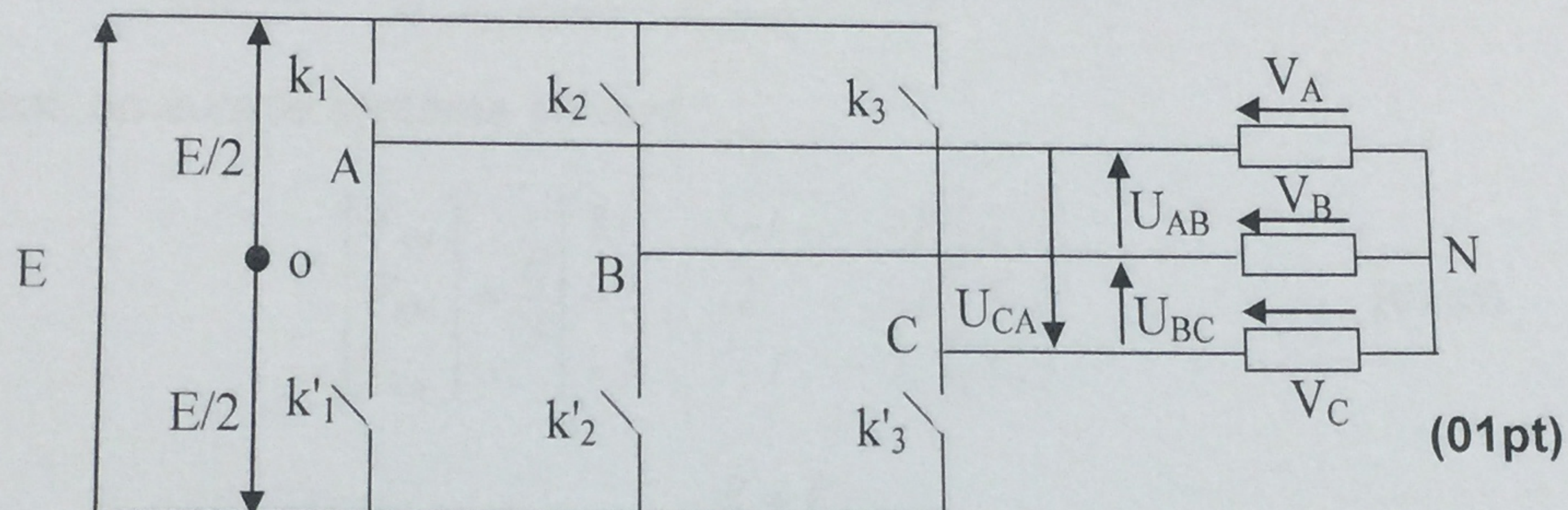


**Corrigé type de l'EMD**  
**Modélisation et Simulation des Systèmes Electromécanique**

**Réponse1:**

Modèle mathématique simplifié pour l'onduleur triphasé à deux niveaux de tensions.



Les équations de tension simples appliquées aux trois phases statoriques sont :

$$\begin{cases} V_{AN} = V_{AO} + V_{ON} \\ V_{BN} = V_{BO} + V_{ON} \\ V_{CN} = V_{CO} + V_{ON} \end{cases} \quad (01pt)$$

Par addition on a :  $V_{AN} + V_{BN} + V_{CN} = V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} + 3V_{ON}$

Sachant que le système des tensions triphasées statoriques est symétrique, donc :

$$V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} + 3V_{ON} = 0$$

D'où :

$$V_{ON} = -\frac{1}{3}(V_{AO} + V_{BO} + V_{CO})$$

On remplace les trois équations de tensions dans cette dernière, on aura le système suivant :

$$\begin{cases} V_{AN} = \frac{2}{3}V_{AO} - \frac{1}{3}V_{BO} - \frac{1}{3}V_{CO} \\ V_{BN} = -\frac{1}{3}V_{AO} + \frac{2}{3}V_{BO} - \frac{1}{3}V_{CO} \\ V_{CN} = -\frac{1}{3}V_{AO} - \frac{1}{3}V_{BO} + \frac{2}{3}V_{CO} \end{cases}$$



On peut écrire le système ci-dessus sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{AO} \\ V_{BO} \\ V_{CO} \end{bmatrix} \quad (01pt)$$

Avec :

$$\begin{cases} V_{AO} = E.S_1 \\ V_{BO} = E.S_2 \\ V_{CO} = E.S_3 \end{cases}$$

Tel que:

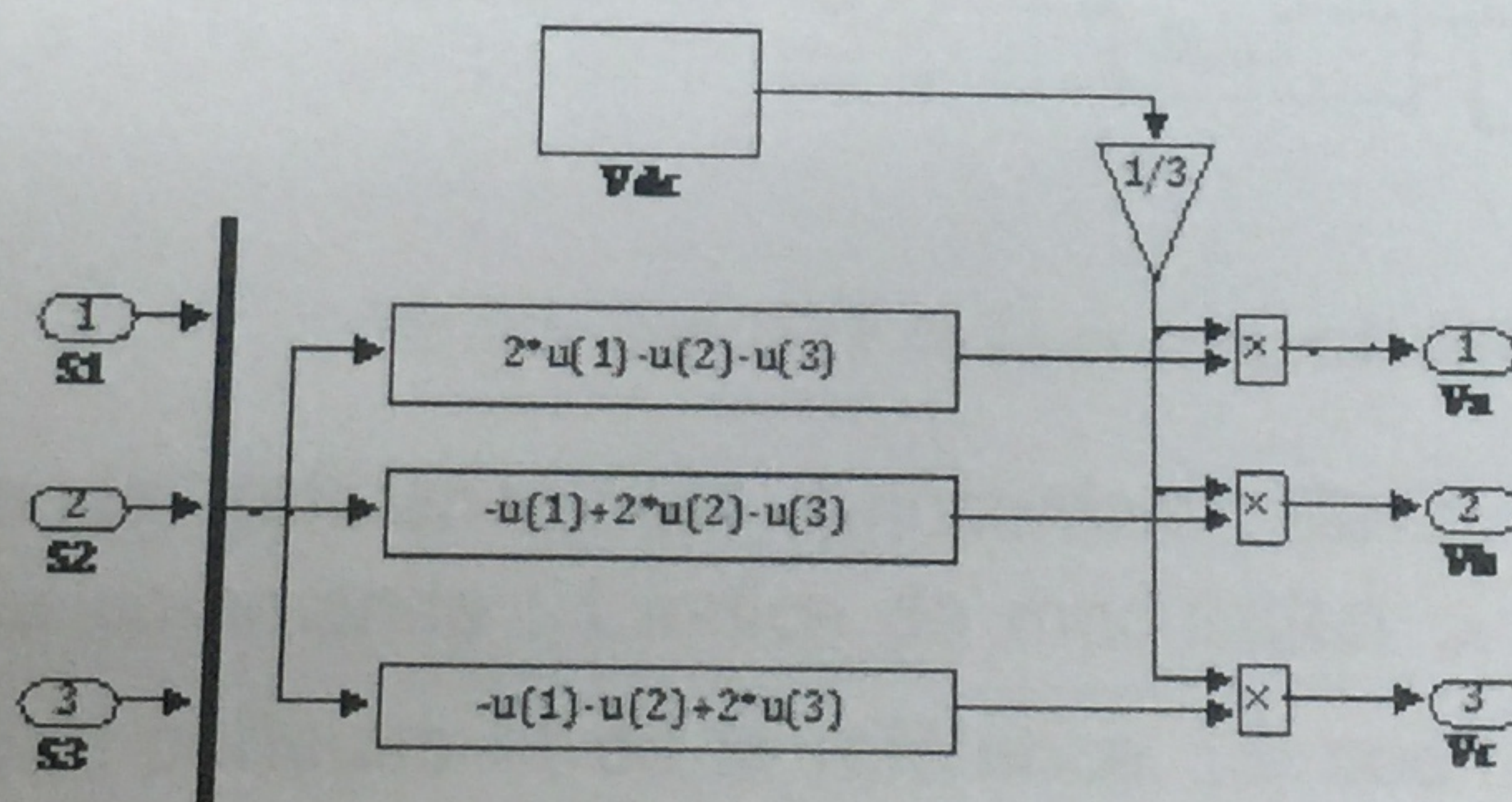
$$\begin{cases} S_1 = 1 & \text{si } k_1 \text{ fermé} & \text{si non } S_1 = 0 \\ S_2 = 1 & \text{si } k_2 \text{ fermé} & \text{si non } S_2 = 0 \\ S_3 = 1 & \text{si } k_3 \text{ fermé} & \text{si non } S_3 = 0 \end{cases}$$

Finalement, on aura le système suivant :

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \frac{E}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (01pt)$$

$$E = V_{dc}$$

Ce dernier système d'équation représente le modèle mathématique de l'onduleur triphasé à MLI représenté par un schéma bloc suivant:



(01pt)

### Réponse2:

Parmi les techniques des commandes à MLI les plus utilisées, on trouve la technique triangulo-sinusoidale. Elle est obtenue par la comparaison entre deux signaux, un signal de porteuse  $V_p$  et les signaux de références  $V_{ref}$ . (01pt)

Définissant la fonction logique  $S_j$  comme le montre la figure ci-dessous. Ces fonctions logiques associées au signal de commande sont définies par :



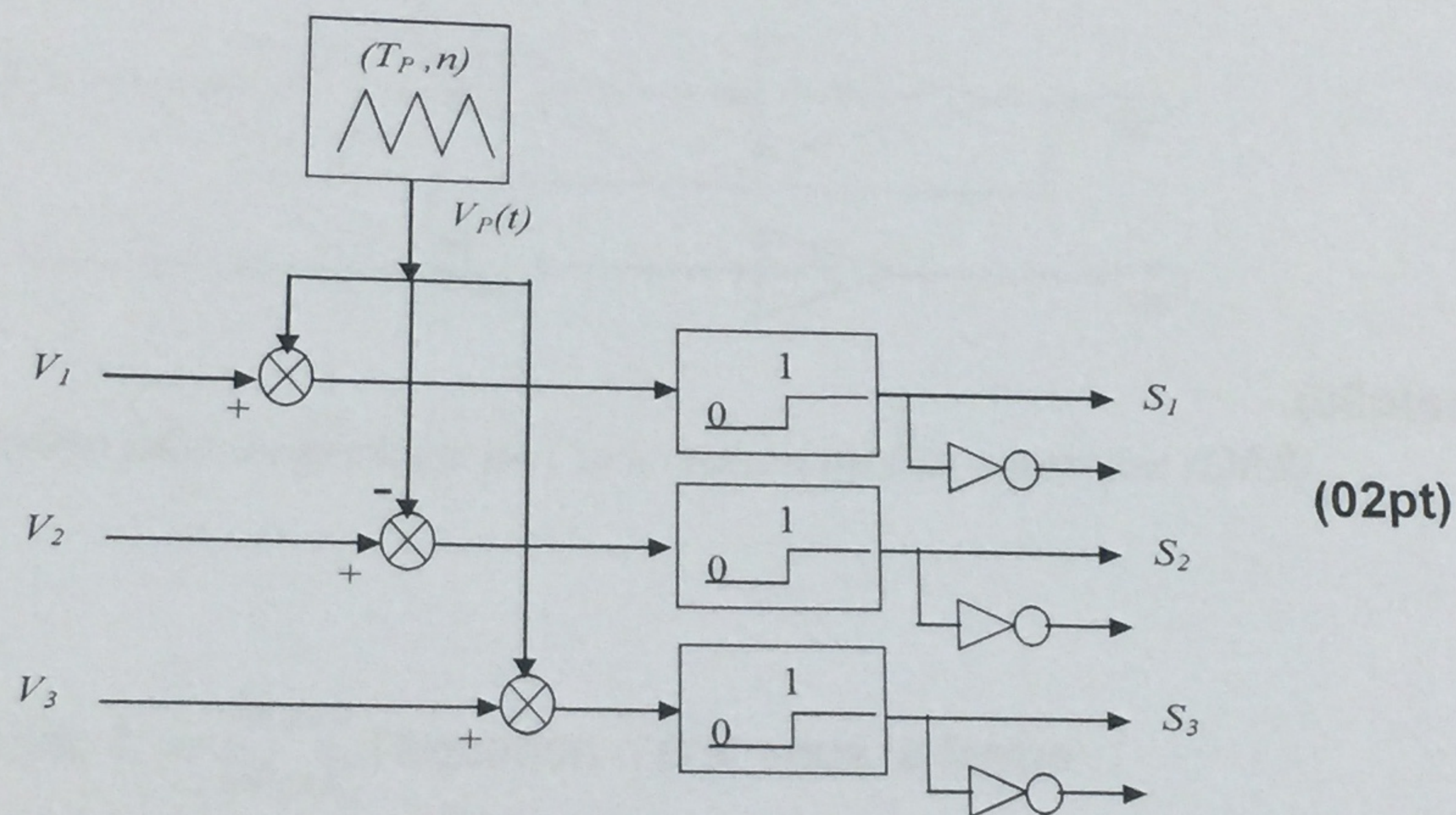
$$S_j = \begin{cases} 1 & \text{si } V_{ref} \geq V_p \\ 0 & \text{si } V_{ref} < V_p \end{cases}$$

La porteuse est définie par la formule suivante avec n : entier naturel.

$$V_p = \begin{cases} \frac{4t}{T_p} - (4n+1) & \text{si } t \in \left[ nT_p, \left( n + \frac{1}{2} \right) T_p \right] \\ -\frac{4t}{T_p} + (4n+3) & \text{si } t \in \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) T_p, (n+1)T_p \right] \end{cases} \quad (01pt)$$

Les signaux de référence sont donnés par l'équation suivante :

$$V_{ref} = \sqrt{2}V_{eff} \cdot \sin \left[ (2\pi f)t - 2(j-1) \cdot \frac{\pi}{3} \right], \text{ avec } j = 1, 2, 3$$



Modele simulink de la commande MLI-ST

Lorsque la référence est sinusoïdale, dans ce cas deux paramètres caractérisant la commande : L'indice de modulation  $m = f_p / f_{ref}$  est le rapport des fréquences de la porteuse et de la référence. Le coefficient de réglage en tension (taux de modulation)  $r = V_{ref} / V_p$  est le rapport de l'amplitude de tension de référence par rapport à l'amplitude de la porteuse. (01pt)

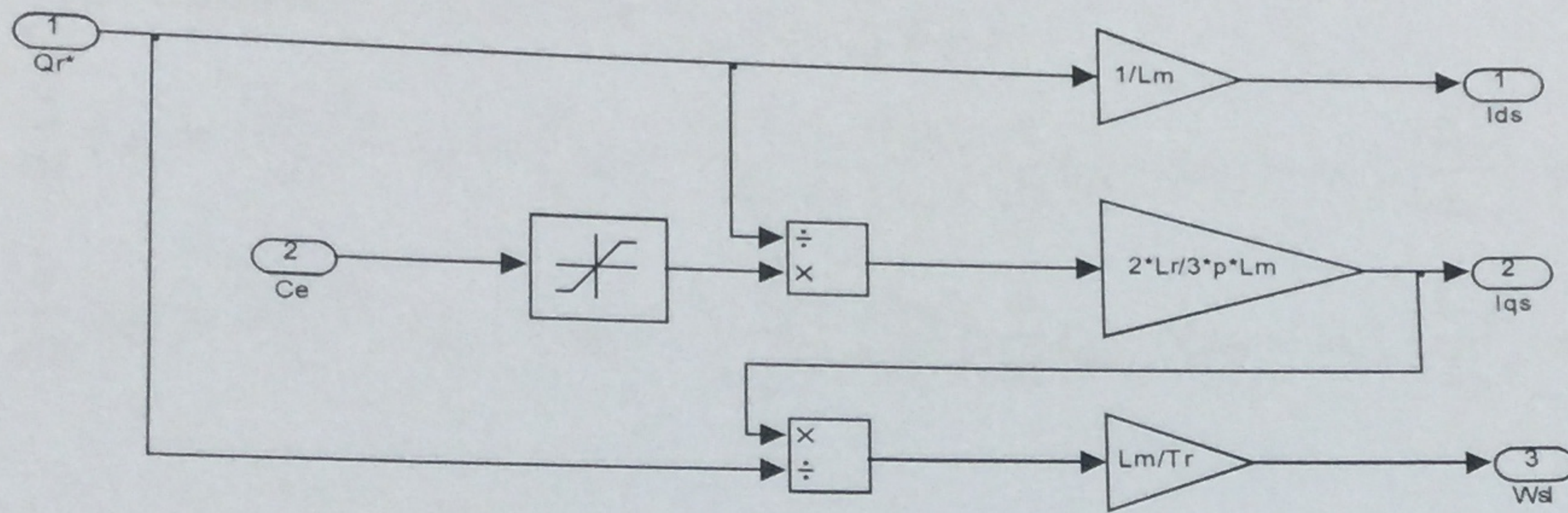
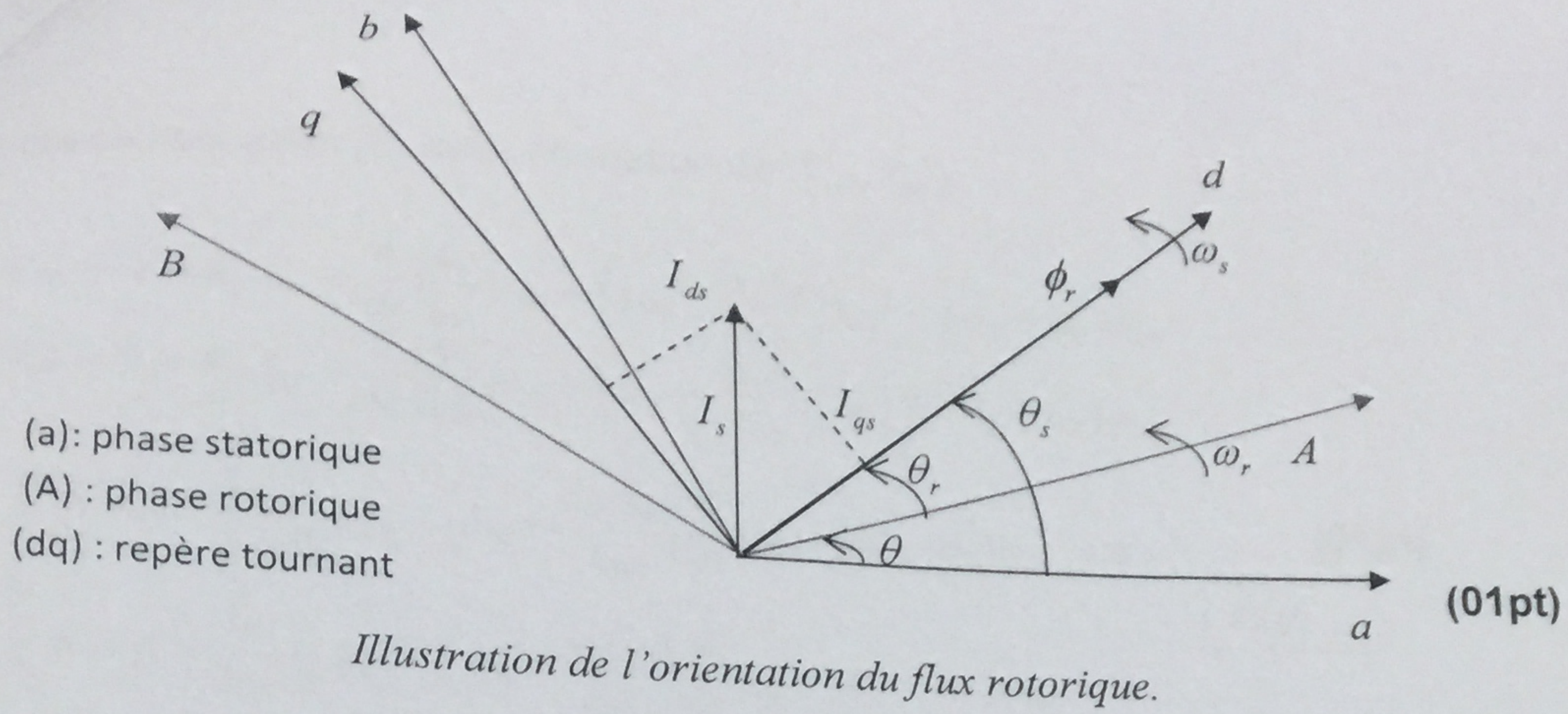
### Réponse3:

Le principe de la commande par orientation du flux consiste à placer le repère (d-q) tournant tel que l'axe 'd' coïncide avec l'axe du vecteur flux rotorique .

En imposant les conditions de l'orientation du flux rotorique

$$(\phi = \phi_{dr} = \phi_r \text{ et } \phi_{qr} = 0). (01pt)$$





*Schéma bloc du principe de l'orientation du flux rotorique (OFR).*

**Réponse4:**

Les variables d'état sont:  $X = \begin{bmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \end{bmatrix}$ , l'équation d'état sous la forme :

$$\dot{X} = A.X + B_1.U + B_2 \frac{dU}{dt}$$

A partir de l'équation de flux statorique ( $\varphi_{ds}, \varphi_{qs}$ ), on tire les expressions de ( $i_{dr}, i_{qr}$ ) :

$$\begin{cases} i_{dr} = \frac{1}{L_m} \varphi_{ds} - \frac{L_s}{L_m} i_{ds} \\ i_{qr} = \frac{1}{L_m} \varphi_{qs} - \frac{L_s}{L_m} i_{qs} \end{cases} \quad \boxed{\text{Eq (5)}} \quad (01pt)$$

On remplace l'équation (5) dans l'équation de flux rotorique ( $\varphi_{dr}, \varphi_{qr}$ ) :

$$\begin{cases} \varphi_{dr} = L_r \cdot \left[ \frac{1}{L_m} \varphi_{ds} - \frac{L_s}{L_m} i_{ds} \right] + L_m \cdot i_{ds} = \frac{L_r}{L_m} \varphi_{ds} - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} i_{ds} + L_m \cdot i_{ds} \\ \varphi_{qr} = L_r \cdot \left[ \frac{1}{L_m} \varphi_{qs} - \frac{L_s}{L_m} i_{qs} \right] + L_m \cdot i_{qs} = \frac{L_r}{L_m} \varphi_{qs} - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} i_{qs} + L_m \cdot i_{qs} \end{cases} \quad (01pt)$$

$$\begin{cases} \varphi_{dr} = \frac{L_r}{L_m} \varphi_{ds} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) i_{ds} \\ \varphi_{qr} = \frac{L_r}{L_m} \varphi_{qs} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) i_{qs} \end{cases} \quad \boxed{\text{Eq (6)}}$$



On remplace l'équation (6) dans l'équation de  $(V_{dr}, V_{qr})$  :

$$\begin{cases} V_{dr} = 0 = R_r \cdot i_{dr} + \frac{d}{dt} \left[ \frac{L_r}{L_m} \varphi_{ds} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) i_{ds} \right] - (\omega_s - \omega_r) \varphi_{qr} \\ V_{qr} = 0 = R_r \cdot i_{qr} + \frac{d}{dt} \left[ \frac{L_r}{L_m} \varphi_{qs} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) i_{qs} \right] + (\omega_s - \omega_r) \varphi_{dr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_r \cdot i_{dr} + \frac{L_r}{L_m} \frac{d}{dt} \varphi_{ds} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) \frac{d}{dt} i_{ds} - (\omega_s - \omega_r) \varphi_{qr} = 0 \\ R_r \cdot i_{qr} + \frac{L_r}{L_m} \frac{d}{dt} \varphi_{qs} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) \frac{d}{dt} i_{qs} - (\omega_s - \omega_r) \varphi_{dr} = 0 \end{cases} \quad (01pt)$$

Eq (7)

A partir de l'équation (7), on tire  $(\frac{d}{dt} \varphi_{ds}, \frac{d}{dt} \varphi_{qs})$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \varphi_{ds} = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot i_{dr} - \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{ds} + (\omega_s - \omega_r) \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \varphi_{qr} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{qs} = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot i_{qr} - \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{qs} - (\omega_s - \omega_r) \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \varphi_{dr} \end{cases} \quad (01pt)$$

Eq (8)

On remplace l'équation (5) et (6), dans l'équation (8) :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \varphi_{ds} = -\frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot \left[ \frac{1}{L_m} \varphi_{ds} - \frac{L_s}{L_m} i_{ds} \right] - \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{ds} + \omega_{sr} \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \left[ \frac{L_r}{L_m} \varphi_{qs} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) i_{qs} \right] \\ \frac{d}{dt} \varphi_{qs} = -\frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot \left[ \frac{1}{L_m} \varphi_{qs} - \frac{L_s}{L_m} i_{qs} \right] - \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{qs} - \omega_{sr} \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \cdot \left[ \frac{L_r}{L_m} \varphi_{ds} + \left( L_m - \frac{L_r \cdot L_s}{L_m} \right) i_{ds} \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \varphi_{ds} = -\frac{1}{T_r} \varphi_{ds} + \omega_{sr} \cdot \varphi_{qs} + \frac{L_s}{T_r} \cdot i_{ds} - L_s \cdot \omega_{sr} \cdot \sigma \cdot i_{qs} + L_s \cdot \sigma \cdot \frac{d}{dt} i_{ds} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{qs} = -\omega_{sr} \cdot \varphi_{ds} - \frac{1}{T_r} \cdot \varphi_{qs} + L_s \cdot \omega_{sr} \cdot \sigma \cdot i_{ds} + \frac{L_s}{T_r} \cdot i_{qs} + L_s \cdot \sigma \cdot \frac{d}{dt} i_{qs} \end{cases} \quad (01pt)$$

Eq (9)

A partir de l'équation (9), on déduit l'équation d'état sous la forme

$$\dot{X} = A \cdot X + B_1 \cdot U + B_2 \frac{dU}{dt} \quad \text{Avec : } X = \begin{bmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & \omega_{sl} \\ -\omega_{sl} & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{L_s}{T_r} & -L_s \cdot \omega_{sl} \cdot \sigma \\ L_s \cdot \omega_{sl} \cdot \sigma & \frac{L_s}{T_r} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} L_s \cdot \sigma & 0 \\ 0 & L_s \cdot \sigma \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{ds} \\ \dot{\varphi}_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & \omega_{sr} \\ -\omega_{sr} & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{ds} \\ \varphi_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_s}{T_r} & -L_s \cdot \omega_{sr} \cdot \sigma \\ L_s \cdot \omega_{sr} \cdot \sigma & \frac{L_s}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s \cdot \sigma & 0 \\ 0 & L_s \cdot \sigma \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} \quad (01pt)$$