Solution de l'Examen

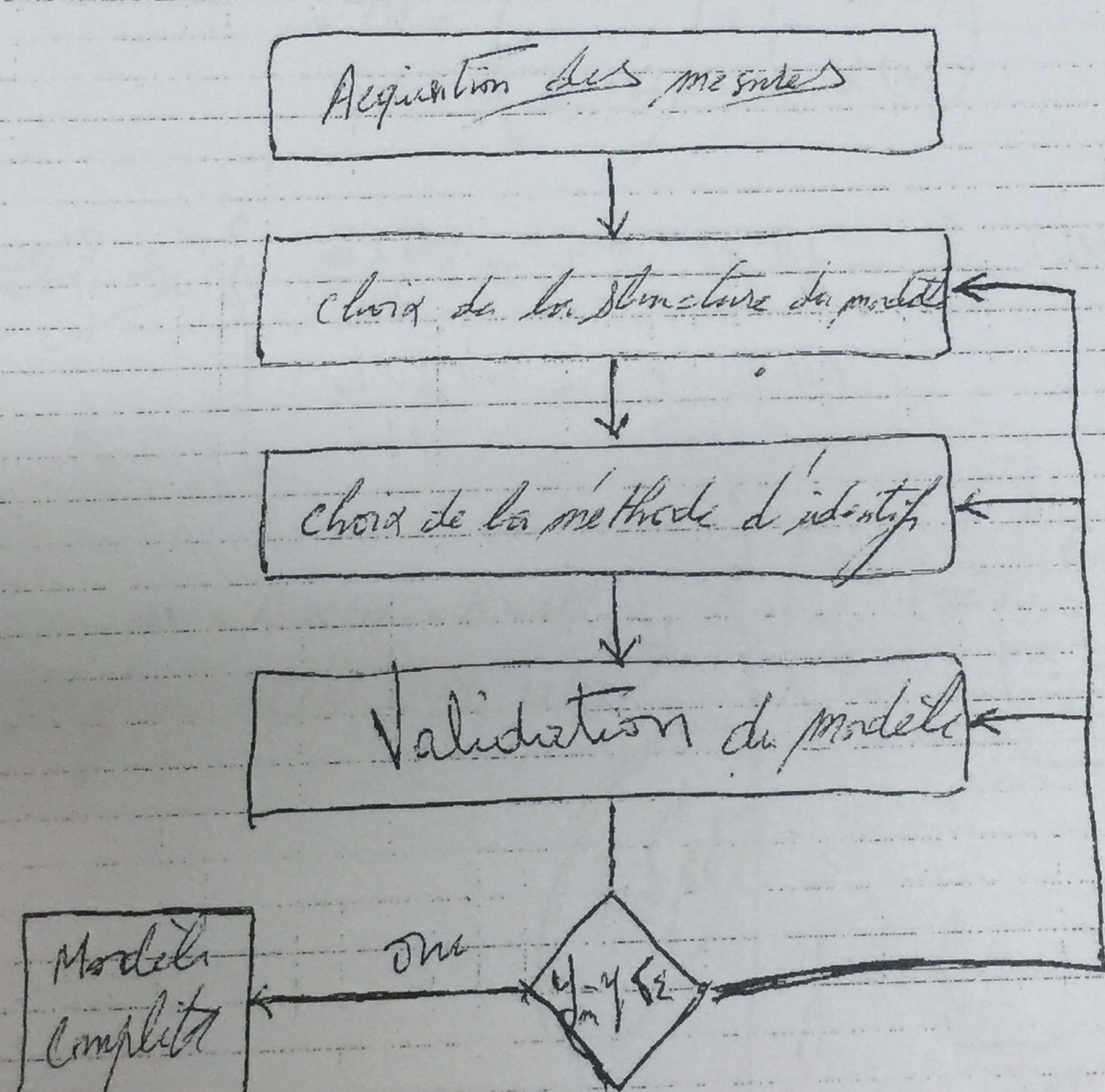
"Modélisation et identification des systèmes"

L3 Automatique

Questions de cours : (05 pts)

1. Une connaissance à priori des équations qui régissent le fonctionnement des processus nous mène à le modéliser en utilisant ces équations, dans ce cas on parle de Modélisation (Boite Blanche). par contre si cette connaissance n'est pas Disponible (Boite Noir), Dans ce cas l'identification s'avère comme une necessité pour trouver un modèle. (2pts)
Il y a aussi des cas où on va utiliser les deux.

2.



2 pts

3. Le modèle de Broida : $G(p) = \dfrac{k \cdot e^{-\tau p}}{1 + Tp} \Rightarrow y(t) = k\left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{T}}\right)$ $\boxed{1}$

$TL^{-1} \Rightarrow \begin{cases} y(t_{28\%}) = 0{,}28 \\ y(t_{40\%}) = 0{,}4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \exp\left(-\dfrac{(t_{28\%}-\tau_r)}{T}\right) = 0{,}72 \\ \exp\left(-\dfrac{(t_{40}-\tau_r)}{T}\right) = 0{,}6 \end{cases}$

1pt

$\Rightarrow \begin{cases} T = 5{,}5\,(t_{40\%} - t_{28\%}) \\ \tau_r = 2{,}8\, t_{28\%} - 1{,}8\, t_{40\%} \end{cases}$

Exercice N°1 : (05 pts)

1- une seule maille

$$v_e = L\frac{di(t)}{dt} + R\,i(t) + v_c \qquad (1)$$

$$v_c = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \Rightarrow \frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{1}{C}\,i(t) \qquad (2)$$

Les états :

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_c(t) \\ i(t) \end{pmatrix}$$

(1) et (2) $\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{di(t)}{dt} = -\dfrac{1}{L}\,v_c(t) - \dfrac{R}{L}\,i(t) + \dfrac{1}{L}\,v_e(t) \\ \dfrac{dv_c(t)}{dt} = \dfrac{1}{C}\,i(t) \end{cases}$

donc

$$\dot{x} = A\,x(t) + B\,u(t)$$
$$y = C\,x(t) + D.\,u(t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix}}_{B} v_e \\ y = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}}_{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{0}_{D} .\, v_e \end{cases}$$

2,5 pts

$$\sum \text{forces} = M\ddot{y} \Rightarrow F - f_k - f_b = M\ddot{y}$$

$$\Rightarrow F - k.y - b\dot{y} = M\ddot{y}$$

$$\Rightarrow M\ddot{y} + b\dot{y} + ky = F$$

T.L $\Rightarrow M.p^2 Y(p) + b.p Y(p) + k Y(p) = F(p)$

$$\Rightarrow \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{1}{Mp^2 + b.p + k}$$ 2,5 pt

Exercice 02 :

1. La fonction de transfert $G(p) = \frac{Q_{s2}(p)}{Q_e(p)}$?

1er reservoir :

$$Q_e(t) - Q_{s1}(t) = R_1 C_1 \frac{d\,Q_{s1}(t)}{dt}$$

TL $\Rightarrow \frac{Q_{s1}(p)}{Q_e(p)} = \frac{1}{1 + R_1 C_1 p}$ — (1)

2ème réservoir :

de la même manière on a : $\frac{Q_{s2}(p)}{Q_{s1}(p)} = \frac{1}{1 + R_2 C_2 p}$ — (2)

de (1) et (2) $\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{Q_{s2}(p)}{Q_e(p)} = \frac{1}{(1 + R_1 C_1 p)(1 + R_2 C_2 p)}}$$ 1,5 pt

2. Entrée de type échelon d'amplitude $\Delta u = 17 - 10 = 7\ l/s$

2.a. $G_s(p) = \frac{k.e^{-\tau p}}{(1 + Tp)^n}$ → utilisation de la méthode de Strejc.

Du Graphe :

$T_u = 28\,s$

$T_a = 255\,s$ $\Rightarrow \frac{T_u}{T_a} = \frac{28}{255} = 0{,}109 \Rightarrow \boxed{n = 2}$ 1pt

$T = \frac{T}{T_a}\Big|_{tab} * T_a\text{mesuré} \rightarrow \boxed{T = 94\,s}$ 1pt

$\tau = T_{u\,mesuré} - \frac{T_u}{T_a}\Big|_{Tab} * T_{a\,mesuré} \longrightarrow \boxed{\tau_1 = 1{,}22\,s \simeq 1\,s}$ 1pt

· Du régime permanent $\Delta S = 7 \Delta l s \Rightarrow \boxed{k = 1}$ 1pt

$$\Rightarrow G_S(p) = \frac{e^{-p}}{(1+94p)^2}$$

2.b. La méthode de Broïda : $G_B(p) = \frac{k \cdot e^{-\tau p}}{1+Tp}$

* $\boxed{k = 1}$

* Du Graphe : $t_{28\%} = 100\,s$
$t_{40\%} = 130\,s$

$$\begin{cases} T = 5{,}5\,(t_{40\%} - t_{28\%}) \\ \tau_1 = 2{,}8\,t_{28\%} - 1{,}8\,t_{40\%} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{T = 165\,s} \\ \boxed{\tau_1 = 46\,s} \end{cases}$$ 2pts

$$\boxed{G_B(p) = \frac{e^{-46p}}{1+165p}}$$

3. Si la deuxième vanne est fermée :

$$G_2(p) = \frac{V_2(p)}{Q_2(p)} = \frac{V_2(p)}{Q_{s1}(p)} \cdot \frac{Q_{s1}(p)}{Q_2(p)} \Rightarrow G_2(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{(1+R_1C_1p)}$$

Donc nous avons un système qui contient un intégrateur, cela veut dire qu'on ne peut pas utiliser les deux méthodes précédentes. On utilise alors l'extension de la méthode de strejc aux systèmes intégrateurs. 1,5 pts

$\boxed{4p}$

Mr : Saidi