_X}$$

$$E_{X/R} = \frac{28-24}{1900-1700} \cdot \frac{1700}{24} = E_{X/R} = 0.02 \cdot \frac{1700}{24}$$

$$E_{X/R} = 1.41$$

مرونة الدخل موجبة و هذا يعني أنه إذا ارتفع الدخل بمقدار قدره 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة سوف تزداد بمقدار قدره 1.41% و تدل إشارة المرونة الموجبة على العلاقة الطردية بين الطلب على السلعة و الدخل. و بما أن المرونة أكبر من الواحد $E_{X/R} > 1$ هذا يعني أن السلعة كمالية.

3-2- المثال 4:

الدخل	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000
الكمية	100	200	300	350	380	390	350	250

1- أحسب مرونة الطلب الدخلية عند المستويات المختلفة من الدخل

– حل المثال 4:

حساب مرونة الطلب الدخلية عند أسرة معينة:

الدخل	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000
الكمية	100	200	300	350	380	390	350	250
$E_{X/R}$	-	2	1.5	0.66	0.42	0.157	-0.717	-2.28
نوع السلعة	سلع عادية كمالية			سلع عادية أساسية			سلع رديئة (دنيا)	

لدينا:

$$E_{X/R} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_X} \Rightarrow E_{X/R} = \frac{Q_{X_2} - Q_{X_1}}{R_2 - R_1} \cdot \frac{R_1}{Q_{X_1}}$$

إذا:

$$E_1 = E_{X/R} = \frac{200-100}{6000-4000} \cdot \frac{4000}{100} \Rightarrow E_1 = 2$$

$$E_2 = E_{X/R} = \frac{300 - 200}{8000 - 6000} \cdot \frac{6000}{200} \Rightarrow E_2 = 1.5$$

$$E_3 = E_{X/R} = \frac{350 - 300}{10000 - 8000} \cdot \frac{8000}{300} \Rightarrow E_3 = 0.66$$

$$E_4 = E_{X/R} = \frac{380 - 350}{12000 - 10000} \cdot \frac{10000}{350} \Rightarrow E_4 = 0.42$$

$$E_5 = E_{X/R} = \frac{390 - 380}{14000 - 12000} \cdot \frac{12000}{380} \Rightarrow E_5 = 0.157$$

$$E_6 = E_{X/R} = \frac{350 - 390}{16000 - 14000} \cdot \frac{14000}{390} \Rightarrow E_6 = 0.717$$

$$E_7 = E_{X/R} = \frac{250 - 350}{18000 - 16000} \cdot \frac{16000}{350} \Rightarrow E_7 = -2.28$$

التفسير الاقتصادي:

- إذا ارتفع الدخل بمقدار 1% فسوف يؤدي إلى ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة بمقدرا 2 و1.5 على التوالي و تكون السلعة في الحالتين سلع عادية كمالية.

- إذا ارتفع الدخل بمقدار 1% فسوف يؤدي إلى ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة بمقدرا 0.66، 0.42 و 0.157 على التوالي و تكون السلع في الحالات الثلاثة سلع عادية أساسية (ضرورية).
- إذا ارتفع الدخل بمقدار 1% فسوف يؤدي إلى تراجع الكمية المطلوبة من السلعة بمقدرا 0.717 و 2.28 على التوالي و تكون السلع في الحالتين سلع رديئة (دنيا).

3-3- المثال 5:

إذا توافرت لديك دالتي الطلب و العرض للسلعة X على النحو التالي:

$$Q_{dX} = 50 - 2\,P_X + 0.3\,R + 0.2\,P_Y$$
$$Q_{OX} = -30 + 3\,P_X$$

إذا علمت أن دخل المستهلك $R = 1000\,um$ و سعر السلعة Y هو $P_Y = 100\,um$

المطلوب:

1- حساب السعر و الكمية عند التوازن.

2- حساب مرونة الطلب السعرية و تحديد درجتها.

3- حساب مرونة الطلب الدخلية للسلعة X و حدد نوع السلعة.

4- حساب مرونة الطلب التقاطعية و تحديد نوع السلعتين X و Y.

حل المثال 5:

1- حساب السعر و الكمية عند التوازن:

لدينا:

$$Q_{dX} = 50 - 2\,P_X + 0.3\,(1000) + 0.2\,(100)$$
$$Q_{dX} = 50 - 2\,P_X + 300 + 20$$
$$Q_{dX} = 370 - 2\,P_X$$

لكي نحصل على السعر والكميات عند التوازن نعلم أن:

$$Q_{dX} = Q_{OX} \ldots\ldots (1)$$
$$(1) \Leftrightarrow\ 370 - 2\,P_X = -30 + 3\,P_X$$
$$(1) \Leftrightarrow\ 5\,P_X = 400$$
$$(1) \Leftrightarrow\ P_X = \frac{400}{5}$$
$$(1) \Leftrightarrow\ P_X^{\bullet} = 80\ \ um$$

بما أن سعر التوازن بالنسبة للسلعة X هو $P_X^{\bullet} = 80$ ، فيمكن تعويض هذا السعر في معادلة الطلب Q_{dX} و نحصل على ما يلي:

$$Q_{dX} = 370 - 2.(80)$$
$$\Rightarrow \quad Q_{dX} = 210\ u$$

2- حساب مرونة الطلب السعرية و تحديد درجتها:

لدينا دالة الطلب من الشكل: $Q_{dX} = 370 - 2\,P_X$

السعر عند التوازن هو: $P_X^{\bullet} = 80\ um$

و الكميات عند التوازن هي: $Q_{dX} = 210\,u$

نعلم أنه في حالة الدوال المستمرة لدينا:

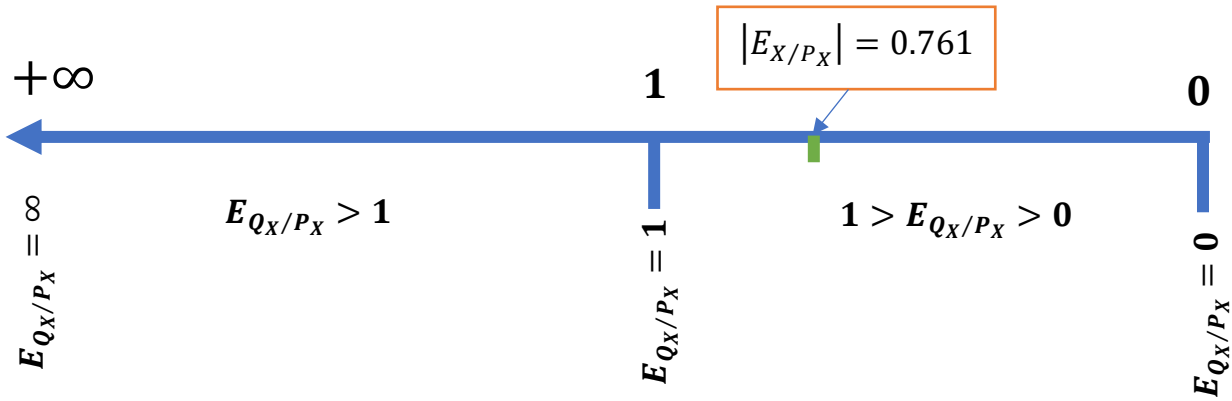
$$E_{X/P_X} = \frac{dQ_X}{dP_X} \cdot \frac{P_X}{Q_X}$$

$$E_{X/P_X} = -2 \cdot \frac{80}{210}$$

$$E_{X/P_X} = -0.761$$

$$\left|E_{X/P_X}\right| = 0.761$$

القيمة المطلقة للمرونة محصورة بين الصفر و الواحد إذن الطلب غير مرن (قليل المرونة)



3- حساب مرونة الطلب الدخلية للسلعة X و حدد نوع السلعة:

لدينا دالة الطلب من الشكل:

$$Q_{dX} = 50 - 2\,P_X + 0.3\,R + 0.2\,P_Y$$

دخل المستهلك هو $R = 1000\ um$

الكميات عند التوازن هي: $Q_{dX} = 210\ u$

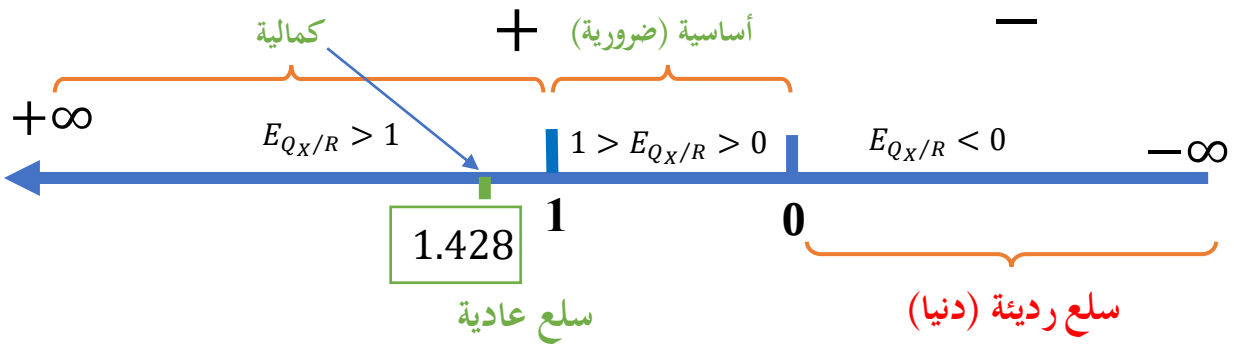
نعلم أنه في حالة الدوال المستمرة لدينا:

$$E_{X/R} = \frac{dQ_X}{dR} \cdot \frac{R}{Q_X}$$

$$E_{X/R} = 0.3 \times \frac{1000}{210}$$

$$E_{X/R} = 1.428$$

إذن نستنتج أن مرونة الطلب الدخلية أكبر من الواحد ومنه فإن السلعة هي سلعة كمالية.



4- حساب مرونة الطلب التقاطعية و تحديد نوع السلعتين X و Y:

$$E_{X/P_Y} = \frac{dQ_X}{dP_Y} \cdot \frac{P_Y}{Q_X}$$

لدينا دالة الطلب من الشكل:

$$Q_{dX} = 50 - 2\,P_X + 0.3\,R + 0.2\,P_Y$$

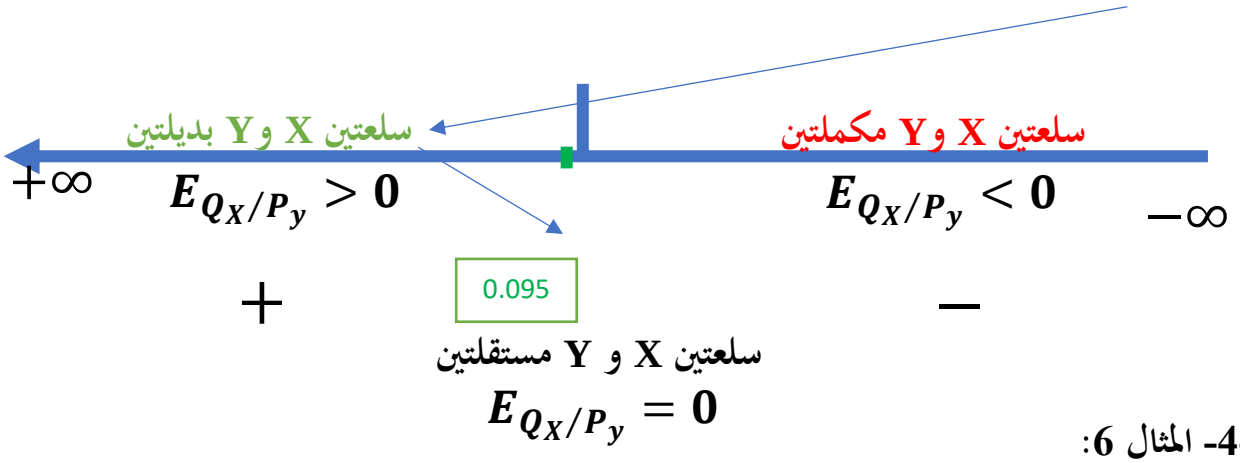
السعر عند التوازن هو: $P_Y = 100\ um$

و الكميات عند التوازن هي: $Q_{dX} = 210\ u$

$$E_{X/P_Y} = 0.2 \times \frac{100}{210}$$

$$E_{X/P_Y} = 0.095$$

إذن نستنتج أن مرونة الطلب التقاطعية أكبر من الواحد ومنه فإن السلعتين سلعتين X و Y بديلتين.



4-3- المثال 6:

نعتبر أن دالة الطلب على السلعة X يعبر عنها كدالة لدخل المستهلك أي $Q_X = f(R)$ ، مع بقاء كل الأشياء ثابتة. يعطي الجدول التالي إحداثيات النقاط المختلفة والتي تعبر عن التغير في الكمية المطلوبة نتيجة التغير في السعر:

	A	B	C	D	E
R : الدخل (و.ن)	15	25	35	45	55
X : عدد الوحدات المطلوبة من السلعة	10	17	22	25	26

المطلوب:

1- التمثيل البياني لمنحنى دالة الطلب على السلعة X.

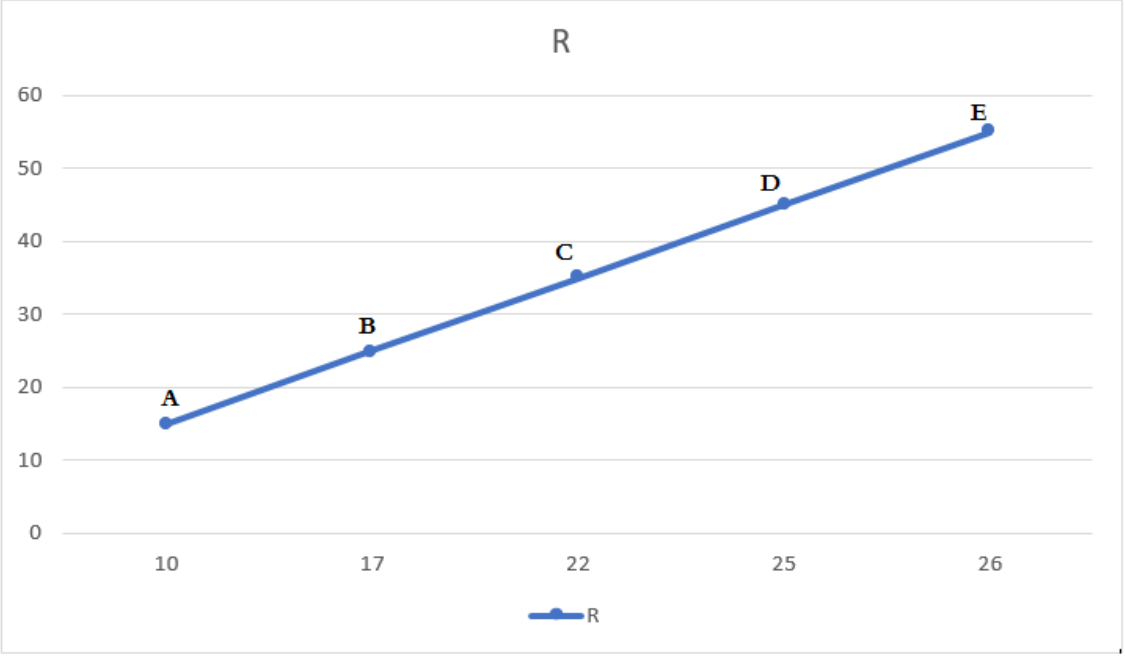
2- حساب مرونة الطلب الدخلية بين النقاط المختلفة على منحنى دالة الطلب. ناقش النتائج.

حل المثال 6:

1- منحنى دالة الطلب الفردي للسلعة X هو دالة للدخل وممثلة في الشكل (1).

- يتم تمثيل الدخل R على المحور التراتيب.
- يتم تمثيل الكمية المطلوبة Q_X على المحور الفواصل.

الشكل (18): دالة الطلب الفردية كدالة للدخل



2- حساب مرونة الطلب الدخلية بين النقاط المختلفة على منحنى دالة الطلب ومناقشة النتائج:

في هذا المثال تقيس مرونة الطلب الدخلية درجة استجابة الكمية المطلوبة للتغير لما يتغير دخل المستهلك وبين كل نقطتين من منحنى الطلب. وتحسب على النحو التالي:

$$E_{X/R} = \frac{\frac{\Delta Q_X}{Q_X}}{\frac{\Delta R}{R}}$$

$$E_{X/R} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_X}$$

حيث:

$\frac{\Delta Q_X}{Q_X}$: التغير في الكمية المطلوبة من السلعة X.

$\frac{\Delta R}{R}$: التغير في الدخل R.

ملاحظة: يتغير معامل المرونة على طول منحنى الطلب، ويكون قياسه بين نقطتين من المنحنى ذا معنى فقط إذا كانت النقاط غير متباعدة (زيادة طفيفة في الدخل).

بحساب مرونة الدخل بين النقاط المعروفة لمنحنى طلب المستهلك نحصل على:

- بين النقطتين A (R = 15 ; x = 10) وB (R = 25 ; x = 17) (الشكل (1)):

$$E_{X/R} = \frac{Q_{X2} - Q_{X1}}{R_2 - R_1} \cdot \frac{R_1}{Q_{X1}}$$

$$E1_{X/R} = \frac{17 - 10}{25 - 15} \cdot \frac{15}{10}$$

$$E1_{X/R} = 1.05$$

نتبع نفس الطريقة في الحساب بين النقاط المتبقية، أي بين B وC، بين C و D، و بين D و E، ونحصل على النتائج التالية:

- بين B و C: $E2_{X/R} = 0.735$
- بين C و D: $E3_{X/R} = 0.477$
- بين D و E: $E4_{X/R} = 0.18$

- بين النقطتين A و B ارتفع الدخل من 15 و.ن إلى 25 و.ن. وجدنا قيمة المرونة $E1_{X/R} = 1.05$ أي أن الكمية المطلوبة تزداد أكثر نسبيا من الزيادة في دخل المستهلك، ومنه يمكن تصنيف السلعة X أنها سلعة من السلع الكمالية (السلع الفاخرة).

- بين النقطتين B و C، بين D و E و أيضا بين C و D وجدنا أن قيمة معامل مرونة الطلب الدخلية محصورة بين الصفر و الواحد $0 < E1_{X/R} < 1$ ($E2_{X/R} = 0.735$ ، $E3_{X/R} = 0.477$، $E4_{X/R} = 0.18$) حيث نلاحظ أن الكمية المطلوبة من السلعة تزداد بنسبة أقل الزيادة في الدخل، ومنه نستنتج أن السلعة سلع عادية ضرورية (سلعة طبيعية).

3-5- المثال 7:

لتكن لدينا دالة الطلب الفردي لسلعة معينة X على النحو التالي:

$$Q_X = 50 - \frac{2}{3}P_X + 2\,P_Y$$

مع العلم أن $P_X = 30\ um$ و $P_Y = 5\ um$

المطلوب:

1- حساب مرونة الطلب السعرية (المباشرة) و تحديد درجة هذه المرونة (المدلول الاقتصادي للنتيجة).

2- حساب مرونة الطلب التقاطعية و تحديد نوع السلعتين X و Y.

3-6- المثال 8:

من بين مجموعة من السلع التي لدى المستهلك الخيار بينها، دعنا نركز على ثلاثة سلع A، B و C. الطلب على هذه السلع يأخذ الشكل الدالي على النحو التالي:

$$Q_A = 70 - \frac{R}{500} - 10P_A + 5\,P_C$$

$$Q_B = 120 + \frac{R}{125} - 8P_B + 8\,P_A$$

$$Q_C = 90 + \frac{R}{100} - 9P_C + 4\,P_A$$

إذا علمت أن دخل المستهلك $R = 5000\,um$ ، سعر السلعة A هو $P_A = 4\,um$، سعر السلعة B هو $P_B = 5\,um$، و سعر السلعة C هو $P_C = 2\,um$.

1- هل السلعة C هي سلعة رديئة، سلعة عادية ضرورية أم سلعة عادية كمالية ؟

2- هل الطلب على السلعة B هو مرن أم غير مرن ؟

حل المثال 8:

1- بما أن المطلوب هو تحديد نوعية السلعة C إذا كانت سلعة رديئة، سلعة عادية ضرورية أم سلعة عادية كمالية، فالمطلوب هو حساب مرونة الطلب الدخلية لهذه السلعة:

$$Q_C = 90 + \frac{R}{100} - 9P_C + 4\,P_A$$

$$Q_C = 90 + \frac{5000}{100} - 9\,.\,2 + 4\,\,.\,4$$

$$Q_C = 138\,\,u$$

$$E_{C/R} = \frac{dQ_X}{dR}\,.\frac{R}{Q_X}$$

$$E_{C/R} = \frac{1}{100} . \frac{5000}{138}$$

$$E_{C/R} = 0{,}362$$

إذن نستنتج أن مرونة الطلب الدخلية محصورة بين الصفر والواحد $0 < E_{X/R} = 0{,}362 < 1$ ومنه فإن السلعة هي سلعة عادية ضرورية (أساسية)، حيث أنه عند ارتفاع الدخل ترتفع الكمية المطلوبة من السلعة C ولكن بنسبة أقل.

2- تحديد ما إذا كان الطلب على السلعة B هو مرن أم غير مرن:

منطقيا المطلوب هو حساب مرونة الطلب السعرية (المباشرة) للسلعة B:

$$Q_B = 120 + \frac{5000}{125} - 8 \times (5) + 8 \times (4)$$

$$Q_B = 152 \ u$$

$$E_{B/P_B} = \frac{dQ_B}{dP_B} . \frac{P_B}{Q_B}$$

$$E_{B/P_B} = -8 . \frac{5}{152}$$

$$E_{B/P_B} = -0{,}266$$

$$\left|E_{B/P_B}\right| = 0{,}266$$

بما أن القيمة المطلقة لمرونة الطلب السعرية محصورة بين الصفر و الواحد إذن الطلب غير مرن (قليل المرونة).

3- معرفة ما إذا كان الإنفاق الكلي للمستهلك للحصول على هذه السلعة سيزيد أم سينقص أم لا تتغير؟ لما ينخفض سعر السلعة A.

4- مجموعة من الأسئلة المقترحة:

السؤال 1:

ما الفرق بين مفهوم الميل و مفهوم المرونة مع ذكر الصيغة الرياضية للمرونة الدخلية و السعرية و المتقاطعة؟

السؤال 2:

عين الصحيح من بين الإجابات التالية:

1- السلع الرديئة هي السلع التي:

أ. المرونة الدخلية للطلب عليها معدومة	ب. المرونة المخلية للطلب عليها سالبة
ج. المرونة السعرية للطلب عليها سالبة	د. المرونة السعرية للطلب عليها موجبة

2- نقول عن السلع أنها سلع جيفن Giffen Good:

أ. المرونة الدخلية للطلب عليها معدومة	ب. المرونة المخلية للطلب عليها سالبة
ج. المرونة السعرية للطلب عليها سالبة	د. المرونة السعرية للطلب عليها موجبة

السؤال 3:

ما الفرق بين الطلب و الحاجة ؟

السؤال 4:

1- أي من المنتجات التالية يمكن أن يكون لها طلب مرن؟ (قد توجد عدة إجابات ممكنة):

أ) الوقود والكهرباء؛

ب) العطلات في الخارج؛

ج) الوجبات السريعة؛

د) الملابس.

2. أي من السلع التالية التي يمكن أن يصنفها أي اقتصادي على أنها سلع عادية أو دنيا ؟ (قد توجد عدة إجابات ممكنة):

أ) سلعة مرونة الطلب الدخلية لها مساوية لـ: 0.1-

ب) سلعة مرونة الطلب التقاطعية لها مساوية لـ: 0.3 +

ج) سلعة مرونة الطلب السعرية لها مساوية لـ: 1.1 -

د) سلعة مرونة الطلب الدخلية لها مساوية لـ: 0.9 +

نفترض دالة الطلب السوقي تأخذ الشكل التالي:

$$Q_X = -300P_X + 1800$$

الأسئلة من 3 إلى 5 تتعلق بهذه الدالة:

3. متوسط مرونة الطلب السعرية، بالقيمة المطلقة، عندما ينتقل السعر من 5 و.ن إلى 4 و.ن هو:

أ) 0.5

ب) 1

ج) 3

د) 5

4. ماذا يمكن أن يقال عن متوسط مرونة الطلب السعرية التي تم الحصول عليها؟

أ) قوية؛

ب) منخفضة؛

ج) أحادية (متكافئة)؛

د) لا شيء مما سبق.

5. الحد الأقصى لإجمالي إنفاق المستهلكين هو:

أ) 2400

ب) 2500

ج) 2600

د) 2700

ـ الفصل الرابع ـ

نظرية سلوك المنتج

نظرية سلوك المنتج

1- مقدمة:

حاولت المدرسة النيوكلاسيكية إيجاد توازن المنتج بين عوامل الإنتاج ذات التكاليف المختلفة والانتاجيات الحدية المختلفة. إلا أن المنتج يريد من وراء انتاجه الحصول على ربح يريده أعضم ما يمكن. سنطلع على هذا السلوك ودوال طلبه على عوامل الإنتاج وتعامله في السوق للحصول على أكبر ربح.

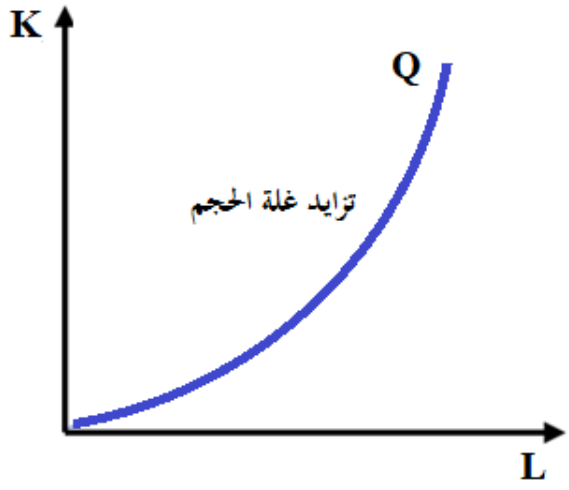
2- دالة الإنتاج (Production Function): تعبر هذه الدالة عن العلاقة بين الكمية المنتجة من السلع ووسائل الإنتاج المستخدمة وتكتب رياضيا على الشكل التالي:

$$Q = f(K, L, \dots.)$$

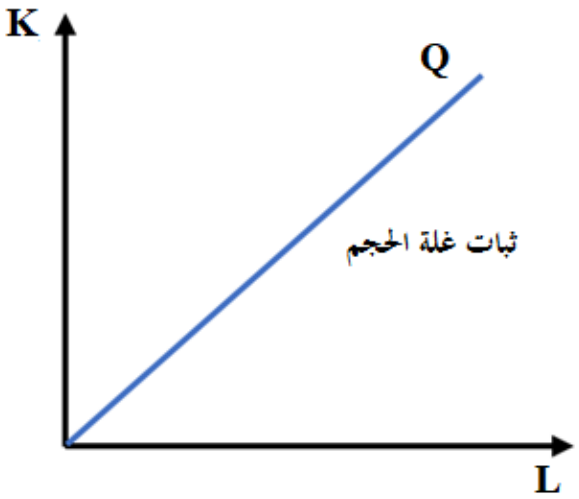
بحيث: الكمية المنتجة: Q ، رأس المال: K ، اليد العاملة: L.

الأشكال البيانية (17): الأشكال التي يمكن أن تأخذها دالة الإنتاج

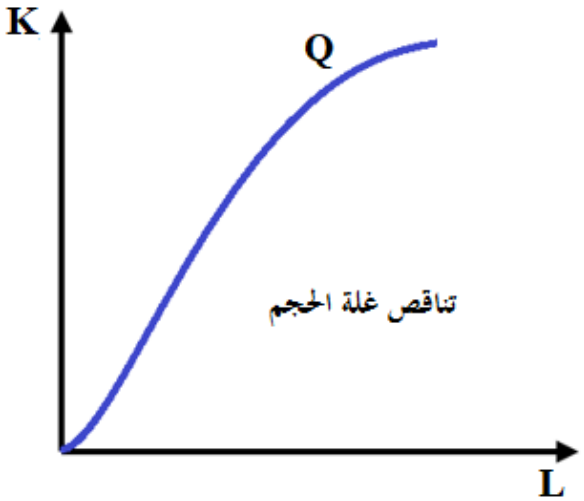
الشكل الأول



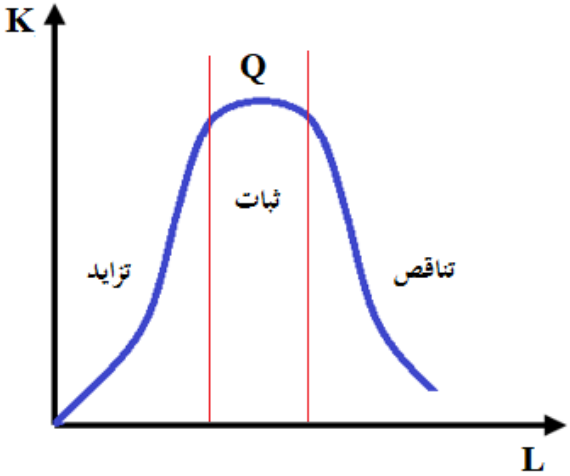
الشكل الثاني



الشكل الثالث



الشكل الرابع



- الشكل الأول: يشير إلى تزايد الإنتاج الحدي للعمل، بمعنى تضاعف حجم العمل وهو ما يؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي إلى أكثر من الضعف.
- الشكل الثاني: يعبر عن ثبات الغلة في الحجم، بمعنى أن الإنتاج الحدي للعمل ثابت.
- الشكل الثالث: يشير إلى تناقص في غلة الحجم، بمعنى أن الإنتاج الحدي للعمل يتناقص.

- ويمكن أن نعبر عن كل ذلك رياضيا كما يلي:

$$Q: PT = f(K, L, \ldots.)$$

نستطيع أن نستخرج من الإنتاج الكلي الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط

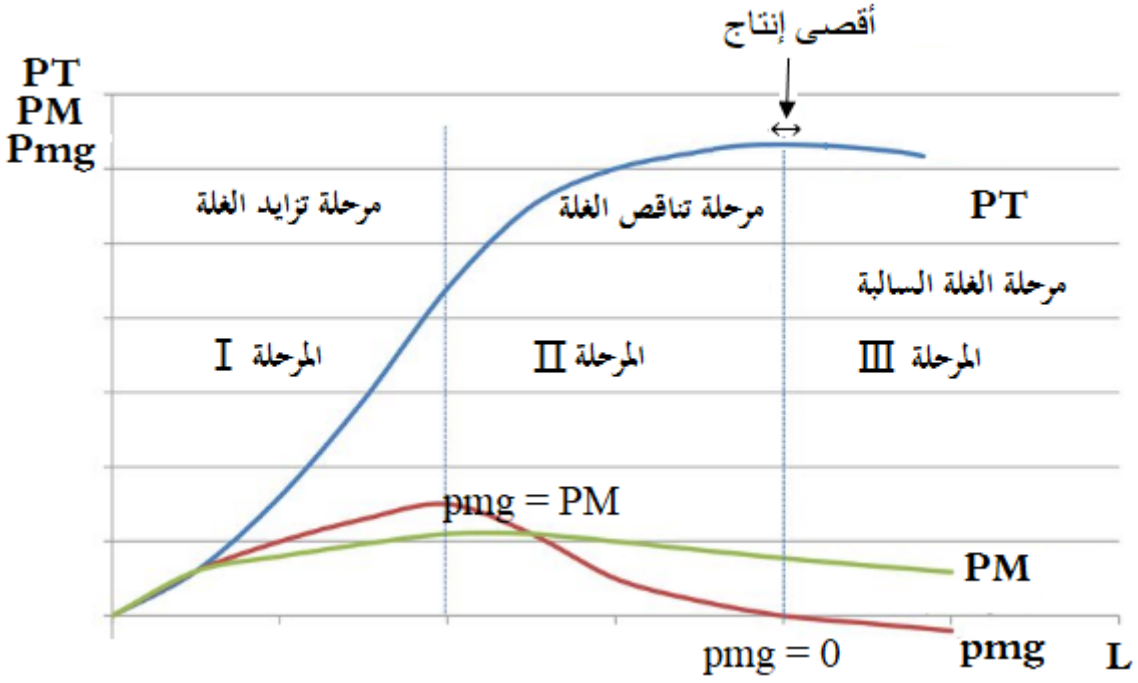
3- دالة الإنتاج، المدى الطويل والقصير:

في المدى القصير لا تستطيع المؤسسة تغيير عناصر الإنتاج، فيبقى على الأقل عنصر واحد ثابت في المدى القصير بينما تتغير باقي عناصر الإنتاج ففي مصنع إنتاج السيارات مثلا، تجد بعض عناصر الإنتاج وخاصة الأصول الثابتة كالبنايات والآلات والمعدلات الكبيرة يتم وضعها عند عند تأسيي المصنع، وتبقى هذه الأصول ثابتة سواء في الكمية أو العدد ولفترات طويلة حسب عمرها الاقتصادي ويمكن أن تعمد المؤسسة لتغيير هذه الأصول في المدى البعيد أما عن اليد العاملة (حجم العمال) و كذا المواد الأساسية والوسيطة فتتيغر أثناء العملية الإنتاجية حسب الطلب وحسب الدورات الاقتصادية والمواسم.

في هذا الفصل سنتطرق إلى قانونين مهمين في دوال الإنتاج: القانون الأول يعرف بقانون تناقص الإنتاجية الحدية لعناصر الإنتاج المتغيرة ويعرف أيضا بقانون تناقص غلة الحجم. يصور هذا القانون العلاقة بين الزيادة في كمية أحد عناصر الإنتاج المتغيرة وحجم الإنتاج الكلي مع بقاء عناصر الإنتاج الأخرى ثابتة. أما العلاقة الثانية التي تربط حجم الإنتاج الكلي بعناصر الإنتاج تعرف بالعائد على الحجم، وتصور هذه العلاقة بين التغير في كميات عناصر الإنتاج مجتمعة والإنتاج الكلي في المدى الطويل، عندما يمكن تغيير جميع عناصر الإنتاج وهذا يهم المؤسسة في اخيارت حجم الإنتاج الأمثل بالنسبة لها.

وهكذا تكون مراحل الإنتاج الأولية ثلاثة كما هو موضح في الشكل التالي:

الشكل (18): مراحل دالة الإنتاج



المرحلة I: هذه المرحلة الأولى من مراحل عملية الإنتاج ويكون فيها الإنتاج متزايد بمعدلات متزايدة (التزايد الأسي) أي مردودها متزايد.

حيث أنه في هذه المرحلة كلما أضيفت وحدة إضافية من عناصر الانتاج مثلا وحدة من عنصر العمل ينتج عنها زيادة في معدل الناتج الكلي PT وهذه الزيادة تكون بنسبة تفوق معدل الزيادة التي احدثتها زيادة وحدة من عنصر العمل ومنه يمكن القول أن الزيادة في حجم الانتاج أسرع بكثير من الزيادة في العنصر الانتاجي المستخدم في هذه المرحلة الأولى بالذات. ومنه تظهر الغلة المتزايدة (أي تزايد معدل الزيادة في الناتج الكلي ازاء كل وحدة اضافية من عنصر الانتاج).

وفي هذه المرحلة ليس هناك حاجة للتفكير في اتخاذ القرار للزيادة في عناصر الانتاج لأن نسبة الزيادة أخذت بالزيادة وبشكل مستمر وجيد.

المرحلة II: هذه هي المرحلة العادية في الإنتاج وهي التي تخضع لقانون تناقص المردود. وفي هذه المرحلة يزداد الانتاج الكلي بنفس المقدار، أي كلما أضفنا كمية معينة من عنصر الانتاج يبقى الزيادة في حجم الناتج

الكلي ثابتة. أي يكون فيها وجود نسبة زيادة ثابتة من عنصر الانتاج المستخدم في العملية الانتاجية وبين حجم الناتج.

المرحلة III: هذه المرحلة هي المرحلة الأخيرة والحتمية وتظهر على المدى الطويل وتتطلب إيقاف عملية الإنتاج. وفي هذه المرحلة تكون الزيادة الحاصلة في الناتج الكلي من خلال إضافة وحدة إضافية من عنصر الانتاج المستخدم في العملية الانتاجية أقل من تلك الزيادة التي أحدثتها سابقا (أي أن الزيادة في حجم الانتاج الكلي أقل من الزيادة الحاصلة في عنصر الانتاج المستخدم في العملية الانتاجية) وفي هذه الحالة إذا واصلنا بإضافة وحدات من عنصر الانتاج سوف نصل في النهاية إلى حد تتوقف عنده الزيادة في الناتج الكلي.

4- الناتج الكلي PT، الناتج المتوسط PM، و الناتج الحدي Pmg:

4-1- الناتج الكلي Total Product: ويرمز لها بالرمز PT هو مجموع السلع والخدمات التي تنتج في فترة زمنية معينة.

4-2- الانتاج المتوسط Average Product: ويرمز لها بالرمز PM وهي عبارة عن حامل قسمة الناتج الكلي على الكمية المستخدمة من عنصر الانتاج المستخدم وتكون صيغته الرياضية كالآتي:

$$PM_L = \frac{PT}{L}$$

4-3- الإنتاجية الحدية Marginal Product: ويرمز لها بالرمز PM وهو مقدار التغير في الناتج الكلي الناشئ عن التغير في الكمية المستخدمة من عنصر الانتاج المتغير (كعنصر العمل) بوحدة واحدة في فترة زمنية معينة. وتكتب صيغته الرياضية كالآتي:

- **في حالة الدوال المستمرة:**

$$Pmg_L = \frac{\delta Q}{\delta L}$$

- **في حالة الدوال غير المستمرة:**

$$Pmg_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{Q_2 - Q_1}{L_2 - L_1}$$

5- أمثلة عن دوال الإنتاج وفق الدوال المستمرة و الغير مستمرة:

- **المثال 1:**

لتكن دالة الانتاج Q_x تحوي على عنصرين من عناصر الإنتاج K و L (فقط عنصرين من عناصر الإنتاج) و يمكن التعبير عن هذه العلاقة بالصيغة الرياضية التالية (دالة مستمرة):

$$Q_x = 100\,L\,K + 10K^2 - 2L^2$$

نفرض أن أس المال المخصصلانتاج الكمية من السلعةQ_x ثالث ويقدر بوحدة نقدية (1 و.ن).

المطلبوب:

1. إيجاد الصيغة العامة لدالة الناتج الكلي، الناتج المتوسط والانتاج الحدي.
2. حساب حجم العمل الذي يحقق أعظم إنتاج من السلعة Q_x.

- **حل المثال 1:**

1. إيجاد الصيغة العامة لدالة الناتج الكلي، الناتج المتوسط والانتاج الحدي:

لدينا: $K = 1$ رأس المال ثابت

$$PT = Q_x = 100\,L\,(1) + 10(1)^2 - 2L^2$$

الصيغة العامة لدالة الناتج الكلي PT: $PT = Q_x = 100\,L + 10 - 2L^2$

الصيغة العامة لدالة الناتج المتوسط PM_L:

$$PM_L = \frac{PT}{L} = \frac{100\,L + 10 - 2L^2}{L}$$

$$PM_L = 100 + \frac{10}{L} - 2L$$

الصيغة العامة لدالة الناتج الحدي Pmg_L:

$$Pmg_L = \frac{\delta Q}{\delta L} = 100 - 4L$$

2. حساب حجم العمل الذي يحقق أعظم إنتاج من السلعة Q_x:

$$PT = Q_x \Rightarrow Pmg_L = 0 \Rightarrow 100 - 4L = 0$$

$$100 = 4L \Rightarrow L = \frac{100}{4} \Rightarrow L = 25$$

- **المثال 2**: لدينا الجدول التالي:

الأرض K	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي PT	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

1. حساب الناتج المتوسط والانتاج الحدي.
2. رسم المنحنيات الثلاثة مع التعليق.

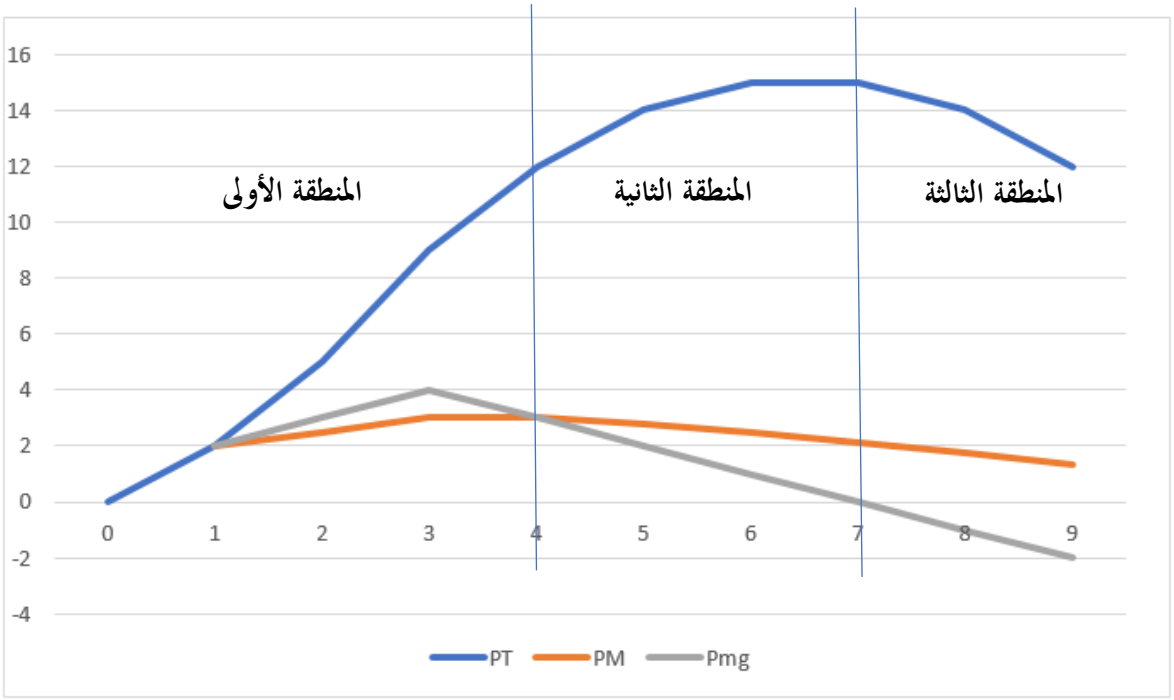
- **حل المثال 2**:

1. حساب الناتج المتوسط والانتاج الحدي:

الناتج المتوسط PM_L	-	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.14	1.75	1.33
الناتج الحدي Pmg_L	-	2	3	4	3	2	1	0	1-	2-

2. رسم المنحنيات الثلاثة مع التعليق:

الشكل (19): منحنى الناتج الكلي، المتوسط و الحدي



المرحلة I: (الانتقالية) من النقطة صفر إلى النقطة العظمى لـ PM_L . في هذه المرحلة يتزايد الإنتاج الكلي PL بمعدّلات متزايدة، وهذا معناه أن الناتج الحدي يكون متزايد ويلاحظ أن هذه المرحلة تنتهي عندما يقطع منحنى الانتاج المتوسط الذي وصل حده الأقصى منحنى الانتاج الحدي ($PM_L = Pmg_l$). كذلك تتميز بكون أن نسبة العمل على رأس المال $\frac{K}{L}$ ضئلية والناتج الحدي والمتوسط متزايد

المرحلة II: تبدأ من النقطة العظمى للناتج المتوسط $PM_{L\,max}$ إلى النقطة التي يكون في الناتج الحدي مساوي للفصر (معدوم) $(Pmg_L = 0)$ وخلال هذه المرحلة يستمر الإنتاج في التزايد ولكن بمعدّلات متناقصة إلى أن يبلغ حدّه الأقصى، عندها يقطع منحنى النتاج الحدي محور الفواصل والمقاول يحقق الربح عند حده الأعظم خلال هذه المرحلة.

المرحلة III: المرحلة الأخيرة وهي مرحلة الموت بالنسبة للإنتاج وتعتبر غير اقتصادية، يكون فيها الإنتاج متناقص، وهذا معناه أن بسبة العمل L إلى العنصر الثابت رأس المال K كبيرة جدا. أي ارتفاع حجم العمل $L\nearrow$ سيؤدي إلى ارتفاع وزيادة حجم التكاليف $CT\nearrow$ ومنه سينخفض حجم الانتاج أي $PT\searrow$.

ملاحظات ختامية:

- يجب على المؤسسة أن تتوقف عند العامل السادس $L = 6$ لأن العامل السابع لا يساهم في العملية الإنتاجية مقابل حصوله على دخل.
- منحنى الإنتاجية الحدية يقطع منحنى الإنتاج المتوسط في النقطة العظمى التي في أقصاها تكون مشتقتها الجزئية الأولى معدومة $\left(\frac{\delta PM_L}{\delta L} = 0\right)$.
- إن المنطقة الثانية تعتبر المنطقة الاقتصادية للانتاج وعليه المنتج العقلاني (المقاول الرشيد) لا يحبذ المنطقة الأولى والثالثة. حيث أنه إذا اختار المنطقة الأولى فهذا يعني أنه سوف يستخدم كمية كبيرة من رأس المال وعدد قليل من العمال. ولهذا سوف يختار المنطقة الثانية والتي تعرف بالمنطقة الاقتصادية حيث يكون فيها عدد أمثل من العمال وكمية مثلى من رأس المال وثبات في الإنتاج.

6- قانون تناقص غلة الحجم:

لقد كشف عن هذا القانون الاقتصادي الفرنسي آن تورجو (Anne Robert Jacques Turgot). حيث لاحظ أنه عند اضافة وحدات متتالية من عامل الانتاج المتغير إلى قدر ثابت من عوامل الانتاج الأخرى فإن الإنتاج الكلي يزيد في الأول زيادة متزايدة ثم زيادة متناقصة إلى أن يصل إلى أعظم نقطة له ثم يبدأ في التناقص أي أن الإنتاج الحدي لعامل الانتاج المتغير يأخذ في النهاية إلى التناقص. واستخدام هذا القانون قد يساعد المنتج لاختيار الكميات المثلى من عوامل الانتاج والتي تؤدي إلى تحقيق الكفاءة وتعظيم الربح له.

7- أمثلة و تمارين مقترحة:

- تمرين 3: باستخدام النموذج الرياضي بدالة الإنتاج التالية والتي تعبر عن تحليل الانتاج للمدى القصير على النحو التالي: $Q_x = 1.3\,L^3 + 14.7\,L^2 + 2L$

المطلوب:

1. تحديد دالة الناتج المتوسط ودالة الانتاج الحدي وتحديد الحدّ الأمثل لكل منهما.
2. ما هو الحل الأمثل لعدد الواجب استخدامه لتعظيم الانتاج.

- تمرين 4: لإنتاج منتوج معين يتطلب توفير يد عاملة L و رأس مال K حيث أن دالة الإنتاج على النحو التالي: $X = 10\,K\,L^2 - (K\,L)^3$

المطلوب:

1. ما هو حجم العمل الذي يضمن أقصى حجم إنتاج كلي؟
2. ما هو حجم العمل الذي يضمن أقصى إنتاجية حدية؟

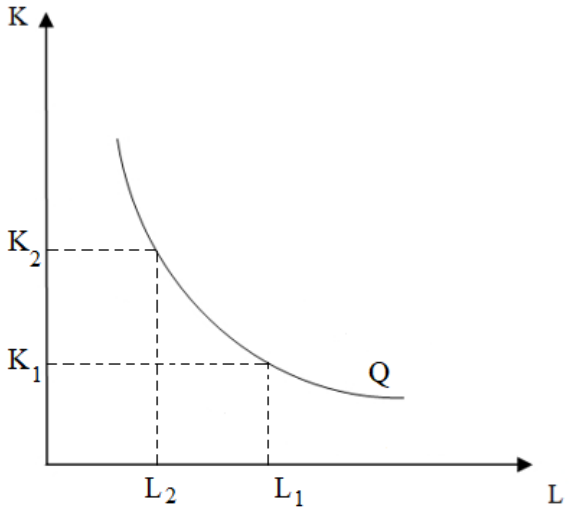
8- دالة الإنتاج في الأمد الطويل:

في الأجل الطويل تصبح جميع عوامل الإنتاج متغيرة، وللتبسيط نفترض أن هناك عاملين إنتاجيين فقط هما العمل L ورأس المال K يتم استخدامهما في العملية الإنتاجية. إن دالة الإنتاج في الأجل الطويل تأخذ الشكل التالي: $Q = f(K, L)$ بحيث: الكمية المنتجة: Q ، رأس المال: K ، اليد العاملة: L.

8-1- منحنيات الناتج المتساوي (الكميات المتساوية):

منحنى الناتج المتساوي هو المحل الهندسي للثنائيات المرتبة (K, L) التي تعطي نفس القدر من الإنتاج Q_X.

الشكل (20): منحنى الناتج المتساوي

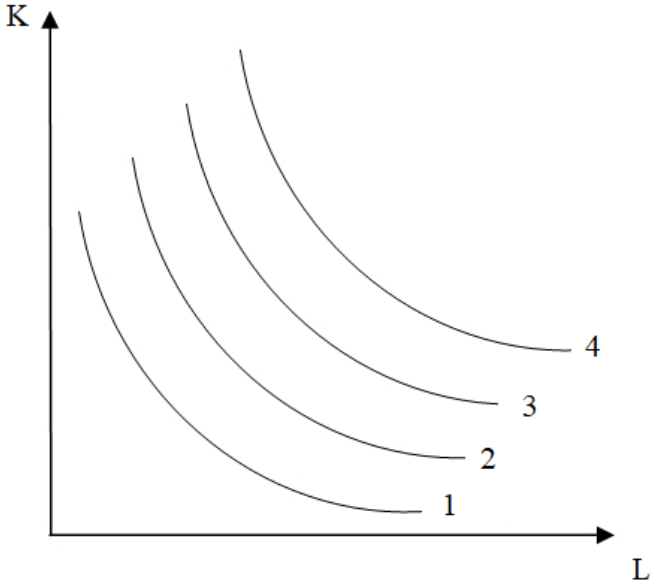


ومنه حين يسير المنتج على طول منحنى الناتج المتساوي ويختار أي تركيبة أو توليفة من عناصر الإنتاج فإنه يحقق نفس مستوى الإنتاج. وهذا المنحنى مأخوذ من منحنى نظرية المنفعة الترتيبية.

خرائط منحنيات سواء المنتج:

تمثل مستويات مختلفة من الإنتاج عند الزيادة في حجم استخدام عوامل الإنتاج حيث كلما ابتعد منحنى الناتج المتساوي على المبدأ كلما يعبر عن زيادة في الانتاجية. ويمكن ملاحظة ذلك من خلال الشكل أدناه. ومنه يمكن أن نستخلص العديد من منحنيات الناتج المتساوي.

الشكل (21): خريطة منحنيات الناتج المتساوي (خريطة سواء المنتج)



و لمنحنيات الكميات المتساوية خصائص ثلاث هي:

1- منحنيات ذات ميل سالب وتعكس العلاقة التبادلية بين عاملي الانتاج رأس المال K واليد العاملة L. ومحدبة اتجاه نقطة الأصل وهذا يعني أن معدّل احلال عنصر العمل محل رأس المال في الإنتاج يتناقص مع زيادة استخدام عنصر العمل، ويطلق على مؤشر قياس هذه العلاقة بالمعدل الحدي للاحلال التقني TMS_t.

2- هذه المنحنيات لا تتقاطع، حيث أن فكرة منحنيات سواء المنتج على أن كل منها يمثل مستوى إنتاج مختلف عن الآخر، وفي حال تقاطعها يصبح كل منحنى من هذه المنحنيات المستوى نفسه من الإنتاج، وهذا مخالف للنظرية.

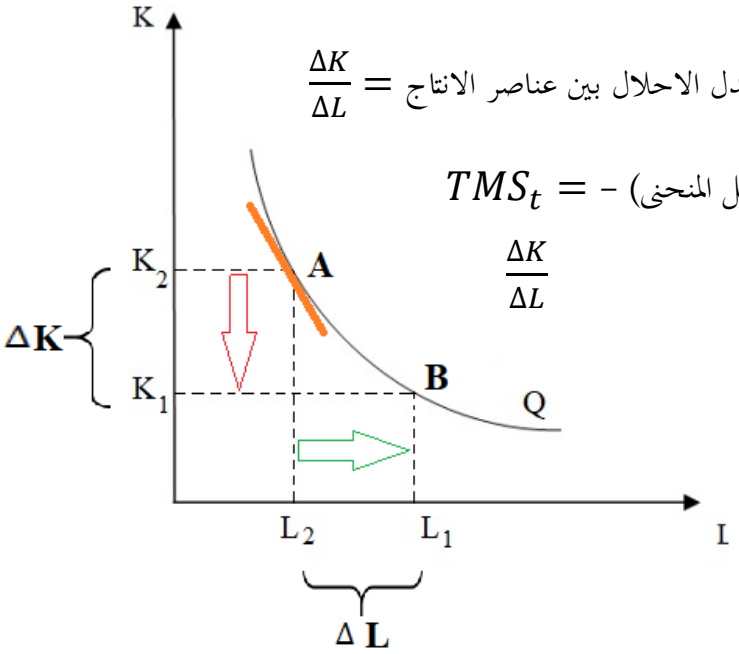
3- كلما ابتعدنا على نقطة الأصل كلما حصلنا على مستوى أعلى من الإنتاج.

4- تتجه منحنيات الناتج المتساوي من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين.

8-2- المعدل الحدي للاحلال التقني TMS_t:

على منحنى ناتج متساوي معين $N(1)$ نعرف المعدل الحدي للاحلال التقني (احلال نعصر من K محل L) هو المعدل والمقياس الذي من خلاله سيتم احلال كمية من عنصر انتاج معين K (أي $|\Delta K|$) محل وحدة واحدة من L (أي $|\Delta L| = |-1|$) بشرط أن نبقى على نفس منحنى الناتج المتساوي (أي نبقى على نفس مستوى الإنتاج). وعموما يكون TMS_t بميل سالب والشكل البياني التالي يوضح ذلك:

الشكل (22): طريقة حساب المعدل الحدي للاحلال التقني TMS_t



$$Log\ (\alpha) = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}$$

ويمكن برهان ذلك وحساب TMS_t كما يلي:

$$Q = f(K, L)$$

$$\frac{\delta Q}{\delta (K, L)} = 0 \Rightarrow \frac{\delta Q}{\delta L}\, dL + \frac{\delta Q}{\delta K}\, dK = 0$$

$$\Rightarrow Pmg_L\, dL + Pmg_K\, dK = 0$$

$$\Rightarrow Pmg_L\, dL = -Pmg_K\, dK$$

بقسمة طرفي المعادلة على نفس القيمة وهي : $Pmg_K\, dL$

$$\Rightarrow \frac{Pmg_L\, dL}{Pmg_K\, dL} = -\left|\frac{Pmg_K\, dK}{Pmg_K\, dL}\right|$$

$$\Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = -\left|\frac{dK}{dL}\right| = TMS_{t\,(K/L)}$$

مثال:

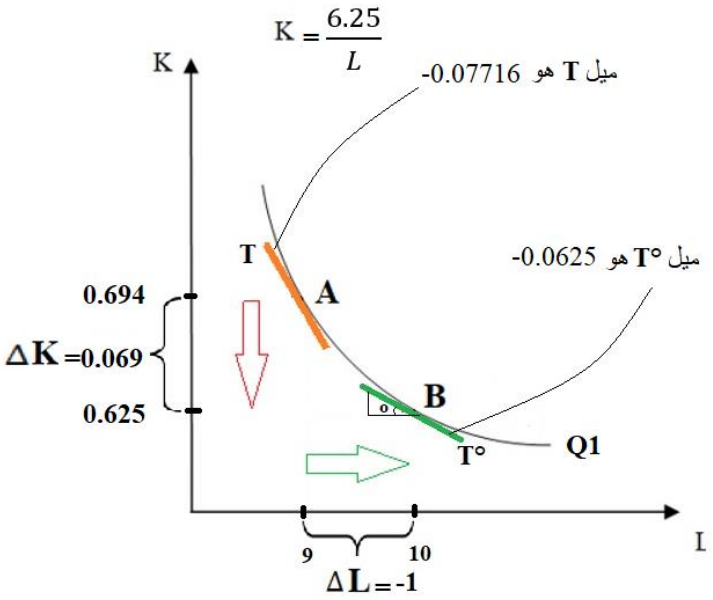
لدينا: $Q = 2\,L^{1/2}\;K^{1/2}$

إذا افترضنا أن منحنى الناتج المتساوي Q_1 (لإنتاج $Q_1 = 5$)

$$5 = 2\,L^{1/2}\;K^{1/2} \Rightarrow (5)^2 = (2\,L^{1/2}\;K^{1/2})^2$$

$$\Rightarrow \quad 25 = 4\,L\,K \;\Rightarrow\; \frac{25}{4L} = K$$

$$\Rightarrow \quad K = \frac{25}{4L} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{6.25}{L}$$



لدينا:

$$TMS_{t\,(K/L)} = \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = -\left|\frac{dK}{dL}\right|$$

$$\Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{dK}{dL}$$

مع العلم أن: $Q = 2\,L^{1/2}\;K^{1/2}$

فإن: $\frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{{}^1/_2 \,.\, 2\,L^{-1/2}\; K^{1/2}}{{}^1/_2 \,.\, 2\,K^{-1/2}\; L^{1/2}}$

$$\Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{K}{L} = -\left|\frac{dK}{dL}\right|$$

مع العلم أن: $K = \frac{6.25}{L}$

$$\Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{K}{L} = -\left(\frac{6.25 * 0 - 1 * 6.25}{L^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{6.25}{L^2}$$

عموما (أي على أي منحنى سواء Q_n يكون المعدل الحدي للاحلال التقني TMS_t مساويا لـ:

$$N = 2\,L^{1/2}\; K^{1/2} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{N^2}{4L}$$

$$\left|\frac{dK}{dL}\right| = \frac{{}^1/_2 \,.\, 2\,L^{-1/2}\; K^{1/2}}{{}^1/_2 \,.\, 2\,K^{-1/2}\; L^{1/2}} = \frac{K}{L} = \frac{N^2}{4L} * \frac{1}{L} = \frac{N^2}{4L^2}$$

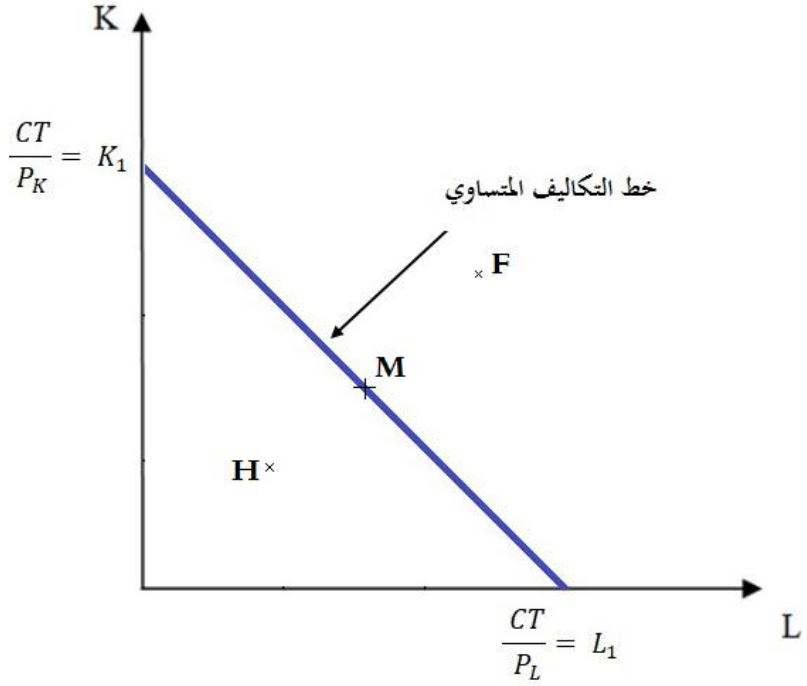
وهي دالة متناقصة في L

ملاحظة: إن المعدل الحدي للاحلال التقني دالة متناقصة (تتناقص من 0.07716 إلى 0.0625 عندما تزايدت L من 9 إلى 10).

3-8- خط التكاليف المتساوية:

يمثل خط التكاليف المتساوية التوليفات المختلفة من عوامل الإنتاج (العمل ورأس المال) التي يمكن شراءها بنفس التكاليف الكلية. فإذا أردنا استعمال مقدار أكبر من عنصر رأس المال K يجب علينا أن نتخلى عن مقدار من عنصر العمل L . فإذا كانت CT و P_L و P_K تمثل التكلفة الكلية للمنشأة وأجر وحدة العمل وسعر وحدة رأس المال على التوالي. فإن التكلفة الكلية للمنشأة التي تستخدم عنصر العمل L ورأس المال K تكون على النحو التالي: $CT = P_L\,.\,L + P_K\,.\,K$

الشكل (23): خط التكاليف المتساوي



نلاحظ أن أي الثنائية (F) خارج خط التكاليف المتساوية تكون خارج حدود ميزانية المخصصة ومنه فإن هذه التوفيقة غير ممكنة. أيضا نجد أن أي ثنائية تحت خط التكاليف المتساوية ونأخذ النقطة (H) مثلا كما هو موضح في الشكل التالي حيث أن المؤسسة تكون غير رشيدة في اختيارها لهذه النقطة حيث أنها لن تستفد من كل المبالغ المخصصة لشراء عناصر الانتاج المتاحة أي أنه كان بإمكانها شراء كميات أكبر من الكميات المتاحة عند النقطة (H). ومنه نستنتج أن النقاط التي تقع على مستوى خط التكاليف المتساوية هي النقاط المثلى.

$$CT = P_L \,.\, L + P_K \,.\, K \;\Rightarrow\; P_K \,.\, K = CT - P_L \,.\, L$$

$$\Rightarrow K = \frac{CT - P_L \,.\, L}{P_K}$$

إذا نلاحظ مما سبق أن ميل خط التكاليف المتساوي سالب ويكتب على النحو التالي:

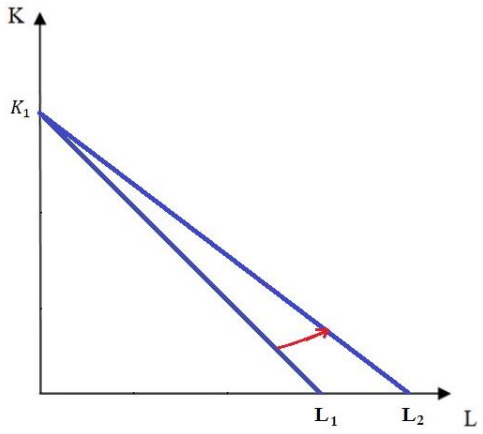
$$\Rightarrow K = \frac{CT}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}.\; L$$

– إذايعني أنه حين استخدام مقدار أكبر من عنصر رأس المال K فيجب التخلي على جزء من وحدات عنصر العمل L و العكس صحيح.

– عند ارتفاع ميزانية المنتج مع بقاء عوامل الانتاج الأخرى ثابتة فإن هذا يؤدي إلى رفع خط التكاليف المتساوي بالتوازي يمينا مع خط التكاليف المتساوي الأول (وضعه السابق الأول) والعكس.

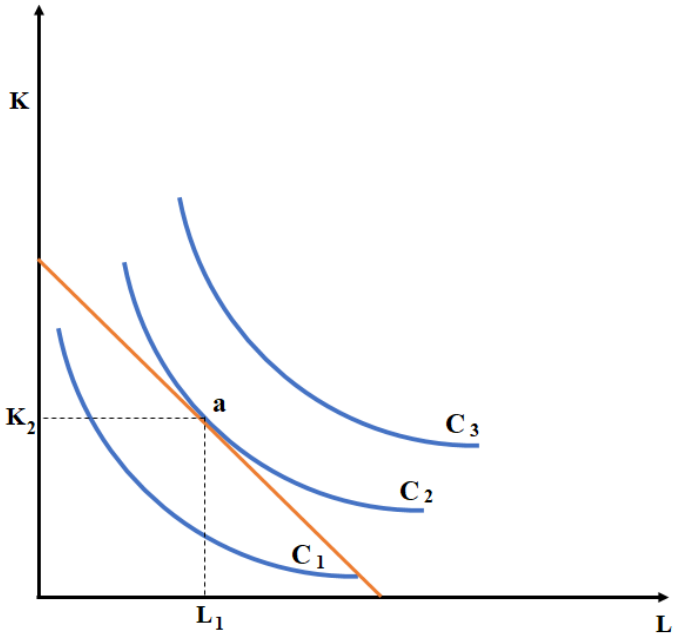
– في حال ما بقيت ميزانية المنتج ثابتة، وتغير أحد عوامل الانتاج بمعني أن سعر وحدة العمل ارتفعت أو انخفضت وبقي رأس المال ثابث فإن خط التكاليف المتساوي ينتقل بطريقة محورية حول محور أساسه K.

الشكل (24): تغير أحد عوامل الانتاج



4-8- توازن المنتج: يكون المنتج في حالة توازن عندما يختار التوفيقة المثلى من عناصر الانتاج العمل ورأس المال (L, K) والتي تعظم إنتاجه في حدود تكلفة كلية قدرها (CT) التي يستطيع تحملها ويمكن أن نبين ذلك بيانيا من خلال الشكل التالي:

الشكل (25): توازن المنتج



إن تحقيق التوازن عند المنتج يعني السعي إلى إنتاج أكبر حجم ومستوى من الإنتاج وبأقل التكاليف لذلك يكون على المنتج البحث عن التركيبة المثلى من عناصر الانتاج التي تجعل التكاليف أقل ما يمكن وهذه الثنائية (M) تقابل نقطة تماس والتقاء منحنى الناتج المتساوي (Q_2) ومنحنى التكاليف المتساوي.

إن توازن المنتج يكمن في البحث عن الطريقة المثلى التي تعظم ربح وتخفض من تكاليفه. وبهدف الوصول إلى صيغة رياضية تعكس هذ التوازرن نستعين بطريقة لاغرانج.

يمكن كتابة العلاقة الرياضية التي تحقق شرط توازن المنتج (نقطة التماس) على الشكل التالي:

$$\frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

ويكتب أيضا توازن شرط المنتج على النحو التالي:

$$\frac{Pmg_L}{P_L} = \frac{Pmg_K}{P_K}$$

5-8- التفسير الرياضي لهذه النتيجة:

إن هدف المنتج يمكن التحقق منه رياضيا على النحو التالي:

- تعظيم الربح:

$$\begin{cases} Max: & Q_X = f(K,L) \\ S.C: & CT = P_K\,K + P_L\,L \end{cases}$$

- تخفيض التكاليف:

$$\begin{cases} Min: & CT = P_K\,K + P_L\,L \\ S.C: & Q_X = f(K,L) \end{cases}$$

سنركز أكثر على الطريقة الأولى. إن حل مشكلة المنتج هذه يتم من خلال الاستعانة بطريقة لاغرانج على النحو التالي:

$$Q\,(K,L,\lambda) = f(K,\,L) + \lambda[CT - (\,KP_K + L\,P_L)]$$

$$Q\,(K,L,\lambda) = f(K,\,L) + \lambda\,CT - \lambda\,KP_K - \lambda L\,P_L$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial K} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial K} - \lambda\,P_K = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial L} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial L} - \lambda\,P_L = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow CT - KP_K - L\,P_L = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\frac{\partial f}{\partial K}}{P_K} = \frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{P_L}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{Pm_K}{P_K} = \frac{Pm_L}{P_L}$$

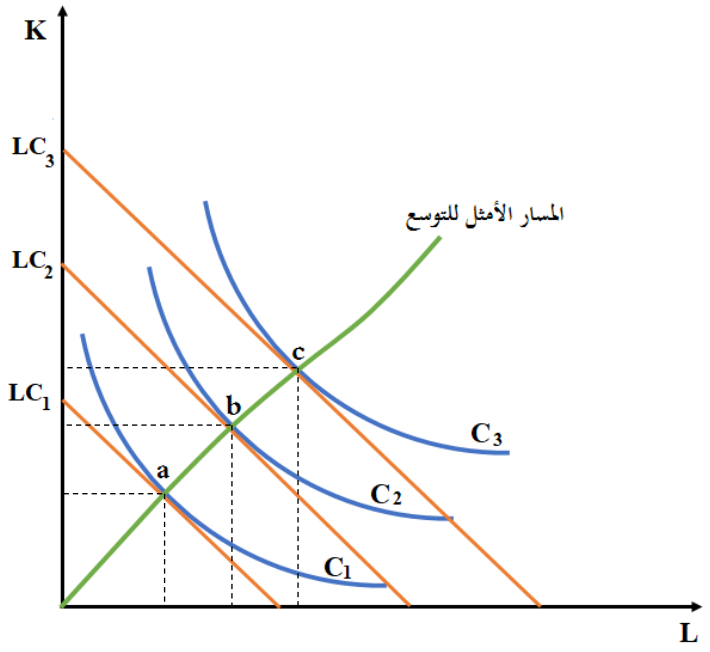
إذن يصل المنتج إلى حالة التوازن (أي التوزيع الأمثل لميزانيته) عندما تتساوى الإنتاجية الحدية للوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على أي من هذه العوامل.

6-8- مسار توسع المؤسسة:

بيانيا هو المنحنى الذي يجمع بين نقاط التماس لمنحنيات الناتج المتساوي مع خطوط التكاليف المتساوية (بشرط ثبات أسعار عوامل الإنتاج)، إذن هو يشتمل على كافة التركيبات المثلى الممكنة. أما نظريا فهو يشير إلى مجموعات عوامل الإنتاج التي تمكن المنتج من إنتاج مستويات مختلفة من الإنتاج بأقل التكاليف بينما تظل أسعار العوامل النسبية ثابتة.

على المدى الطويل، يمكن للمؤسسة أن تغير أيضا رأسمالها (تغيير الآلات والمعدات ...) بهدف توسيع وزيادة إنتاجها. ومنه فإنه على المؤسسة اختيار مسار التوسع الأمثل بهدف تقليل تكاليفها ومنه تعظيم أرباحها. ومسار التوسع كما هو موضح في الشكل التالي هو موضع نقاط مختلفة من توازن المنتج عندما يغير مجموع نفقاته لتوسيع حجم الإنتاج بينما تظل أسعار العوامل النسبية ثابتة.

الشكل (26): المسار الأمثل للتوسع



في حالة التوازن إذا تمكن المنتج من الحصول على موارد مالية بهدف التوسع في عملية الإنتاج، مع بقاء تكاليف الإنتاج ثابتة، فإن ذلك قد يسمح له بزيادة استخدام عوامل الإنتاج ومنه يحقق هدفه أي التوسع في عمليةالانتاج. من الشكل البياني في الأعلى يتضح أن المنتج يستطيع الانتقال من منحنى الناتج المتساوي C_1

إلى منحنى أعلى كمثال C_2 و كان ذلك نتيجة انتقال خط التكاليف المتساوية من مستوى قدره LC_1 إلى مستوى أعلى LC_2 . نفس التحليل إذا تراجعت موارده المالية.

كخلاصة المنحنى الذي ينطلق من نقطة الأصل ويربط بين نقاط التوازن المختلفة عندما تتغير ميزانية المنتج مع ثبات العوامل الأخرى، أو عندما يتغير سعر إحدى عوامل الانتاج مع ثبات العوامل الأخرى، فهو يعبر عن مسار التوسع في الإنتاج.

ويعكس مسار التوسع في الإنتاج واحد من ثلاث من دوال الإنتاج:

1. حالة ثبات الغلة؛

2. حالة تزايد الغلة؛

3. حالة تناقص الغلة.

9- دوال الإنتاج من نوع Cobb Douglas:

هو شكل من أشكال دوال الإنتاج، حيث أن هذا الشكل الرياضي الاقتصادي يفسر السلوك الإنتاجي وعلاقته بعوامل الإنتاج. ويمكن أن يستخدم في دراسة عملية الإنتاج على مستوى المؤسسة وأيضا في دراسة عمليات الإنتاج على مستوى الاقتصاد ككل.

تعتبر دالة الانتاج التي صاغها الاقتصادي الأمريكي بول دوغلاس (Paul Douglas) وزميله عالم الرياضيات الأمريكي تشارلز كوب (Charles Cobb) في عام 1928 أكثر الدول استخداما في التحليل الاقتصادي الجزئي و تأخذ الشكل الرياضي التالي:

$$Q = A\ K^{\alpha}\ L^{\beta}$$

حيث يمثل الـ A ثابت موجب ($A =$ ثابت > 0) ويعبر عن حالة التكنولوجيا المستخدمة في عملية الإنتاج. $(K,\ L)$ عوامل الإنتاج بينما $(\alpha,\ \beta)$ تعبر عن مرونة كل من رأس المال والعمل حيث أن α مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال، β مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل $\alpha,\ \beta > 0$.

إذا أردنا حساب مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال:

$$\alpha = \frac{\delta Q}{\delta K} \cdot \frac{K}{Q}$$

نفس الشيء إذا أردنا حساب مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل:

$$\beta = \frac{\delta Q}{\delta L} \cdot \frac{L}{Q}$$

10- تمارين محلولة :

10-1- التمرين 1:

لتكن دالة الإنتاج ما على الشكل التالي: $Q\ (K,L) = \ (3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2$

1- أوجد الانتاجيات المتوسطة لعوامل الإنتاج ؟

2- أوجد الانتاجيات الحدية لعوامل الإنتاج ؟

3- هل غلة الحجم متزايدة متناقصة أم ثابتة ؟

4- أحسب المعدل الحدي للإحلال التقني TMSt ؟

5- تحقق من أن مرونة الإحلال ثابتة ؟

حل التمرين 1:

دالة الإنتاج هذه تنتمي إلى عائلة دوال CES (Constant Elasticity of Substitution)[1] دوال ذات المرونة الثابتة للإحلال. هذه الدوال تأخذ الشكل الدالي على النحو التالي:

$$Q\ (K,L) = \ (\alpha K^{\rho} + \beta L^{\rho})^{1/\rho}$$

حيث: $\alpha > 0$، $\beta > 0$ و $\rho > 0$

[1] تمثل دالة الإنتاج CES (المرونة الثابتة للإحلال) شكلا معينا من دوال الإنتاج النيوكلاسيكية التي قدمها كل من Arrow و Chenery و Minhas و Solow في عام 1961. في هذا النهج، تستخدم تقنية الإنتاج نسبا مئوية ثابتة من نسب عامل. (رأس المال والعمالة) نتيجة للتغير بنسبة واحد في المائة في المعدل الحدي للإحلال التقني (TMSt). وقد قدم هذا البحث سنة 1960 في مجلة الاقتصاد و الاحصاء:

K.J. Arrow, H.B. Chenery, B.S. Minhas, and R.M. Solow, (1961), Capital-labor substitution and economic efficiency. Review of Economics and Statistics (43), p. 225-250.

هذه الدوال تتميز على أنها دوال متجانسة من الدرجة واحد (المردود السلمي لها ثابت) ولها مرونة إحلال ثابتة.

1- للحصول على الانتاجيات المتوسطة لعوامل الإنتاج، نقوم بقسمة الإنتاج الكلي على وحدات عوامل الإنتاج. حيث أن الانتاجية المتوسطة لرأس المال هي على النحو التالي:

$$PM_K = \frac{Q(K,L)}{K} = \frac{(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2}{K}$$

أما الانتاجية المتوسطة للعمل تكتب هي الأخرى على النحو التالي:

$$PM_L = \frac{Q(K,L)}{L} = \frac{(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2}{L}$$

2- الانتاجيات الحدية لعوامل الإنتاج تتوافق مع إيجاد المشتقات الجزئية الأولى لدالة الإنتاج بالنسبة للتغير في كمية عامل الإنتاج. حيث أن الانتاجية الحدية لرأس المال هي:

$$Pm_K = \frac{d\,Q(K,L)}{dK} = 2(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^{2-1}.(0{,}5).3K^{0.5-1}$$

$$Pm_K = 2(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^{2-1}\,.1{,}5\,.K^{-0.5}$$

$$Pm_K = 3\ .K^{-0.5}\,.(3K^{0.5} + 2L^{0.5})$$

أما الانتاجية الحدية للعمل هي:

$$Pm_L = \frac{d\,Q(K,L)}{dL} = 2(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^{2-1}.(0{,}5).2L^{0.5-1}$$

$$Pm_L = 2(3K^{0.5} + 2L^{0.5})\,.(0{,}5).2\,L^{-0.5}$$

$$Pm_L = 2\,L^{-0.5}\,.(3K^{0.5} + 2L^{0.5})$$

3- لمعرفة طبيعة المردود السلمي لغة الحجم تجب تحديد إشارة الفرق التالي ؟

$$Q(\lambda K, \lambda L) - \lambda\, Q(K,L)$$

حيث أن: λ عدد حقيق أكبر من 1 مهما كان.

ومن خلال دالة الإنتاج لهذا التمرين، هذا الفرق يكتب على النحو التالي:

$$= [(3(\lambda K)^{0.5} + 2(\lambda L)^{0.5})^2] - \lambda\,(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2$$

$$= [(3\lambda^{0.5}K^{0.5} + 2\,\lambda^{0.5}L^{0.5})^2] - \lambda\,(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2$$

$$= [(\lambda^{0.5})^2(3K^{0.5} + 2\,L^{0.5})^2] - \lambda\,(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2$$

$$\lambda\,(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2 - \lambda\,(3K^{0.5} + 2L^{0.5})^2 = 0$$

ومنه نستنتج أن المردود السلمي لغلة الحجم ثابت.

4- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني TMSt: يتمثل المعدّل الحدي للإحلال في النسبة بين المنافع الحدية:

$$TMS_{t\,(K/L)} = \frac{Pm_K}{Pm_L} = \frac{3\ .K^{-0.5}\,.(3K^{0.5} + 2L^{0.5})}{2\ .\ L^{-0.5}\,.(3K^{0.5} + 2L^{0.5})}$$

$$\frac{3\ .K^{-0.5}}{2\ .\ L^{-0.5}} = 1{,}5\,.\ \ K^{-0.5}\ \ .\ L^{0.5}$$

$$TMS_{t\,(K/L)} = 1{,}5\,.\ \ K^{-0.5}\ \ .\ L^{0.5}$$

5- نتحقق من أن مرونة الإحلال ثابتة، صيغة مرونة الاستبدال أو الإحلال تكتب كما يلي:

$$\sigma = \frac{\dfrac{d\,(L/K)}{L/K}}{\dfrac{d\,TMSt}{TMSt}}$$

من خلال حساب العملية في البسط، نحصل على:

$$\frac{d\,(L/K)}{L/K} = \frac{K\,dL\ -\ L\,dK}{K^2} \times \frac{K}{L} = \frac{dL}{L} - \frac{dK}{K}$$

في حين، يمكن كتابة المقام على النحو التالي:

$$\frac{d\,TMSt}{TMSt} = \frac{1{,}5\,.\,(-0{,}5).K^{-1.5}.L^{0.5}\,dK + 1{,}5\,.\,(0{,}5).K^{-0.5}.L^{-0.5}\,dL}{1{,}5\,.\ \ K^{-0.5}\ \ .\ L^{0.5}}$$

$$\frac{d\,TMSt}{TMSt} = 0.5\left(\frac{dL}{L} - \frac{dK}{K}\right)$$

لذلك، فإن مرونة الإحلال ثابتة ومساوية إلى:

$$\sigma = \frac{1}{0.5} \Rightarrow\ \ \sigma = 2$$

10-2- التمرين 2:

لتكن لدينا دالة الإنتاج من الشكل التالي: $K = \frac{Q^2}{4L}$ حيث تمثل كل من L و K عنصري العمل ورأس المال على التوالي في عملية الإنتاج. إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج على النحو التالي $P_L = 4$ و $P_K = 10$

المطلوب:

1- أوجد دالة التكلفة الكلية بدلالة حجم الإنتاج، ثم أحسب كل من التكلفة المتوسطة والحدية؟ علل إجابتك.

2- أوجد الشكل العام للعلاقة بين المعدل الحدي للاحلال التقني $TMSt_{L\,K}$ والمرونات الجزئية لعنصري الإنتاج.

حل التمرين 2:

1- الإجابة على السؤال الأول:

- إيجاد دالة التكلفة الكلية بدلالة حجم الإنتاج:

لدينا: $K = \frac{Q^2}{4L}$

ويمكن كتابتها من الشكل: $Q^2 = 4LK \Rightarrow (Q)^2 = \left(2\,L^{1/2}\,K^{1/2}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad Q = 2\,L^{1/2}\,K^{1/2}$$

لدينا دالة التكلفة الكلية:

$$CT = 4\,.\,L + 10\,.\,K$$

يتحقق شرط توازن المنتج عند:

$$\frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{2.\frac{1}{2}\,L^{-1/2}\,K^{1/2}}{2.\frac{1}{2}\,L^{1/2}\,K^{-1/2}} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{2}{5}$$

$$K = \frac{2}{5}\,.L$$

بتعويض قيمة K في Q و CT نجد:

$$Q = 2\,L^{1/2}\left(\frac{2}{5}\,.L\right)^{1/2} \Rightarrow Q = 2\,L\sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow L = \frac{Q}{2\sqrt{\frac{2}{5}}} \qquad (1)$$

$$CT = 4\,.L + 10\,.K \Rightarrow CT = 4\,.L + 10\,.\left(\frac{2}{5}\,.L\right)$$

$$\Rightarrow CT = 8\,L \qquad (2)$$

و بتعويض (1) في لمعادلة (2) نجد:

$$CT = 8\left(\frac{Q}{2\sqrt{\frac{2}{5}}}\right)$$

إذا دالة التكلفة الكلية بدلالة حجم الإنتاج هي:

$$CT = \frac{4Q}{\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

- حساب كل من التكلفة المتوسطة والحدية:
  - التكلفة المتوسطة: CTM

$$CTM = \frac{CT}{Q_x} \Rightarrow CTM = \frac{\frac{4Q}{\sqrt{\frac{2}{5}}}}{Q_x} \Rightarrow CTM = \frac{4Q}{Q_x\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

$$\Rightarrow CTM = \frac{4}{\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

  - التكلفة الحدية: Cmg

$$Cmg = \frac{\delta CT}{\delta Q_x} \Rightarrow Cmg = \frac{4.\sqrt{\frac{2}{5}} - 0.4Q}{\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2} \Rightarrow Cmg = \frac{4}{\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

نلاحظ من النتائج أن التكلفة المتوسطة والحدية متساوية وهي ثابتة أيا كان الإنتاج أي لا يتغيران.

2- إيجاد الشكل العام للعلاقة بين المعدل الحدي للاحلال التقني $\mathrm{TMSt_{L\,K}}$ والمرونات الجزئية لعنصري الإنتاج:

لدينا: $TMS_{t\,(K/L)} = \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = -\left|\frac{dK}{dL}\right|$

حيث أن: Pmg الانتاج الحدي، PM الانتاج المتوسط، و E تمثل المرونة حيث:

$$E_L = \frac{\delta Q}{\delta L} \cdot \frac{L}{Q} \Rightarrow E_L = Pmg_L \cdot \frac{1}{\frac{Q}{L}}$$

حيث أن: $Pmg_L = \frac{\delta Q}{\delta L}$ و $PM_L = \frac{Q}{L}$

ومنه $E_L = Pmg_L \cdot \frac{1}{PM_L} \Rightarrow E_L = \frac{Pmg_L}{PM_L}$

$$E_K = \frac{\delta Q}{\delta K} \cdot \frac{K}{Q} \Rightarrow E_L = Pmg_K \cdot \frac{1}{\frac{Q}{K}}$$

ومنه $E_K = Pmg_K \cdot \frac{1}{PM_K} \Rightarrow E_K = \frac{Pmg_K}{PM_K}$

في الأخير نستنتج أن:

$$\left.\begin{matrix} Pmg_L = E_L . PM_L \\ Pmg_K = E_K . PM_K \end{matrix}\right\} \Rightarrow TMS_{t\,(L/K)} = \frac{E_L . PM_L}{E_K . PM_K}$$

ومنه فإن المعدل الحددي للإحلال التقني هو عبارة عن نتجة التناسب بين مرونة العمل بالنسبة للانتاج مضروبا في الانتاجية المتوسطة للعمل على مرونة رأس المال بالنسبة للانتاج مضروبا في الانتاجية المتوسطة لرأس المال.

11- تمارين مقترحة للحل:

11-1- التمرين 1:

يمكن صياغة دالة الإنتاج لمنتج ما بواسطة دوال من نوع كوب دوقلاص Cobb-Dauglas على النحو التالي: $Q_x = 10\ K^{0.3}\ L^{0.4}$

حيث تمثل L و K عوامل الإنتاج العمل ورأس المال على التوالي. تمثل كل من P_L و P_K أسعار عوامل الإنتاج عنصر العمل ورأس المال على التوالي.

1- حدد طبيعة غلة الحجم لهذه الدالة.

2- عرف ثم أحسب المعدل الحدي للإحلال التقني TMSt. أعط قيمته عند التوازن.

3- استنتج عبارة الربح ثم استنتج دوال الطلب على عناصر الإنتاج بدلالة سعر البيع P علما أن $P_L = {}^{3}/_{4}\ um$ و $P_K = 1\ \ um$.

4- ما هو مستوى الإنتاج الأمثل إذا كان سعر الوحدة من هو: $P_X = 3\ um$

11-2- التمرين 2:

قدرة دالة إنتاج مؤسسة تكتب على النحو التالي: $Q_x = 2\sqrt{L}\ \sqrt{K}$

حيث أن P_X هو سعر الوحدة الواحدة من المنتوج Q_x (سعر السوق). تمثل كل من P_L و P_K أسعار عوامل الإنتاج عنصر العمل ورأس المال على التوالي.

1- حدد صيغة دالة الطلب على العمل إذا كان مخزون رأس المال، وأدرس شكل منحنى الدالة.

2- أحسب قيمة أعظم ربح ممكن لما: $P_X = 2\ um$ و $P_K = 2\ \ um$ و $P_L = 1\ um$.

3- نتخلى عن فرضية ثبات مخزون رأس المال. ما هي معادلة مسار التوسع.

11-3- التمرين 3:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q_X = b\ L^{\alpha}\ K^{\beta}$

حيث: K: كمية رأس المال، L: حجم العمل، Q_X : حجم الإنتاج.

1- ماذا نستطيع أن نقول عن المردود السلمي لهذه الدالة لما: $\alpha + \beta = 1$ ، $\alpha + \beta > 1$ ، $\alpha + \beta < 1$

2- بأي قيمة يتضاعف الإنتاج إذا كانت: $\alpha + \beta = 2$. وإذا كانت الكمية التي يتضاعف بها كل عامل من عوامل الإنتاج مساوية لـ $L = K = 2$

3- أحسب قيمة α و β مع العلم أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي $Pm_L = 0{,}5$ ودالة الإنتاج هي دالة متجانسة من الدرجة 2.

11-3- التمرين 4:

لتكن لدينا دوال الإنتاج التالية:

$$Q_{x1} = K^{0.2}\, L^{0.5}$$

$$Q_{x2} = 2\, L^{3/4}\, K^{B}$$

$$Q_{x3} = 2\sqrt{L}\ \sqrt{K}$$

1- من خلال دالة الإنتاج بصيغة عامة $Q_x = f(L, K)$ كيف يمكن التوصل لحساب المعدل الحدي للإحلال التقني TMSt.

2- حساب الـ TMSt لكل من Q_{x1} و Q_{x2}.

3- ما هي قيمة الـ TMSt في الدالة Q_{x3} لما: $Q_x = 2$ و $Q_x = 3$.

ـ قائمة المراجع ـ

– قائمة المراجع –

1- إبراهيم سليمان قطف، علي محمد خليل، مبادئ الاقتصاد الجزئي، دار حامد للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، عمان، 2004.

2- أحمد فوزي ملوخية، الاقتصاد الجزئي، مكتبة بستان المعرفة لطبع ونشر وتوزيع الكتب، الإسكندرية الطبعة الأولى، مطبعة الأمل، الاسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2005.

3- البشير عبد الكريم، الاقتصاد الجزئي، دروس مع تمارين محلولة، دار الأديب للنشر والتوزيع، الجزائر، 2005.

4- جورج فهمي رزق، الكامل في الاقتصاد الجزئي، المكتبة الشاملة، مركز الدراسات الاقتصادية.

5- دومينيك سلفاتور ترجمة د. سعد الدين محمد الشيال، نظرية اقتصاديات الوحدة ...نظريات وأسئلة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1992.

6- زعباط، عبد الحميد، الاقتصاد الجزئي: العرض والطلب (الجزء الأول)، ديوان المطبوعات الجامعية، 2001.

7- زغيب شهرزاد، بن ديب رشيد، الاقتصاد الجزئي أسلوب رياضي، ديوان المطبوعات الجامعية، سبتمبر 2013.

8- زيد بن محمد الرماني، الرؤية الإسلامية لسلوك المستهلك، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية.

9- عمار عماري، تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي، دار المناهج للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى 2002، عمان، الأردن.

10- غراب رزيقة، الاقتصاد الجزئي المرونات: محاضرات مدعمة بأعمال تطبيقية بحلولها النموذجية، مركز الكتاب الأكاديمي، الأردن، 2014.

11- كساب، علي، النظرية الاقتصادية: التحليل الجزئي، ديوان المطبوعات الجامعية، 2009.

12- عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، 2001، الجزائر.

13- عابد فضيلة، رسلان خضور: التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة دمشق، 2007-2008.

14- عبد الوهاب الأمين، فريد بشير، الاقتصاد الجزئي، مكتبة المتنبي، الطبعة الرابعة 2011.

15- فردريك تلون، مدخل للاقتصاد الجزئي، ترجمة وردية واشد، مجد المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، 2008، بيروت، لبنان.

16- فرحي، محمد، التحليل الاقتصادي الجزئي مدعما ب 75 تمرينا ومسألة محلولة و65 تمرينا ومسألة مقترحة للحل، الأصالة للنشر والتوزيع، الجزائر، 2012.

17- محمود حامد، الاقتصاد الجزئي، دار حميثرا للنشر والترجمة، 2017.

18- يحي محمد الياس محبوب، المختصر في مبادئ التحليل الجزئي، خوارزم العلمية، الطبعة الثانية، 2008.

19- Azamoun, Said, Comprendre la micro-économie : Cours et exercices, 3ème édition, Office des publications universitaires OPU, 2011.

20- Marc Montoussé et autre, Microéconomie : Cours méthodes, exercices corrigés, Collection Grand Amphi Economie. 2ème édition, 2007.

21- Krister Ahlersten (2013). Essentials of Microeconomics: Exercises.1 edition. Published by Bookboon.com.

22- Jean-Daniel Kant. (2019). Licence Informatique 2018-2019 Cours - Introduction à l'Economie des TIC : COURS 2 - La demande du consommateur. Sorbonne Université Sciences.

23- Jérôme, Hubler. Guy, Tchibozo, Microéconomie Tome 1. Consommateurs et producteurs. Tome 1. Bréal, Collection : Lexifac. 28 avril 2000.