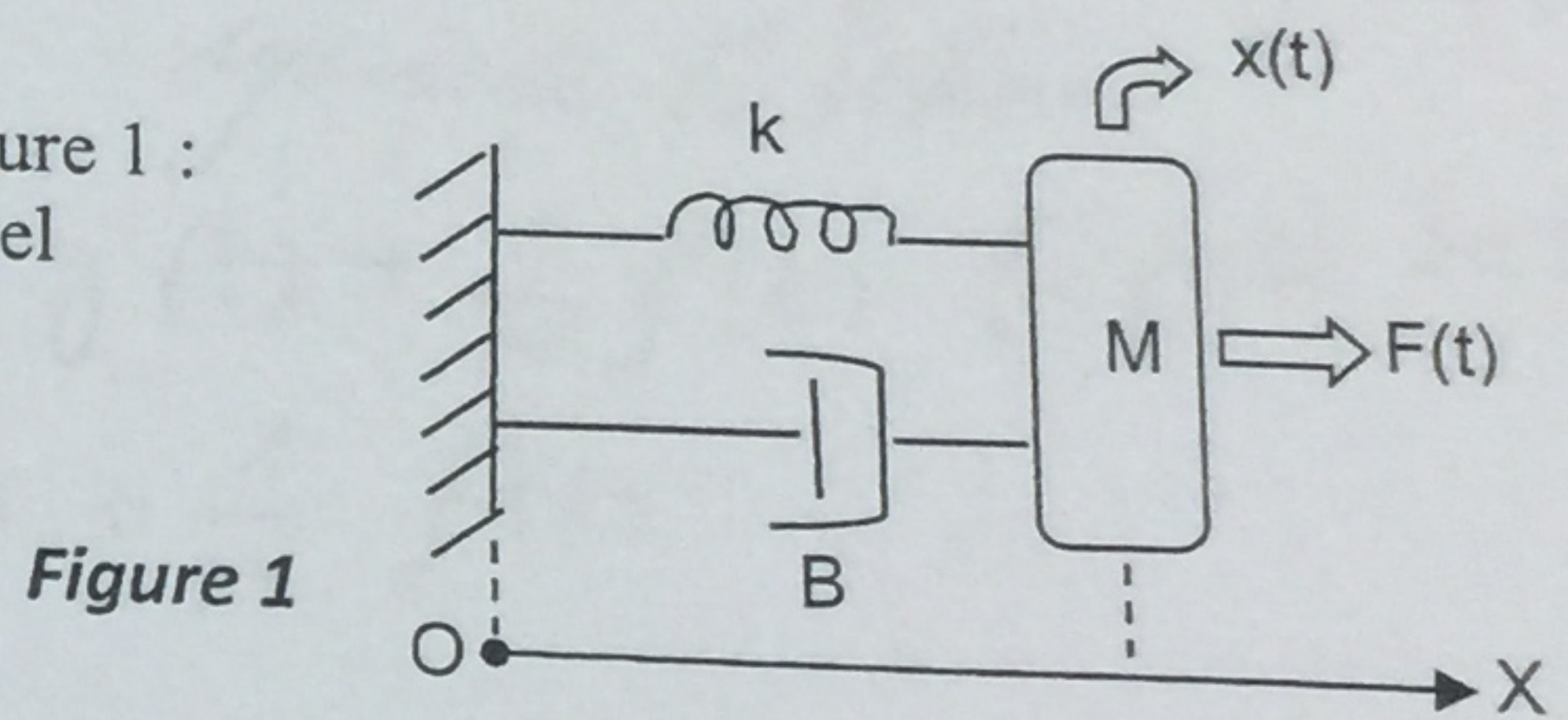


QUESTIONS DE COURS (10 PTS.) (Voir Cours du Module TCA - M2 ELM Par Mr. NACERI A.)

- QC1- Expliquer c'est quoi un régulateur conventionnel type PID avec les actions de ces différents paramètres ? Ce type de réglage est-il Robuste ? Pourquoi ? (2 pts.)
- QC2- Donner les deux conditions de KALMAN pour la commande avancée d'un système (avec significations Mathématico - Physiques) ? (1 pt.)
- QC3- Dans un système de commande avancée, expliquer les principaux points communs et différences entre : Capteur, Estimateur, Observateur et Filtre. (2 pts.)
- QC4- Expliquer brièvement les principales différences qu'existent entre les deux schémas de commande robustes : On-line (en boucle) et Off-line (hors boucle) ? (1 pt.)
- QC5- Expliquer les principaux points communs et différences (avec schémas fonctionnels) des deux techniques de commande adaptatives : à modèle de référence (MRAC) et Auto-Ajustable ? (2 pts.)
- QC6- Expliquer brièvement une méthode parmi les Techniques de Commande Avancées et indiquer ces avantages et inconvénients (Question exposé) ? (2 pts.)

EXERCICE 1 (5 PTS.)

Soit un système de commande mécanique type SISO représenté à la figure 1 :
 M : Masse de l'objet du système de commande ; k : Coefficient de rappel du ressort ; B : Coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur ;
 F(t) : Force extérieure (l'entrée de commande u) ;
 x(t) : Position de la Masse M suivant un axe horizontale OX (la sortie de commande y).



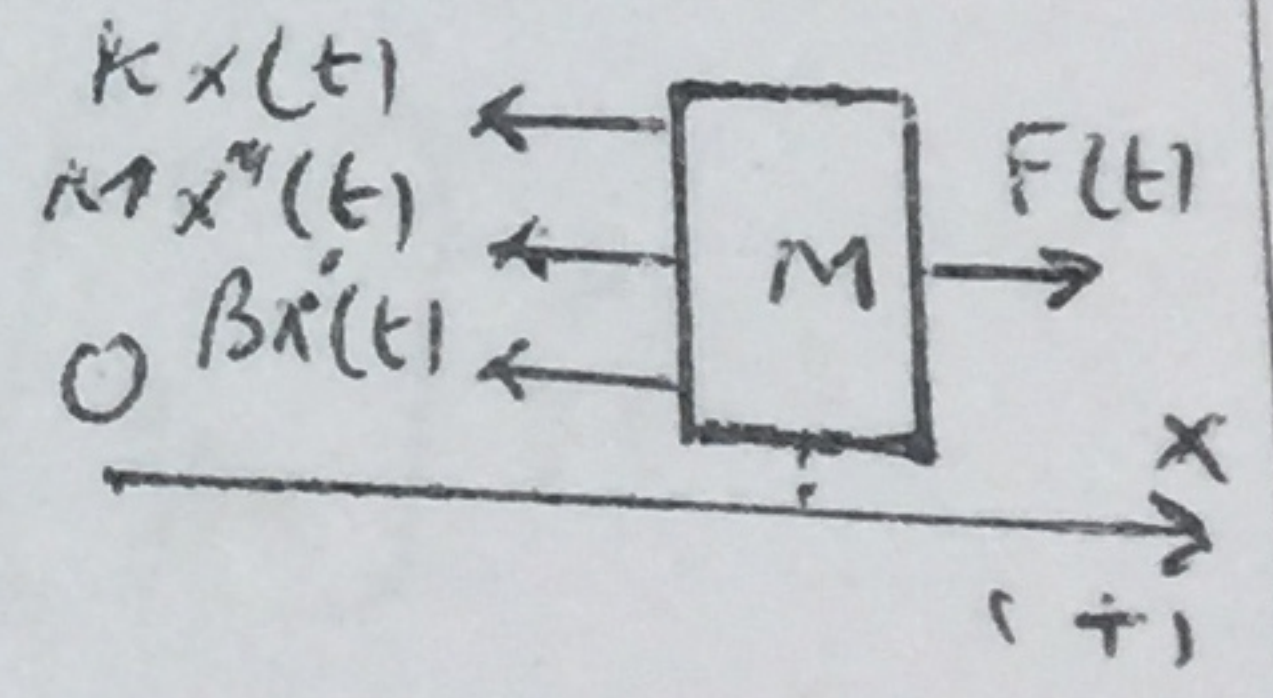
- Définir l'abréviation SISO et indiquer les autres types des systèmes de commande. (1 pt.)
- Trouver l'équation différentielle régissant le comportement dynamique du système de commande. (1 pt.)
- Ecrire ce système sous formes fonction de transfert et Modèle d'état. (2 pts.)
- Donner le schéma block fonctionnel de l'ensemble du système de commande. (1 pt.)

1. Abréviations SISO, MISO, SIMO et MIMO (voir cours TCA) (1 pt)

2. Loi fondamentale de la mécanique sur la masse M :

$$\sum \vec{F}_i = M \vec{\gamma}(t) \quad \text{ou } \vec{\gamma} \text{ accélération } \vec{\gamma}(t) = \ddot{x}(t)$$

$$\sum F_i = M x''(t)$$



⇒ suivant l'axe positive (OX) on aura :

$$- M \gamma(t) - B v(t) - K x(t) = F(t)$$

avec $\gamma(t) = x''(t)$ accélération, $v(t) = x'(t)$ vitesse de translation
 $x(t)$: position de la Masse M à commander par rapport à OX.

on obtient :

$$M x''(t) = F(t) - B x'(t) - K x(t) \quad (1)$$

(1 pt)

3. La Transformée de Laplace de M (avec conditions initiales nulles : $y(0) = 0; y'(0) = 0$), on aura :

$$\mathcal{L} \rightarrow Ms^2 y(s) = F(s) - \beta s y(s) - K y(s)$$

on obtient donc la relation entrée/sortie directe (fonction de transfert) :

$$\frac{y(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + \beta s + K}$$

Rq: pour la forme générale d'un système 2^{ème} ordre $ay'' + by' + cy = kf(t)$ on a la forme générale de la FT suivante :

$$\frac{y(s)}{U(s)} = \frac{K}{as^2 + bs + c} \quad (1pt)$$

b) sous forme matricielle d'état :

Reprenons l'équation différentielle : $M\ddot{y}(t) = f(t) - \beta\dot{y}(t) - Ky(t)$

et posons : $x_1(t) = y(t)$
 $x_2(t) = \dot{y}(t) = \dot{x}_1(t)$

si $x_1(t)$ position y alors $\dot{y} = \dot{x}_1(t)$ représente la vitesse

on aura : $\dot{x}_2(t) = \ddot{y}(t) = -\frac{\beta}{M} \dot{y}(t) - \frac{K}{M} y(t) + \frac{1}{M} f(t)$ (à partir de (1))
 $\Rightarrow \dot{x}_2(t) = -\frac{\beta}{M} x_2(t) - \frac{K}{M} x_1(t) + \frac{1}{M} f(t)$

on obtient donc :

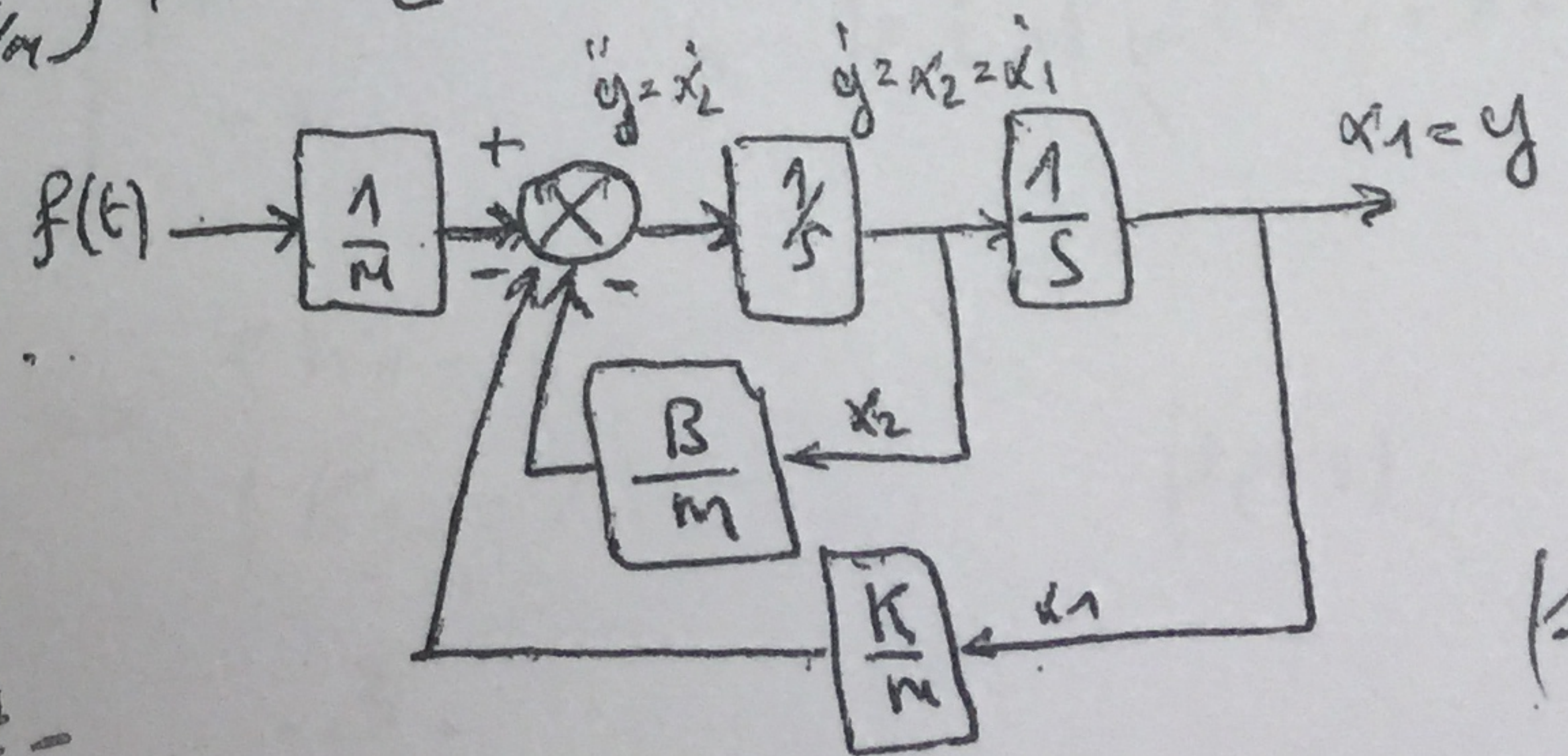
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) & ; x_1(0) = y(0) \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{\beta}{M} x_2(t) - \frac{K}{M} x_1(t) + \frac{1}{M} f(t) & ; x_2(0) = \dot{y}(0) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

Sous une forme matricielle on aura :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K/M & -\beta/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix} f(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} f(t) \end{cases}$$

Avec : $A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K/M & -\beta/M \end{bmatrix}$, $B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix}$, $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $b_2 = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$ (1pt)

4. Diagramme de Simulation :



(1pt)

EXERCICE 2 (5 PTS.)

EXERCICE 2 (5 PTS.)

commande de vitesse type SISO d'un Moteur à Courant Continu par sa tension d'induit est donné par le modèle durant l'état suivant :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{\gamma}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) = [0 \quad 1] \begin{pmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix}; \end{cases} \quad (1)$$

Avec: $\theta(t)$ - position du rotor, $\omega(t)$ - la vitesse de rotation (sortie de commande y),

$\gamma(t)$: l'accélération, et $v(t)$ - Tension d'induit du MCC (entrée de commande u).

On désire appliquer au système (1) la commande par contre-réaction d'état utilisant la technique par placement des pôles :

1. Expliquer les différentes étapes pour la synthèse du régulateur par cette technique de commande ? (0,5 pt.)
2. Vérifier la commandabilité du système (1) ? (0,5 pt.)
3. On suppose que le système (1) commandable et observable, calculer le régulateur $K = [K_1 \ K_2]$ par Retour d'état vérifiant le cahier des charges pour imposer au système les pôles désirés suivants : $p_1 = -3$; $p_2 = -4$ (2 pts.)
4. En déduire la loi de commande $u(t)$ par RE, si $\alpha = -2$ le gain du pré-bouclage du système. (0,5 pt.)
5. Donner le diagramme de simulation du système de commande en boucle fermée. (0,5 pt.)
6. Cette technique de commande est-elle Robuste ? expliquer ? (1 pt.)

1. Etapes de synthèse de la commande RE (voir cours TCA) (0,5 pt)

2. Commandabilité du système :

d'après la condition de Kalman on a :

$$CAB = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|CAB| = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{système est commandable} \quad (0,5 \text{ pt})$$

- ou bien trouver $\text{rang}(CAB) = 2$ (système à rang plein) donc commandable.

3. pôles désirés du système : $p_1 = -3$, $p_2 = -4$

polynôme caractéristique : $P_1(p) = (p+3)(p+4) = p^2 + 7p + 12$

calcul polynôme système avec RE: $P_2(s) = (pI - A + BK)$; avec $K = [k_1 \ k_2]$

$$P_2(p) = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [k_1 \ k_2] = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 - k_1 & -1 - k_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_2(p) = \begin{pmatrix} p+1+k_1 & 1+k_2 \\ -1 & p \end{pmatrix}$$

vérifier l'identification $P_1(p) = |P_2(p)|$

$$\Rightarrow p^2 + 7p + 12 = \begin{vmatrix} p+1+k_1 & 1+k_2 \\ -1 & p \end{vmatrix} = p^2 + p(1+k_1) + 1+k_2$$

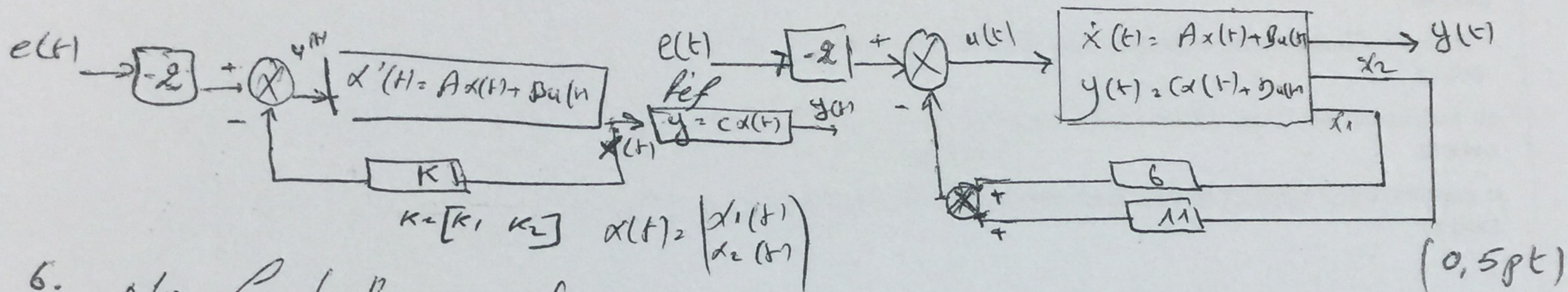
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+k_1 = 7 \\ 1+k_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 6 \\ k_2 = 11 \end{cases} \quad (2 \text{ pts})$$

si de commande $u(t)$ avec $d = -2$ gain du pré-brucage
 on a $u(t) = -K_1 x_1(t) - K_2 x_2(t) + d e(t)$ (avec $e(t)$: signal référence)

$$\Rightarrow u(t) = -K_1 x_1(t) - K_2 x_2(t) + d e(t)$$

$$\Rightarrow u(t) = -2 e(t) - 6 x_1(t) - 11 x_2(t) \quad (0,5 \text{ pt})$$

5. Diagramme de simulation du système :



6. Non la technique de commande n'est pas assez robuste, elle est plus stable que les régulateurs conventionnels type PID mais elle est très sensible aux variations incertaines (changements paramétriques du système par exemple), prenons l'exemple de la CVI des machines électriques. On peut obtenir une commande robuste si on utilise et on remplace les observateurs dans le système (Luenberger par exemple) par des observateurs non déterministes type Filtrage de Kalman par exemple. (1 pt)

Consultation le : Mardi 30/01/18
 à 14h30 salle : 01.

Dr NACERI Abdellatif
 Maître de Conférences "A"
 UDL SBA