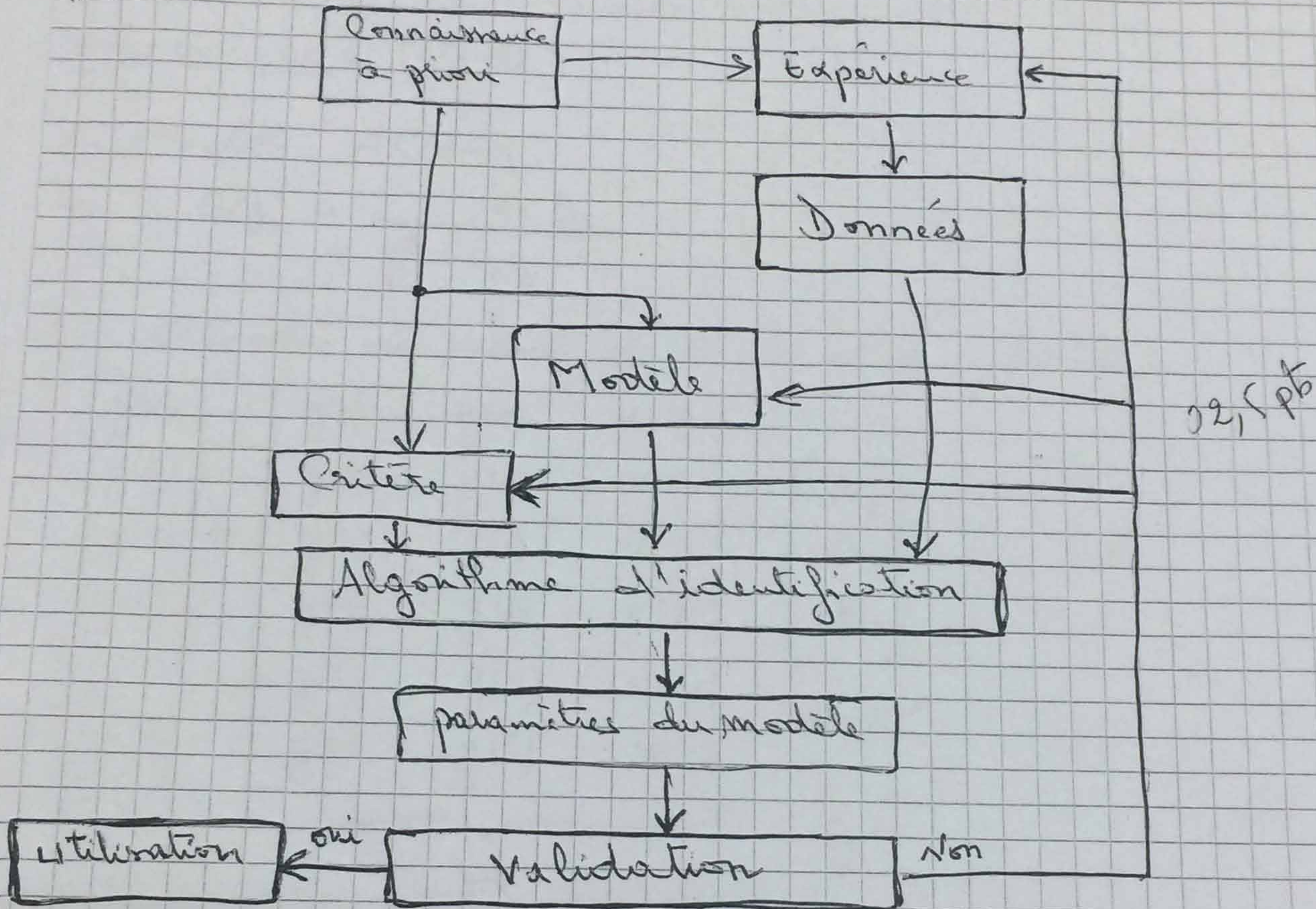


Questions de cours : (05 pts)

1.



2. Le principe de la méthode (VI) consiste à modifier l'équation de régression linéaire  $y(k) = H(k) \cdot \theta + e(k)$  en multipliant chacun des termes par un vecteur  $Z(k)$ , dit vecteur instrumental

plusieurs types de vecteurs (matrices) instrumentales peuvent être construits :

- VI des entrées
- VI à entrées filtrées
- VI à sorties retardées
- VI à entrées / sorties retardées

1,5 pt

3. Normalisation des mesures :

- Éliminer les composantes continues sur l'entrée et la sortie
- le choix d'un point de fonctionnement  $(u^0, y^0)$



exercice 01 = (05 pts)

1. Modèle ARMAX

2. si on utilise la méthode des moindres carrés, nous aurons une estimation biaisée

3. la méthode VI (variable Instrumental), 2pts

exercice 02 = (06 pts)

1. Modèle ARMAX

2. 
$$G(z) = \frac{b_1 z}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

3. Estimation des valeurs de  $a_1, a_2$  et  $b_1$  (M.C)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(2) \\ y(3) \\ y(4) \\ y(5) \\ y(6) \\ y(7) \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} y(1) & y(0) & u(1) \\ y(2) & y(1) & u(2) \\ y(3) & y(2) & u(3) \\ y(4) & y(3) & u(4) \\ y(5) & y(4) & u(5) \\ y(6) & y(5) & u(6) \end{bmatrix}}_H \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \end{bmatrix}}_{\theta} \quad 1 \text{ pt}$$

L'estimateur au sens des moindres carrés :

$$\hat{\theta} = (H^T H)^{-1} H^T Y$$

AN :

$$Y = \begin{bmatrix} 0,64 \\ 1,08 \\ 0,77 \\ 1,12 \\ 0,91 \\ 1,1 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0,64 & 1 \\ 0,64 & 1 & 1 \\ 1,08 & 0,64 & 1 \\ 0,77 & 1,08 & 1 \\ 1,12 & 0,77 & 1 \\ 0,91 & 1,12 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = \begin{bmatrix} -0,281 \\ 0,387 \\ 0,897 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -0,281 \\ a_2 = 0,387 \\ b_1 = 0,897 \end{cases} \quad 3 \text{ pts}$$



exercice 1031

1. on peut utiliser la méthode des moindres carrés ordinaires pour estimer  $k$  et  $\alpha$ , mais l'estimation sera biaisée

$$\text{Le modèle} = Y(z) = k \frac{(1 - e^{-0.4z}) z^{-3}}{(1 - e^{-0.4z} z^{-1})} U(z) + E(z)$$

$$\Rightarrow y(k) = b y(k-1) + a u(k-3) + e(k) + b e(k-1)$$

$$\text{avec } a = k(1 - e^{-0.4/z}) \quad ; \quad b = e^{-0.4/z}$$

2,5 pt

c'est un modèle ARMA

2. La méthode variable instrumental ou moindres carrés généralisés

1,5 pt

MK: Saïdi