Université Djillali Liabès de Sidi-Bel-Abbès
Faculté de génie électrique, département d'électronique

Mardi 30/01/18

Module : INSTR94 ($2^{ème}$ année Master INSTRUMENTATION.)

Epreuve de Moyenne Durée

Durée : 1H 30'

Exercice 1 : Régulation d'un système échantillonné

On considère un système échantillonné de fonction de transfert $G(z)$ placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire, avec :

$$G(z) = \frac{Kz}{(z-0.9)} \quad \text{avec } K>0 \text{ réglable}$$

Calculer la fonction de transfert en boucle fermée et étudier les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée. Calculer l'erreur statique en fonction de K.

Le système étant sollicité, en boucle fermée, par un échelon unité, calculer les premiers éléments de la suite des échantillons de sortie dans le cas où K est réglé de manière à obtenir une erreur statique égale à 0,1.

Exercice 2 : Régulation d'un Four

Un four électrique destiné au traitement thermique d'objets est constitué d'une enceinte close chauffée par une résistance électrique alimentée par une tension $v(t)$. Le four est régi par l'équation différentielle :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} + 2000\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = 0.02v(t)$$

où $\theta(t)$ désigne la température à l'intérieur de l'enceinte du four.

1.Etude en boucle ouverte.

a) Calculer la fonction de transfert $G(p)$ du four en boucle ouverte.
b) En utilisant le théorème de la valeur finale, donner le gain statique du four Gs ? rappelant que $G_S = \frac{\theta(\infty)}{v(\infty)}$ lorsque l'entrée est une fonction échelon unité.
c) Déduire ce qui va se passer si on alimentait le four en continu et en boucle ouverte ?
d) En admettant malgré tout que l'on puisse alimenter le four en boucle ouverte par un échelon de tension d'amplitude 100 V, à l'aide de la transformée inverse de Laplace, donner la variation de température du four $\theta(t)$?

2.Etude en boucle fermée

Le four est placé dans une boucle d'asservissement (boucle fermée). On désire commander la température dans le four en utilisant un capteur de température qui délivre une tension $u(t)$. Le capteur est régi par l'équation différentielle :

$$u(t) + 2\frac{d\,u(t)}{dt} = 5.10^{-3}\theta(t)$$

On introduit également un gain K dans la chaîne directe.

e) Calculer le fonction de transfert du capteur C(p)
f) Faire le schéma de la boucle de régulation
g) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée.
h) Déterminer les conditions de stabilité de ce système en fonction de **K** (vous pouvez utiliser le critère de Routh).

Bon courage ....Pr. M. Amrani

2ème M2 Instrumentation

Corrigé de l'examen INSRT 94

Exercice 1 : /8 pts

Calculons la fonction de transfert du système en boucle fermée :

$$H(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{Kz}{(z-0{,}9)+Kz} = \frac{Kz}{(K+1)z-0{,}9}$$ 1 pt

L'unique pôle de la fonction de transfert est :

$$p_1 = \frac{0{,}9}{K+1}$$ 1 pt

Le système est stable si et seulement si le module de ce pôle est inférieur à 1 :

$$\frac{0{,}9}{K+1} < 1 \quad \Rightarrow \quad K > -0{,}1$$ 1 pt

Le système est donc toujours stable, quelle que soit la valeur positive de K. 1 pt

Calculons à présent l'erreur de position du système en boucle fermée :

$$\varepsilon_p = \lim_{z \to 1}\left[\frac{1}{1+G(z)}\right] = \frac{1}{\lim\limits_{z \to 1}\left(1+\dfrac{Kz}{z-0{,}9}\right)} = \frac{1}{1+10K}$$

Pour obtenir une erreur de position de 10 %, soit $\varepsilon_p = 0{,}1$, on doit avoir :

$$\frac{1}{1+10K} = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad K = 0{,}9$$ 1 pt

Dans ces conditions, la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H(z) = \frac{0{,}9z}{1{,}9z-0{,}9} = \frac{0{,}474}{1-0{,}474z^{-1}}$$ 1 pt

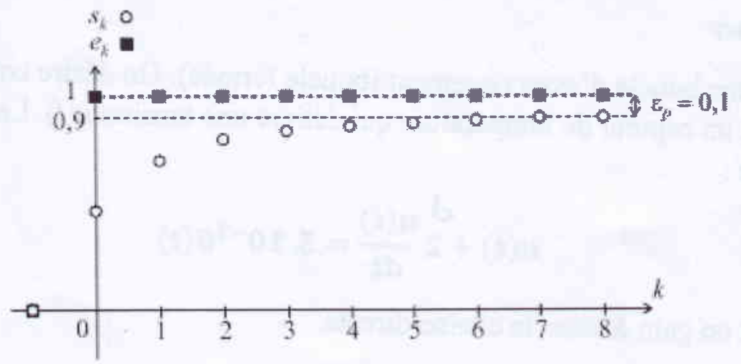
d'où la relation de récurrence qui régit le système en boucle fermée :

$$s_k = 0{,}474e_k + 0{,}474s_{k-1}$$ 1 pt

CALCUL DE LA SUITE D'ÉCHANTILLONS DE SORTIE.

e_k	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s_k	0,474	0,699	0,805	0,856	0,880	0,891	0,896	0,899	0,900

1 pt



Exercice 2: /12

1) Etude en boucle ouverte.

a) FTBO $T(P) = \dfrac{\Theta(P)}{V(P)}$

$$\frac{d\theta}{dt} + 2000\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0{,}02\, v(t) \overset{T.L}{\Rightarrow} p\,\Theta(P) + 2000\,p^2\,\Theta(P) = 0{,}02\,V(P)$$

$$T(P) = \frac{\Theta(P)}{V(P)} = \frac{0{,}02}{P(1+2000P)}$$ 2 pts

b) En appliquant le théor. de la valeur finale

$$\theta(+\infty) = \lim_{t\to\infty} \theta(t) = \lim_{P\to 0} p.(\Theta(P))$$

avec $\Theta(P) = T(P).V(P) = \dfrac{0{,}02}{P(1+2000P)} \cdot \dfrac{V_0}{P}$

Soit $\lim\limits_{t\to\infty} \theta(t) = \lim\limits_{P\to 0} \dfrac{0{,}02V_0}{1+2000p}$ 1 pt.

$= +\infty$

c) Pour une alimentation continue, la température tend vers $+\infty$ le casse du four. 1 pts

d) Alimentation par un echelon de tension $v(t) = 100\,u(t)$

d'après a) $\Theta(P) = \dfrac{2}{P^2(1+2000P)}$ 1 pt.

$\Downarrow$ T.L^{-1}

$$\theta(t) = 2\left(t - 2000 + 2000\, e^{-t/2000}\right)$$

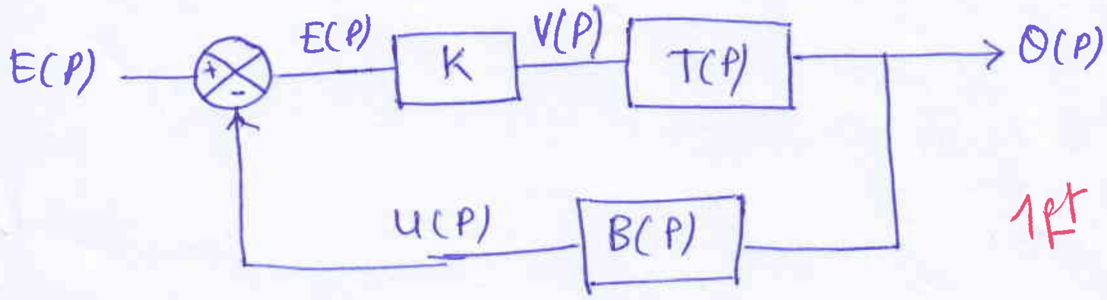
2) Etude en boucle fermée.

e) calcul de $B(P)$ $\quad u(t) + 2\dfrac{du(t)}{dt} = 5.10^{-3}\,\theta(t)$

$$U(P) + 2p\,U(P) = 5.10^{-3}\,\Theta(P)$$

$$B(P) = \frac{U(P)}{\Theta(P)} = \frac{5.10^{-3}}{1+2p}$$ 2pt

f) le schéma de la boucle de régulation



1pt

g) la fonction de transfert en B.F

$$FTBF = H(P) = \frac{K\,T(P)}{1 + K\,T(P).B(P)} = \frac{\frac{0{,}02\,K}{P(1+2000P)}}{1 + \frac{0{,}02\,K}{P(1+2000P)} \cdot \frac{5\,10^{-3}}{1+2p}}$$

$$H(P) = \frac{0{,}02\,K\,(1+2p)}{P(1+2000p)(1+2p) + 10^{-4}K}$$

$$= \frac{0{,}02\,K\,(1+2p)}{4000p^3 + 2002\,p^2 + 10^{-4}K}$$

2 pts

$K > 0$

nous utilisons la méthode de Routh
la plus simple pour cette question

p^3	4000	1
	2002	$10^{-4}K$
	$\frac{2002 - 0{,}4K}{2002}$	0
	$10^{-4}K$.	

Le système est stable si $2002 - 0{,}4K > 0$

$\boxed{K < 5005}$.

2 pts

Pr. M. Amrani