Corrigé de l'examen semestriel du module : TLC53 (Licence "Télécommunications") Année 2017/2018

Exercice 1 [3 pts]

a) La permittivité du sol est $\bar{\varepsilon} = \varepsilon - j\dfrac{\sigma}{\omega}$ donc sa partie imaginaire est donc : $\dfrac{\sigma}{\omega}$,

numériquement cela donne : $\dfrac{\sigma}{\omega} = \dfrac{\sigma}{2\pi f} = \dfrac{100}{2\pi.100.10^6} = 0{,}16.10^{-6}$ S/m

1 pt

b) Pour répondre à cette question, il faudrait déduire la partie imaginaire de la permittivité du sol et la comparer à sa partie réelle ; En effet :

$$\left.\begin{aligned} \frac{\sigma}{\omega} &= \frac{\sigma}{2\pi f} \\ f_o &= \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\sigma}{\omega} = \frac{\varepsilon.f_o}{f} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \varepsilon - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon\left(1 - \mathrm{j}\frac{f_o}{f}\right) = \varepsilon\left(1 - \mathrm{j}\frac{100}{100}\right) = \varepsilon(1 - \mathrm{j}1)$$

1,5 pt

On constate que la partie imaginaire de la permittivité est équivalente à sa partie réelle donc le sol est proche d'un conducteur.

0,5 pt

Exercice 2 [5 pts]

$\vec{A} = \sqrt{x^2 + y^2}.\vec{a}_x + \sqrt{x^2 + y^2}.\vec{a}_y + y.\vec{a}_z$

En utilisant les relations des variables cartésiennes en fonction des variables cylindriques, le vecteur A devient :

$\vec{A} = r.\vec{a}_x + r.\vec{a}_y + r.\sin\phi.\vec{a}_z$ **1,5 pt**

Et en utilisant la matrice de passage pour remplacer les vecteurs unitaires du système cartésien, on écrit :

$\vec{A} = r.(\cos\phi.\vec{a}_r - \sin\phi.\vec{a}_\phi) + r.(\sin\phi.\vec{a}_r + \cos\phi.\vec{a}_\phi) + r.\sin\phi.\vec{a}_z$ **1,5 pt**

Et finalement, on trouve :

$\vec{A} = r.(\cos\phi + \sin\phi).\vec{a}_r + r.(\cos\phi - \sin\phi).\vec{a}_\phi + r.\sin\phi.\vec{a}_z$ **2 pts**

Exercice 3 [6 pts]

1- le coefficient de réflexion au niveau de la charge est donné par :

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c}$$

D'où on tire l'expression de Z_R : $Z_R = Z_c \frac{1+\Gamma_R}{1-\Gamma_R}$

et puisque Γ_R=0,33 et Zc=50 Ω alors : $Z_R = 50\frac{1+0,33}{1-0,33} = 99,25\,\Omega$ **1 pt**

2- le coefficient de réflexion loin de la charge, et pour une ligne sans pertes, est donné par :

$$\Gamma(z) = \Gamma_R.e^{-2j\beta z} = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c}e^{-2j\beta z}$$

où : β=2.π/λ : constance de propagation
λ =C/f : longeur d'onde
f : fréquence de travail

et puisque z=0,4 m, λ =C/f=0,5 m et Γ_R=0,33 alors $\Gamma(z) = \Gamma_R.e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda}.z} = 0,33.e^{-j3,2\pi}$

qui devient : $\Gamma(z) = 0,33.(\cos(3,2\pi) - j\sin(3,2\pi)) = 0,33.(-0,81 + j0,59)$=-0,27+j0,19 **1,5 pt**

3- le taux d'ondes stationnaires est donné par :

$$\rho = \frac{1+|\Gamma_R|}{1-|\Gamma_R|}$$

et puisque Γ_R=0,33 alors $\rho = \frac{1+0,33}{1-0,33} = 1,99$ **1 pt**

4- le coefficient de réflexion au niveau de la charge quand la charge est complexe est donné par :

$$\Gamma_R = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c}$$

et puisque Z_R=50+j50 Ω et Zc=50 Ω alors :

$$\Gamma_R = \frac{j50}{100+j50} = \frac{50.e^{j90^\circ}}{111,8.e^{j26,57^\circ}} = 0,45.e^{j63,43^\circ}$$ **1,5 pt**

5- le taux d'ondes stationnaires est donné par :

$$\rho = \frac{1+|\Gamma_R|}{1-|\Gamma_R|} = \frac{1+0,45}{1-0,45} = 2,64$$ **1 pt**

Exercice 4 [6 pts]

a) Les conditions aux limites, sous leurs formes vectorielles, et dans le cas où le plan d'interface n'est pas un support de charges sont :

$\vec{n} \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$: continuité pour la composante tangentielle de E

$\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0$: continuité pour la composante tangentielle de H

$\vec{n}.(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$: continuité pour la composante normale de B

$\vec{n}.(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0$: [redacted]scontinuité pour la composante normale de D

2 pts

avec $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal au plan d'interface

b) Démonstrations :

pour le champ électrique E :

$$\left.\begin{array}{l} \vec{n} \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ \vec{n} = \vec{a}_z \\ \vec{E}_1 = E_1.\vec{a}_x \\ \vec{E}_2 = E_2.\vec{a}_x \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{a}_z \wedge (E_1 - E_2).\vec{a}_x = 0$$

2 pts

$$\vec{a}_z \wedge \vec{a}_x = -\vec{a}_y \Rightarrow \vec{a}_z \wedge (E_1 - E_2).\vec{a}_x = -\vec{a}_y.(E_1 - E_2) = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$$

ce qui prouve la continuité des composantes tangentielles du champ électrique.

pour le champ magnétique H :

$$\left.\begin{array}{l} \vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \\ \vec{n} = \vec{a}_z \\ \vec{H}_1 = H_1.\vec{a}_y \\ \vec{H}_2 = H_2.\vec{a}_y \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{a}_z \wedge (H_1 - H_2).\vec{a}_y = 0$$

2 pts

$$\vec{a}_z \wedge \vec{a}_y = \vec{a}_x \Rightarrow \vec{a}_z \wedge (H_1 - H_2).\vec{a}_y = \vec{a}_x.(H_1 - H_2) = 0 \Rightarrow H_1 = H_2$$

ce qui prouve la continuité des composantes tangentielles du champ magnétique.

Le chargé du cours
Mr F. SALAH-BELKHODJA