Université Djilali Liabès
Faculté de Technologie
Département d'Electronique
Master I : Electronique des systèmes embarqués

18 / 01 / 2018

Epreuve du Module ESE74 **Durée: 1 H 30'**

EXERCICE N°1 (6 points)

Mettre les fonctions de transfert suivantes sous forme standard, faisant apparaitre le gain statique, les éventuels retards purs et intégrations et les pôles et les zéros (s'ils sont réels).

$$F(Z) = \frac{6}{4Z-1} \quad 2 \qquad F(Z) = \frac{2Z-0.6}{Z^2-0.7Z+0.1} \quad 2 \qquad F(Z) = \frac{3Z^{-1}-0.9Z^{-2}}{Z^2-1.4Z+0.7} \quad 2$$

EXERCICE N°2 (6 points)

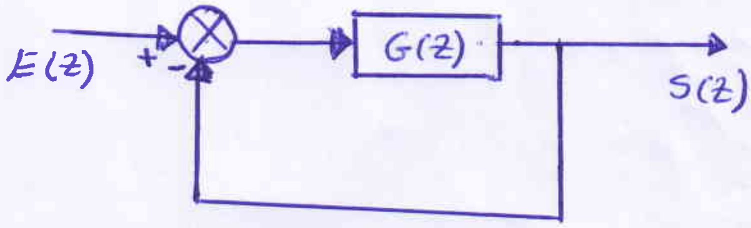
Trouver la transformée Z inverse des fonctions de transfert suivantes :

$$F(Z) = \frac{4Z^2-Z}{2Z^2-Z-1} \quad 3$$

2) $$F(Z) = \frac{Z^2}{Z^2-3Z+2} \quad 3$$

EXERCICE N°3 (8 points)

On considère un système échantillonné de fonction de transfert G(z) placé dans une boucle d'asservissement.



$$G(Z) = \frac{K}{(Z-0.4)(Z-0.8)}$$

Avec : K>0

2,5

1) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée
2) Etudier les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée (en fonction du paramètre K) 2,5

Le signal d'entré est un échelon unité

3) Calculer les 7 premiers éléments de la suite numérique des échantillons de sortie dans le cas K = 0.3.

3

Bonne chance

Ex N° 2 :

forme standard des fonctions de transferts :

a/ $G_1(z) = \frac{6}{4z-1}$ $\qquad K = \lim_{z \to 1} G(z) = \frac{6}{3} = 2 = \text{gain}$

$$G_1(z) = \frac{6}{4} \cdot \frac{1}{z-0{,}25} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{z-0{,}25} = \boxed{2 \cdot \frac{0{,}75}{z-0{,}25}}$$

1,5

un pôles $\rightarrow z_i = 0{,}25$ — 0,5

b/ $G_2(z) = \frac{2z-0{,}6}{z^2-0{,}7z+0{,}1}$ $\qquad K = \lim_{z \to 1} G_2(z) = \frac{1{,}4}{0{,}4} = \frac{7}{2}$

$$G_2(z) = \frac{2(z-0{,}3)}{(z-0{,}5)(z-0{,}2)} = \boxed{\frac{7}{2} \cdot \frac{4(z-0{,}3)}{7(z-0{,}5)(z-0{,}2)}}$$

1,5

un zero pour $z = 0{,}3$ — 0,5

2 pôles $z_1 = 0{,}5 \quad z_2 = 0{,}2$

c/ $G_3(z) = \frac{3z^{-1} - 0{,}9z^{-2}}{z^2-1{,}4z+0{,}7} = \frac{3z^{-2}(z-0{,}3)}{z^2-1{,}4z+0{,}7}$

$$\lim_{z \to 1} G_3(z) = K = \frac{3-0{,}9}{1+0{,}7-1{,}4} = \frac{21}{3} = 7$$

Dans le numerateure figure le terme z^{-2} => donc le retard pure est z^{-2}

$$\boxed{G_3(z) = 7 \cdot z^{-2} \cdot \frac{3(z-0{,}3)}{7(z^2-1{,}4z+0{,}7)}}$$

1,5

un zero = 0,3

les pôles ne sont pas reeles

0,5

b/ $F(z) = \dfrac{4z^2 - z}{2z^2 - z - 1} = \dfrac{z(4z-1)}{2z^2 - z - 1}$

END

$\Delta = 9 \Rightarrow z_1 = -\frac{1}{2}$

$z_2 = 1$

$2z^2 - z - 1 = 2\left(z - \frac{1}{2}\right)(z-1) = (2z+1)(z-1)$

$F(z) = \dfrac{3z^2 + z^2 - z}{(2z+1)(z-1)} = \dfrac{3z^2}{(2z+1)(z-1)} + \dfrac{z(z-1)}{(2z+1)(z-1)}$

$\dfrac{F(z)}{z} = \dfrac{3z}{(2z+1)(z-1)} + \dfrac{1}{(2z+1)}$

3

nous avons

$\dfrac{3z}{(2z+1)(z-1)} = \dfrac{\alpha_1}{(2z+1)} + \dfrac{\alpha_2}{z-1}$

$Res(1) = \dfrac{3z(z-1)}{(2z-1)(z-1)} \Big/_{z=1} = 1$

$Res\left(-\frac{1}{2}\right) = \dfrac{3z(z-1)}{(2z+1)(z-1)} \Big/_{z=-\frac{1}{2}} = 1$

donc

$\dfrac{F(z)}{z} = \dfrac{1}{2z+1} + \dfrac{1}{z-1} + \dfrac{1}{2z+1} = \dfrac{2}{2z+1} + \dfrac{1}{z-1}$

$F(z) = \dfrac{2z}{2z+1} + \dfrac{z}{z-1} \Rightarrow TZ^{-1} = TZ^{-1}\left[\dfrac{z}{z+\frac{1}{2}}\right] + TZ^{-1}\left[\dfrac{z}{z-1}\right.$

$f(t) = e^{at} + u(t) \quad / \quad f(nT) = e^{anT} + 1$

$f(k) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n + 1$

Ex N° 2 b/2

EMD

$$F(z) = \frac{z^2}{z^2 - 3z + 2}$$

$$z^2 - 3z + 2 = (z-1)(z-2)$$

donc

$$\frac{F(z)}{z} = \frac{z}{(z-1)\cdot(z-2)}$$

$$Res(1) = \frac{z\,(z-1)}{(z-1)(z-2)}\Big|_{z=1} = -1$$

3

$$Res(2) = \frac{z\,(z-2)}{(z-1)(z-2)}\Big|_{z=2} = 2$$

donc

$$\frac{z}{(z-1)(z-2)} = \frac{2}{(z-2)} - \frac{1}{z-1}$$

$$F(z) = \frac{2z}{z-2} - \frac{z}{z-1}$$

$$TZ^{-1}[F(z)] = 2\,TZ^{-1}\left[\frac{z}{z-2}\right] - TZ^{-1}\left[\frac{z}{z-1}\right]$$

$$f(t) = 2e^{-at} - u(t)$$

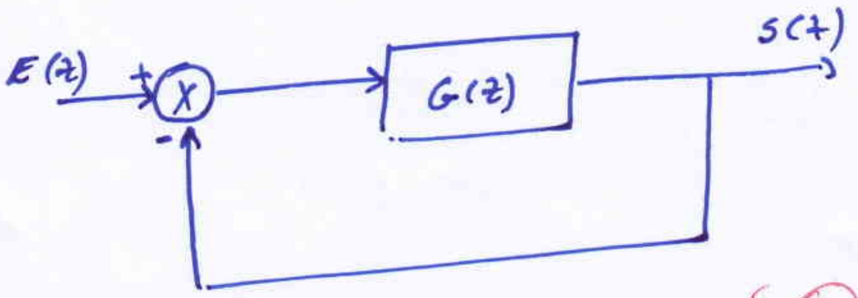
$$f(nT) = 2e^{-anT} - 1$$

$$f(k) = 2(2^n) - 1 = 2^{n+1} - 1$$

AN

1

Ex N° 3



$$G(z) = \frac{K}{(z-0{,}4)(z-0{,}8)}$$

$K > 0$

1,5

1

1/ Fonction de transfert du système en boucle fermée :

2,5

$$H(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)}$$

$$H(z) = \frac{k / [(z-0{,}4)(z-0{,}8)]}{1 + \frac{k}{(z-0{,}4)(z-0{,}8)}} = \frac{k}{(z-0{,}4)(z-0{,}8) + K}$$

2/ Etude de stabilité du système.

Le dénominateur de la fonction de transfert est

3,5

$$D(z) = z^2 - 1{,}2\,z + 0{,}32 + k$$

D'après le critère de Jury, le système est stable si et seulement si toutes les conditions suivantes sont respectées

$$\begin{cases} D(1) > 0 \\ D(-1) > 0 \\ 1 > 0{,}32 + k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}12 + k > 0 \Rightarrow k > -0{,}12 \\ 2{,}52 + k > 0 \Rightarrow k > -2{,}52 \\ k < 0{,}68 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ la condition initial $k > 0$

donc, la condition de stabilité se résume donc à

$$0 < K < 0{,}68$$

3/ L'équation de récurrence du système à partir de la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{K}{z^2 - 1{,}2z + 0{,}32 + K} = \frac{K z^{-2}}{1 - 1{,}2 z^{-1} + (0{,}32 + K) z^{-2}}$$

donc

$$s(k) = 1{,}2\, s(k-1) - (0{,}32 + k)\, s(k-2) + k\, e(k-2)$$

pour $k = 0{,}3$ on a

$$s(k) = 1{,}2\, s(k-1) - 0{,}62\, s(k-2) + 0{,}3\, e(k-2)$$

2

pour une entrée en échelon unité :

k	0	1	2	3	4	5	6	
e(k)	1	1	1	1	1	1	1	
s(k)	0	0	0,3	0,66	0,906	0,978	0,911	