Ministère de l'enseignement supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès
Faculté de Génie électrique
Département des Télécommunications

**Master Réseaux & Télécommunications (R&T)**

**Épreuve du Traitement Avancé du signal (RT14)**

**Pr. Kamel Belloulata**

Date 23 Janvier. 2018, Horaire :11h 00- 12h 30

| Documents autorisés |
|---|

**Problème 1 (3 pts) :**

Un système de communication numérique transporte des mots binaires issus de l'échantillonnage du signal suivant:

$$x_a(t) = 3\cos(1000\pi t) + 2\cos(2000\pi t)$$

Ce système de communication est opérationnel à un débit binaire de l'ordre de 15,000 bits/sec. Chaque échantillon d'entrer est quantifié en 1024 niveau (voltage) différent.

1. Calculer la fréquence d'échantillonnage autorisée par ce système.
2. Quelle est la fréquence d'échantillonnage de Nyquist pour le signal $x_a(t)$?
3. Quelles sont les fréquences normalisées contenues dans le signal x(n) (discrétisé par la fréquence d'échantillonnage autorisée par le système numérique et non pas de Nyquist)?

**Problème 2 (4 pts)**

Effectuer le produit de convolution entre le signal x(n) et la réponse impulsionelle h(n) suivants:

$$x(n) = \{\underset{\uparrow}{1},2,3,1\}$$
$$h(n) = \{\underset{\uparrow}{4},3,2,2\}$$

**Problème 3 (6 pts) :**

Déterminer le signal causal x(n) si sa transformée en Z et donnée par :

$$1) X(z) = \frac{z^{-6} + z^{-7}}{1 - z^{-1}} \qquad 2) X(Z) = \frac{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Ministère de l'enseignement supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Djillali Liabes de Sidi Bel Abbès
Faculté de Génie électrique
Département des Télécommunications

**Problème 4 (7 pts) :**

Refaire le problème 2 en utilisant la DFT et la IDFT sur 4 points

c-à-d, calculer:

$$y(n) = IDFT(Y(k)) = IDFT\left[(DFT(x(n)) \bullet (DFT(h(n))\right] = IDFT(X(k) \bullet H(k))$$

En utilisant les deux matrices (4x4) directe et inverse.

**Bon courage ! ! ! !**

Solution de l'examen

pour RT 14

EX 1

$$x_a(t) = 3\cos(1000\pi t) + 2\cos(2000\pi t)$$

1) Nombre de bits / échantillon $= \log_2 1024 = 10$

$$F_e = \frac{15.000 \text{ bits/sec}}{10 \text{ bits/sec}}$$

$$= 1500 \text{ bits/sec}$$

2) $F_{max} = \frac{2000\pi}{2\pi} = 1000 \text{ HZ}$

$$\Longrightarrow F_N = 2 F_{max} = 2000 \text{ HZ}$$

3) les fréquences Normalisées contenues dans le signal $x(n)$ obtenu par l'échantillonnage par le système de conversion

$$x(n) = 3\cos\left(1000\pi \frac{n}{F_e}\right) + 2\cos\left(2000\pi \frac{n}{F_e}\right)$$

$$= 3\cos\left(\frac{\pi n}{1,5}\right) + 2\cos\left(\frac{2\pi n}{1,5}\right)$$

$$= 3\cos\left(\frac{2\pi}{3} n\right) + 2\cos\left(\frac{4\pi}{3} n\right)$$

et par Nyquist,

$$x(n) = 3\cos\left(\frac{\pi}{2} n\right) + 2\cos(\pi n)$$

# Ex 2

$x(n) = \{1, 2, 3, 1\}$ 1 2 3 1

$h(n) = \{4, 3, 2, 2\}$ 4 3 2 2

$h(n) = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3)$

$y(n) = x(n) * h(n)$

$= 4x(n) + 3x(n-1) + 2x(n-2) + 2x(n-3)$

$= 4x(n) + 3x(n-1) + 2x(n-2)$

$= x(n) + 3x(n-1)$

$= 4$

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $4x(n)$ | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | | |
| $3x(n-1)$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| $2x(n-2)$ | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 |
| $2x(n-3)$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| $y(n)$ | 4 | 11 | 20 | 19 | 13 | 8 | 2 |

77

Signature

Nom et Prénom de l'enseignant

## EX 7

1) $$X(z) = \frac{z^{-6}}{1-z^{-1}} + \frac{z^{-7}}{1-z^{-1}}$$

$$\Rightarrow x(n) = u(n-6) + u(n-7)$$

2) $$X(z) = \frac{1-\frac{1}{4}z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{4}\frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$\Rightarrow x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n} u(n) + \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n-1)$$

$$\frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} u(n-1)$$

## EX 4

$$X(k) = \{7, -2-j, 1, -2+j\}$$

$$H(k) = \{11, 2-j, 1, 2+j\}$$

$$Y(k) = X(k) \cdot H(k)$$

$$= [77, (j+2)(j-2), 1, (j-2)(j+2)]$$

$$= [77, -5, 1, -5]$$

$$\Rightarrow y(n) = IDFT(Y(k))$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 77 \\ -5 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$= [17, 19, 22, 19]$$

Rq: La convolution numérique dans le temps est différente par rapport à la convolution en fréquence effectuée par la DFT. Cette dernière est équivalente à la convolution circulaire.