

EXAMEN SEMESTRIEL (S5)
MATIERE: Propagation et Antennes (RT13)

EXERCICE 1(8pts)

La fréquence d'une onde électromagnétique est $f = 1\text{GHz}$. Calculer sa vitesse de propagation et sa longueur d'onde λ dans les diélectriques suivants:

- 1) $\epsilon_r = 9$
- 2) $\epsilon_r = 2,25$
- 3) $\epsilon_r = 1$

EXERCICE 2(12pts)

On considère une antenne filiforme rectiligne portée par oz. Celle-ci est parcourue par un courant tel que, en notation complexe $(t, z) = I_0 \cos 2\pi z \cdot e^{j\omega t}$, la longueur de l'antenne est $l = \lambda/2$ et son centre est en 0.

- 1) Calculer, pour la région où $r \gg \lambda$, les composantes du champ électromagnétique rayonné à partir du champ rayonné par le doublet.
- 2) Déterminer la hauteur effective h_{eff} de cette antenne.
- 3) Calculer le gain de cette antenne, si on suppose que la puissance totale rayonnée par l'antenne demi-longueur d'onde est $P = 73 \frac{I_0^2}{2}$.

RTM1
 Propagation et Antennes

Solution

Exercice 1 : (8pts) $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$; $\lambda = \frac{v}{f}$ (2pts)

- 1) 10^8 m/s ; 100 mm (2pts)
- 2) $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; 200 mm (2pts)
- 3) $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; 300 mm (2pts)

Exercice 2 :

- 1) (4pts) Le champ rayonné par l'élément différentiel autour du point M'

$$d\vec{E}_\theta(r') = j \frac{60\pi}{\lambda r'} I(z') dz' \sin\theta' \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} r') \vec{u}_\theta$$

$$d\vec{H}_\phi(r') = j \frac{1}{2\lambda r'} I(z') dz' \sin\theta' \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} r') \vec{u}_\phi \quad (2pts)$$

Pour le champ lointain ($r \gg \lambda$) M'M est // a OM $\rightarrow \theta' \approx \theta$ et $r' \approx r - z \cos\theta$

Le champ total rayonné par l'antenne :

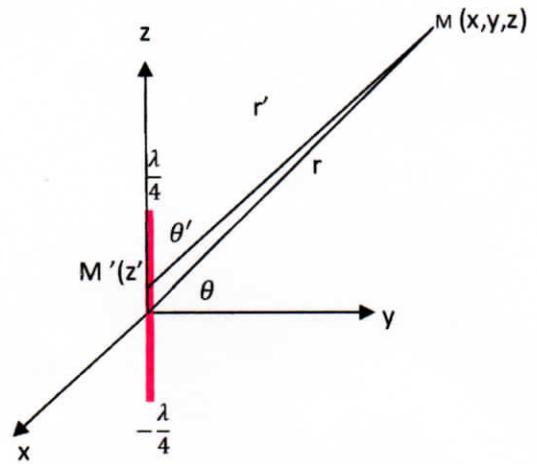
$$\vec{E}(r, t) = j \frac{\sin\theta I_0}{2\epsilon c \lambda} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} r} e^{j\omega t} \vec{u}_\theta \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos \frac{2\pi z}{\lambda} e^{j(2\pi z \cos\theta)/\lambda} dz.$$

En remplaçant $\cos \frac{2\pi z}{\lambda}$ par $\cos \frac{2\pi z}{\lambda} = \frac{e^{j \frac{2\pi}{\lambda} z} + e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} z}}{2}$, on trouve :

$$\vec{E}(r, t) = j \frac{I_0}{2\pi \epsilon c r} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} r} e^{j\omega t} \cdot \frac{\cos(\pi/2 \cos\theta)}{\sin\theta} \vec{u}_\theta,$$

$$\text{soit } \vec{E}(r, t) = j \frac{60}{r} I_0 e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} r} e^{j\omega t} \cdot \frac{\cos(\pi/2 \cos\theta)}{\sin\theta} \vec{u}_\theta \text{ et}$$

$$\vec{H}(r, t) = j \frac{1}{2\pi r} I_0 e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} r} e^{j\omega t} \cdot \frac{\cos(\pi/2 \cos\theta)}{\sin\theta} \vec{u}_\phi \quad (2pts)$$



- 2) (4pts) L'amplitude du champ électrique est : $E(\theta) = \frac{1}{2\pi r} I_0 \cdot \frac{\cos(\pi/2 \cos\theta)}{\sin\theta}$, sa valeur maximale (pour $\theta = \frac{\pi}{2}$) vaut : $E(\theta = \frac{\pi}{2}) = \frac{60}{r} I_0$, le champ du doublet équivalent $E_d(\theta = \frac{\pi}{2}) = \frac{60\pi}{\lambda r} I_0 h_{eff}$ (2pts) donc : $E(\theta = \frac{\pi}{2}) = E_d(\theta = \frac{\pi}{2}) \rightarrow \frac{60}{r} I_0 = \frac{60}{\lambda r} I_0 h_{eff} \rightarrow h_{eff} = \frac{\lambda}{\pi}$. (2pts)

- 3) (4pts) La puissance émise par l'antenne est $P = 73 \frac{I_0^2}{2}$. Le champ maximal est $E(\theta = \frac{\pi}{2}) = \frac{60}{r} I_0 \rightarrow |\vec{E}|^2(\theta = \frac{\pi}{2}) = (\frac{60}{r} I_0)^2 \rightarrow (2pts)$ la puissance rayonnée P_0 de l'antenne isotrope correspondante est.

$$P_0 = \frac{1}{2\eta} \left(\frac{60}{r} I_0\right)^2 \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{2 \cdot 120\pi} 3600 \cdot \left(\frac{I_0}{r}\right)^2 \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{60} I_0^2 \cdot 3600 = 60 I_0^2 \rightarrow \text{le Gain :}$$

$$g = \frac{P_0}{P} = \frac{60 I_0^2}{73 \frac{I_0^2}{2}} = \frac{120}{73} = 1,64 \text{ soit } G=2,15 \text{ dB. (2pts)}$$