

## Examen

### Exercice N°1 (5 pts)

Soit le champ électrique donné par l'équation suivante :

$$\vec{E}(t, z) = \sqrt{2}E_0 \left[ \vec{e}_x \sin \left( \omega t - \beta z + \frac{\pi}{3} \right) + \vec{e}_y \sin \left( \omega t - \beta z - \frac{\pi}{3} \right) \right]$$

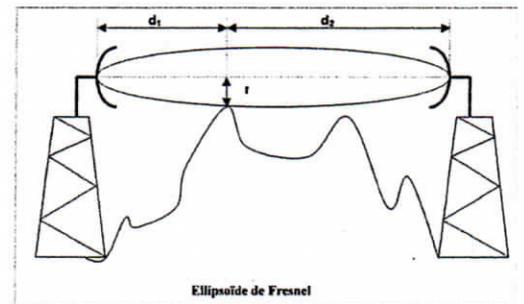
- 1) Déterminer la polarisation du champ électrique.
- 2) Calculer le champ magnétique  $H(t, z)$  qui lui correspond dans un milieu sans perte.
- 3) Démontrer que le champ magnétique est toujours perpendiculaire au champ électrique.

### Exercice N°2 (5 pts)

- A) On suppose qu'une onde radio se propage en ligne directe entre deux antennes se situent à 20m au dessus du sol.
- 1) En utilisant le modèle exponentiel qui détermine le coindice de réfraction de la troposphère, trouver la valeur du rayon de courbure des ondes dans ce cas.
  - 2) La même question dans le cas d'une atmosphère standard.
- B) On considère une terre plate et une atmosphère standard ; déterminer la valeur du gradient du coindice de réfraction modifié à une altitude de 10km.

### Exercice N°3 (5 pts)

- 1) A partir de la figure ci-contre, déterminer l'expression donnant le rayon du premier ellipsoïde de Fresnel.
- 2) Donner le rayon d'ellipsoïde de Fresnel de rang 3.
- 3) Quelle est la valeur maximale de  $r$  pour une distance entre les deux antennes de 20km, et une fréquence de 2GHz.



### Exercice N°4 (5 pts)

Une station spatiale se situe à une distance de 400km de la surface de la terre. Elle émet une puissance de 20Watt à travers une antenne de gain  $G_e=30\text{dB}$ , à la fréquence de 6GHz.

- 1) Calculer la puissance captée, si le gain de l'antenne paraboloidale de réception située sur terre, est de 50dB.
- 2) Calculer le diamètre du paraboloidé situé sur la sonde spatiale, sachant que son facteur de gain  $f_g=0,6$ .
- 3) Déterminer en décibels les affaiblissements de propagation et de la liaison.

Correction de l'Examen

Exercice N°1

2) Le champ magnétique  $H(t, z)$  est déterminé à partir du champ électrique, en utilisant l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

puisque le milieu de propagation est sans pertes

$$\Rightarrow \mu = \mu_0 \text{ et } \epsilon = \epsilon_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\epsilon_x \frac{\partial E_y}{\partial z} + \epsilon_y \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_y}{dz} = -\sqrt{2} \beta E_0 \cos(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) \quad \left. \vphantom{\frac{dE_y}{dz}} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\sqrt{2} \beta E_0 \cos(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3})$$

on aura :

$$-\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} = -\epsilon_x \left[ -\sqrt{2} \beta E_0 \cos(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) \right] +$$

$$+ \epsilon_y \left[ -\sqrt{2} \beta E_0 \cos(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) \right]$$

$$-\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} = \sqrt{2} \beta E_0 \left[ \epsilon_x \cos(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) - \epsilon_y \cos(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) \right]$$

Après intégration par rapport au temps, (en choisissant une constante d'intégration nulle car il n'y a pas de champ statique), on trouve :

$$H(t, z) = \frac{\sqrt{2} \beta E_0}{\omega \mu_0} \left[ -e_x \sin(\omega t - \beta z - \frac{\pi}{3}) + e_y \sin(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) \right]$$

1) Afin de déterminer la polarisation du champ électrique, on calcule le déphasage entre  $E_x$  et  $E_y \Rightarrow$

$$\varphi_x - \varphi_y = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

on a :  $0 < \frac{2\pi}{3} < \pi$  et  $|E_x| = |E_y| \Rightarrow$

Le champ électrique à une polarisation quelconque

\* Donc le champ magnétique est toujours perpendiculaire au champ électrique, car  $\vec{E}(t, z) \cdot \vec{H}(t, z) = 0$

$$\vec{E} \cdot \vec{H} = E_x H_x + E_y H_y$$

$$= \frac{(\sqrt{2} E_0)^2 \beta}{\omega \mu_0} \left[ -\sin(\omega t - \beta z - \frac{\pi}{3}) \cdot \sin(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) + \sin(\omega t - \beta z - \frac{\pi}{3}) \cdot \sin(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{3}) \right]$$

$$= 0$$

# Exercice N°2

A-1 : on a une trajectoire rectiligne

1 - Le modèle exponentiel du coefficient de réfraction est donné par :

$$N = 315 \exp(-0,136h)$$

Le rayon de courbure des ondes  $R_0$  est donné par :

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R} - \frac{1}{\tilde{R}}$$

avec  $\tilde{R}$  est le rayon fictif de la Terre :

$$\tilde{R} = KR \quad \text{avec} \quad K = \frac{1}{1 + 6,37 \cdot 10^{-3} \frac{dN}{dh}}$$

$$K = \frac{1}{1 + 6,37 \cdot 10^{-3}}$$

on calcul  $\frac{dN}{dh}$  :

Juste  $\frac{dN}{dh}$

$$\frac{dN}{dh} = -0,136 \cdot 315 \exp(-0,136h)$$

$$= -42,84 \exp(-0,136 \cdot 20 \cdot 10^3)$$

$$h = 20 \text{ km} = 20 \cdot 10^3 \text{ km} \quad 0,020$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{dh} = -42,72$$

$$K = \frac{1}{1 + 6,37 \cdot 10^{-3} \times 42,72} = 1,37$$

$$\tilde{R} = KR = 1,37 \times 6370 = 8727 \text{ km}$$

$$\text{ce qui donne : } \frac{1}{R_0} = \frac{1}{6370} - \frac{1}{8727} = \frac{42,4 \cdot 10^{-6} \text{ km}^{-1}}{8727}$$

$$\Rightarrow R_0 = 23585,46 \text{ km}$$

A-2 Dans le cas d'une atmosphère standard

$$n = n_0 - 0,25 \frac{h}{R}$$

$$N = (n-1)10^6 = (n_0 - 0,25 \frac{h}{R} - 1)10^6$$

$$N = -0,25 \frac{h}{R} 10^6$$

$$\frac{dN}{dh} = -\frac{0,25}{R} 10^6 = -\frac{0,25}{6370} 10^6 = -39,25 \text{ km}^{-1}$$

$$\tilde{R} = KR = \frac{R}{1 - 6,37 \cdot 10^{-3} \left( \frac{0,25 \cdot 10^6}{R} \right)} = \frac{1}{R - 6,37 \times 0,25 \cdot 10^3}$$

$$\tilde{R} = \frac{6370}{6370 - 8494} = 8494 \text{ km}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R} - \frac{1}{\tilde{R}} = \frac{1}{6370} - \frac{1}{8494}$$

Donc  $R_0 = 25474 \text{ km}$

B) Pour une Terre plate ~~avec~~ une atmosphère standard  $\Rightarrow$

l'indice de refraction modifié  $n^*$

$$n^* = n + \frac{h}{R} = n_0 - 0,25 \frac{h}{R} + 157 \cdot 10^{-6} h$$

on a ~~le~~ l'indice de refraction est donné par:

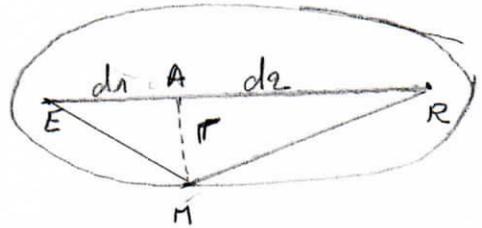
$$M = (n^* - 1)10^6 = (n_0 - 0,25 \frac{h}{R} + 157 \cdot 10^{-6} h)10^6$$

Le gradient de  $M$ :

$$\frac{dM}{dh} = \left( -\frac{0,25}{R} + 157 \cdot 10^{-6} \right) 10^6 = 117,75 \text{ (km}^{-1}\text{)}$$

### Exercice n° 3:

1) Afin d'établir une liaison de visibilité directe entre les deux points <sup>E et R</sup>, il faut que :



$$EMR - EAR = n \frac{\lambda}{2}$$

pour le premier ellipsoïde de Fresnel  $\Rightarrow n = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow EMR - EAR = \frac{\lambda}{2}$$

on a :  $EMR = EM + MR$  et  $EAR = EA + AR = d_1 + d_2$

selon le Théorème de

$$\overline{EM}^2 = d_1^2 + r^2 \quad \text{et} \quad \overline{MR}^2 = d_2^2 + r^2$$

$$\Rightarrow EMR - EAR = EM + MR - d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{d_1^2 + r^2} + \sqrt{d_2^2 + r^2} - d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2}$$

on fait sortir en facteur  $d_1$  et  $d_2 \Rightarrow$

$$d_1 \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d_1}\right)^2} + d_2 \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d_2}\right)^2} - d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2}$$

on a  $d_1 \gg r$  et  $d_2 \gg r$  et on sait que  $(1 + \epsilon)^n = 1 + n \epsilon$

$$\text{dela' } \Rightarrow d_1 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{d_1}\right)^2 \right] + d_2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{d_2}\right)^2 \right] - d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow d_1 + \frac{r^2}{2d_1} + d_2 + \frac{r^2}{2d_2} - d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} r^2 \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}$$

$$2) \text{ pour } n = 3 \Rightarrow r = \sqrt{3 \lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}$$

3) La valeur maximale de  $r$  est obtenue lorsque  $d_1 = d_2$

$$\Rightarrow r_{\max} = \sqrt{\lambda \frac{d_1^2}{2d_1}} = \sqrt{\lambda \frac{d_1}{2}} = \sqrt{\frac{c}{f} \frac{d_1}{2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^9} \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{2}} = 27,4 \text{ m}$$

## Exercice N°4

1) La puissance captée par la station terrestre :

$$P_r = P_e G_e G_r \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

$$G_{e\text{dB}} = 30 \text{ dB} \Rightarrow G_e = 10^3 =$$

$$G_{r\text{dB}} = 50 \text{ dB} \Rightarrow G_r = 10^5 =$$

$$P_r = 20 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \left[ \frac{(3 \cdot 10^8 / 6 \cdot 10^9)}{4\pi \cdot 400 \cdot 10^3} \right]^2 = 20 \cdot 10^8 \left( \frac{0,05}{5024 \cdot 10^3} \right)^2$$

$$P_r = 20 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

2) Le diamètre de l'antenne paraboloidale est donnée

par :

$$D = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{G_e}{f_g}} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^9 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{10^3}{0,6}}$$

$$D = 0,65 \text{ m}$$

3) L'affaiblissement de propagation est donné par :

$$\alpha_p = 20 \log \frac{\lambda}{4\pi R} = 20 \log \left[ \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 10^3} \right]$$

$$\alpha_p = -160,04 \text{ dB}$$

\* L'affaiblissement de la liaison est :

$$\alpha_L = \alpha_p \text{ (dB)} + G_e \text{ (dB)} + G_r \text{ (dB)} = -160,04 + 30 + 50$$

$$\alpha_L = -80,04 \text{ dB}$$